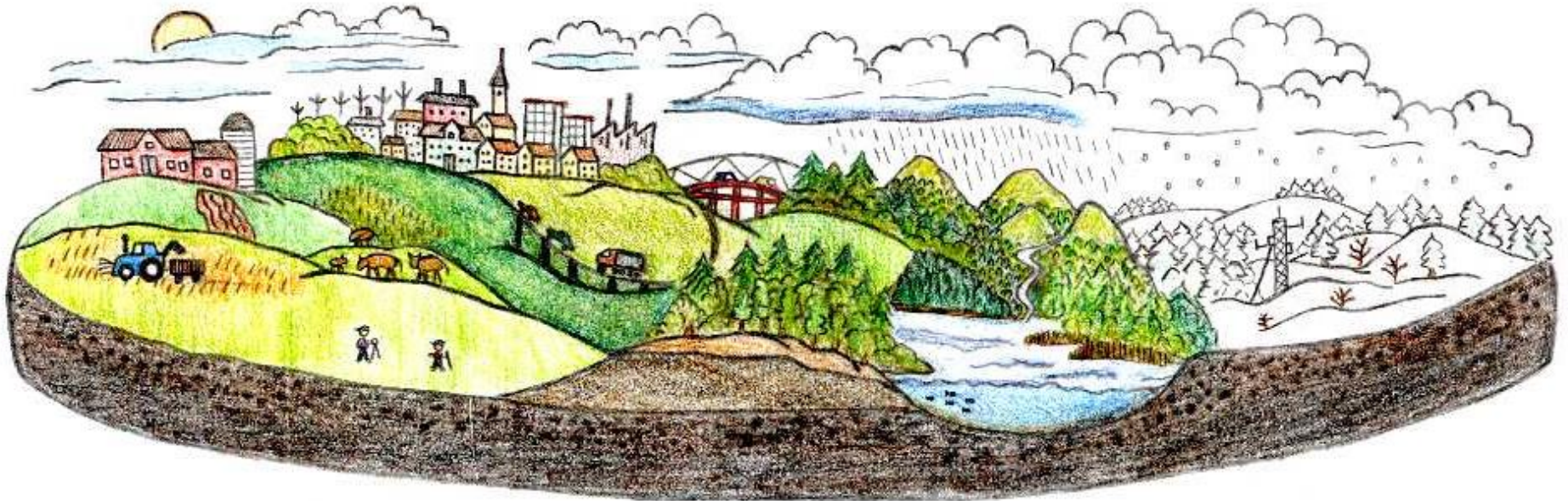


Bases Físicas del Medio Ambiente

Hidrostática



Programa

- **II. ESTÁTICA DE FLUIDOS. (1h)**
- Introducción. Concepto de presión. Fuerzas másicas y superficiales. Gradiente de presión. Ecuación fundamental de la estática de fluidos. Principio de Pascal. Estática de fluidos en campo gravitatorio. Presión atmosférica. Manometría. Principio de Arquímedes. Flotación.



Programa

- **II. ESTÁTICA DE FLUIDOS. (1h)**
- **Introducción. Concepto de presión.** Fuerzas másicas y superficiales. Gradiente de presión. Ecuación fundamental de la estática de fluidos. Principio de Pascal. Estática de fluidos en campo gravitatorio. Presión atmosférica. Manometría. Principio de Arquímedes. Flotación.



Fases de la materia.

- En función de las fuerzas intermoleculares:
 - Tan intensas en los **sólidos** que las moléculas permanecen en posiciones fijas.
 - Suficientes en los **líquidos** como para mantenerlas juntos ocupando el menor volumen posible.
 - Tan débiles en los **gases** que se mueven libremente por el recipiente que los contiene (expansiona para rellenar el contenedor)



Los fluidos carecen de forma fija, y se mueven continuamente

Los fluidos en el medio ambiente

- El agua!
 - Océano
 - Lagos
 - Ríos
- La atmósfera
 - Que respiramos
 - Que nos llueve encima
 - Que condiciona el clima, etc.



Líquido *versus* Gas

- Todos los fluidos tienden a adquirir la forma su contenedor, pero
- Los líquidos y los gases se diferencian notablemente por su **compresibilidad**
 - Un líquido es prácticamente incompresible
 - Un gas es fácil de comprimir
- Luego veremos la importancia de esta diferencia



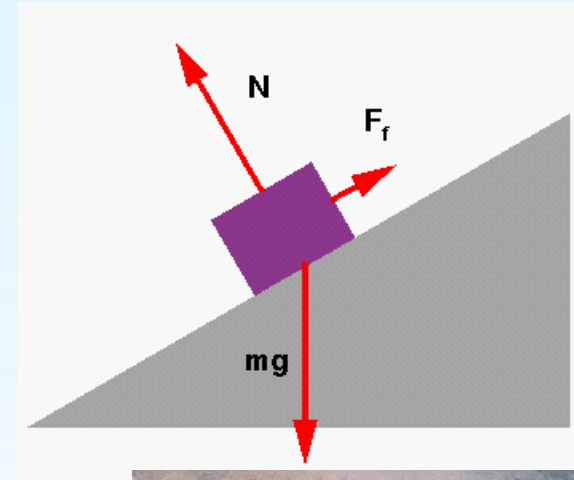
Definiciones

- Hidrostática es el estudio de fluidos en reposo (esta lección)
- Hidrodinámica se refiere a los fluidos en movimiento (llegaremos)
- Para ambos, se aplica sencillamente la mecánica clásica ($F = ma$) y la termodinámica a los fluidos



¿Qué objeto?

- En la mecánica, intentamos describir el movimiento de un objeto sometido a unas fuerzas
- En el caso de fluidos, ¿cómo definimos el objeto?
 - ¿Una **molécula**?
 - ¿Un **volumen**? Euler (fijo)
 - ¿Una **masa**? La Grange (yendo con el flujo)
- Luego, para el gran número de moléculas en un fluido, haremos unas substituciones
 - En vez de fuerza/masa (y aceleración)
 - Usamos presión/densidad (y aceleración)



La hipótesis del continuo

- $(10\mu\text{m})^3$ de fluido contiene unas 10^N moléculas
 - En el aire, $N \sim 10$
 - En el agua, hay más aún
- Para aplicar la mecánica clásica (y termodinámica)
 - Suponemos que podemos describir el comportamiento de un tal cubo
 - Ignorando (algo) el carácter molecular de su contenido
- Entonces, para la **velocidad** y las **variables de estado**
 - Densidad
 - Presión
 - Temperatura
- **suponemos** que podrán ser consideradas como funciones continuas (en el espacio y el tiempo)
- Conduce naturalmente a la descripción del material como un medio continuo



Densidad de un Fluido

- La densidad ρ de un material homogéneo se define como su masa por unidad de volumen

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- Las unidades de densidad son el kg m^{-3} o g cm^{-3}
 - Una conversión útil es $1 \text{ g cm}^{-3} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$
 - Valores típicos
 - El aire (a nivel del mar) suele tener $\rho \sim 1.2 \text{ kg m}^{-3}$
 - El agua tiene $\rho \sim 1 \text{ g cm}^{-3} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$



Unidad popular

Presión

Unidad SI*
Pa = N m⁻²

- La presión atmosférica (a nivel del mar) tiene un valor promedio de 1013.25 mb = 101325 Pa ¿A qué se debe?
- Primero, presión es fuerza por unidad de superficie:

$$p = \frac{dF}{dA}$$

- Si la fuerza es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área A, se reduce a

$$p = \frac{F}{A}$$

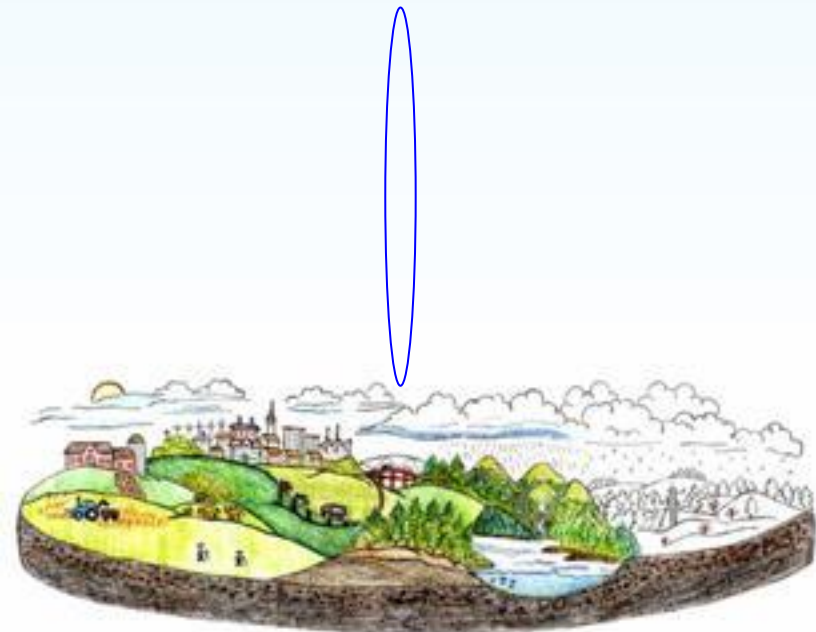
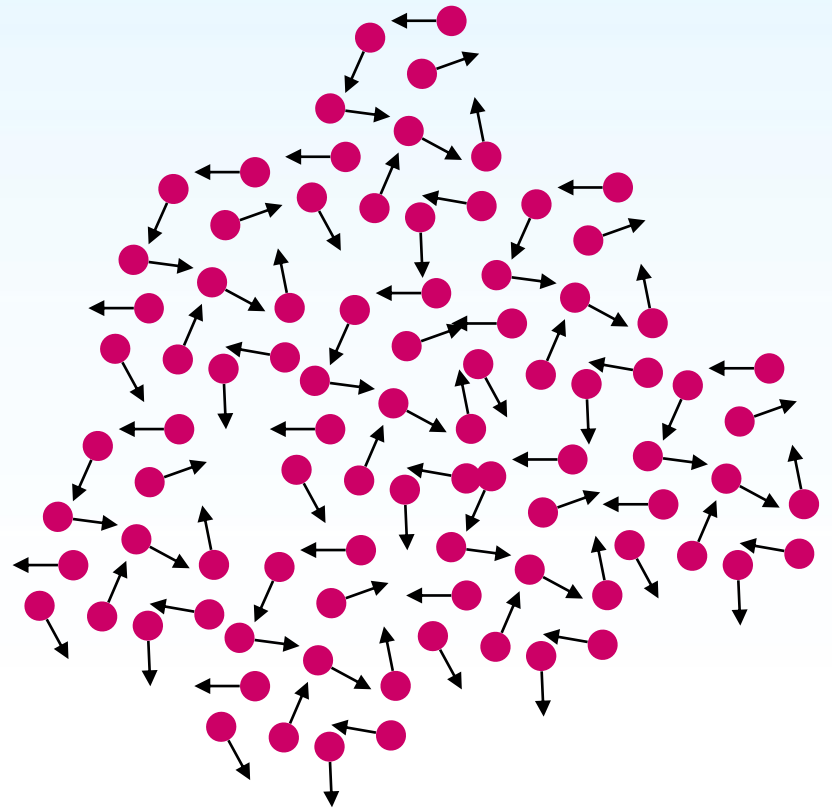
- Así, si marcamos 1 m² en la superficie del mar, significa que hay una fuerza de 101325 N apretándole
- Esto es el peso de una columna atmosférica (1m X 1m)



*en unidades fundamentales
kg m⁻¹ s⁻²

Presión es Isotrópica

- Si ponemos **una superficie** dentro de un fluido, **las moléculas** le empujarán (presión)
- En un punto fijo, no depende de la orientación de la superficie



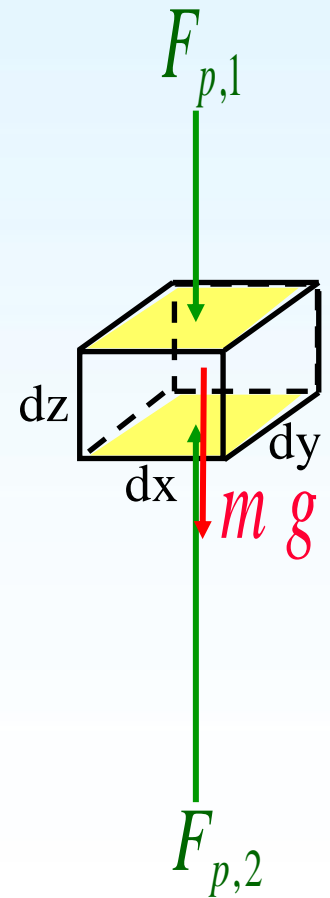
Programa

- **II. ESTÁTICA DE FLUIDOS. (1h)**
- Introducción. Concepto de presión. **Fuerzas másicas y superficiales. Gradiente de presión. Ecuación fundamental de la estática de fluidos.** Principio de Pascal. Estática de fluidos en campo gravitatorio. Presión atmosférica. Manometría. Principio de Arquímedes. Flotación.



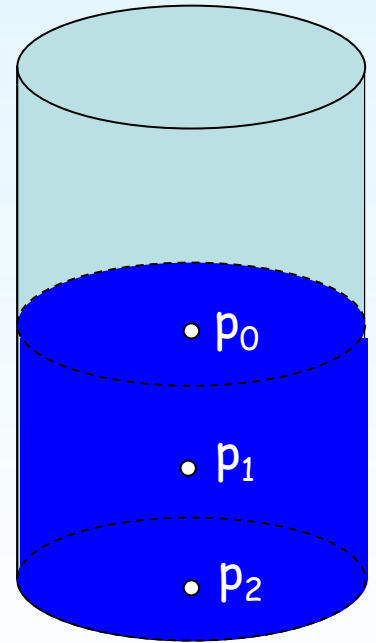
Fuerzas másicas y superficiales

- El cubo mencionado previamente es un ejemplo de una "parcela" (a veces se dice, una "burbuja")
- **Fuerzas másicas**
 - Actúan en el centro de masa de una parcela de fluido
 - Su magnitud depende de la masa de la parcela, y de su posición/ubicación
 - La **fuerza de gravedad** es un ejemplo de una fuerza másica (ejemplo de una *fuerza de campo*; lección 11)
- **Fuerzas superficiales**
 - Actúan en la límite de una parcela de fluido, donde se separa de su ambiente (por contacto físico)
 - Su magnitud es independiente de la masa de la parcela
 - **La fuerza de la gradiente de presión** es un ejemplo de una fuerza superficial



Equilibrio Hidrostático

- La presión hidrostática es la presión en cada punto de un fluido estático
- Al sumergirnos en un líquido la presión aumenta con la profundidad
- $p_2 > p_1 > p_0$
- Análogamente, la presión atmosférica disminuye al aumentar la altitud



Una columna de agua



Equilibrio Hidrostático

(Líquido Incompresible; $\rho = \text{cte.}$)

- El peso de la columna de líquido con profundidad h y superficie A es

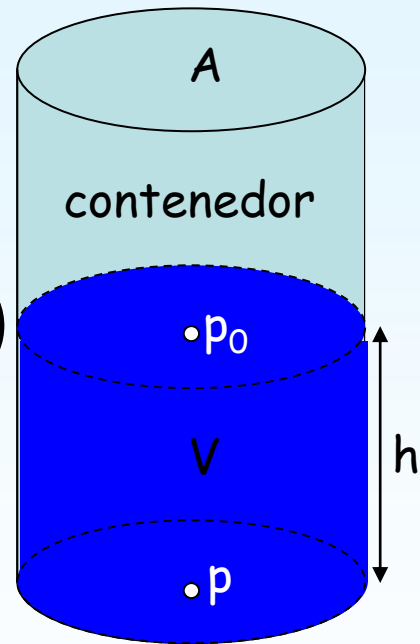
$$mg = \rho V g = \rho A h g$$

- En condiciones estáticas, la columna entero está en equilibrio

$$\sum F_i = 0 \Rightarrow pA - p_0 A - \rho A h g = 0$$

$$p = p_0 + \rho g h$$

- $\rho g h$ = "presión hidrostática"
- Para los líquidos (ρ constante) la presión aumenta linealmente con la profundidad.

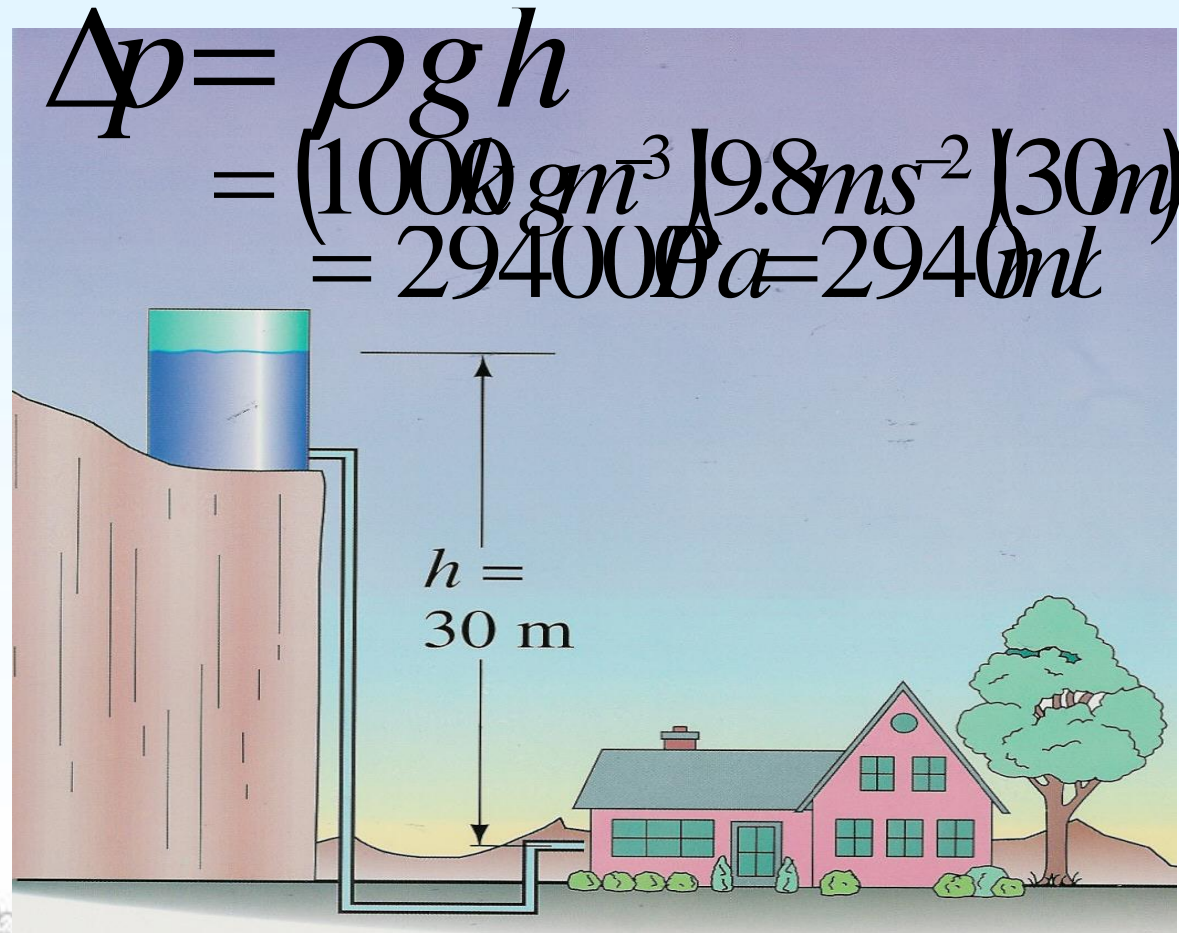


Una columna de agua



Aplicaciones Prácticas

La "Carga de presión" suele expresarse en metros.



Equilibrio Hidrostático (caso general, infinitésimo)

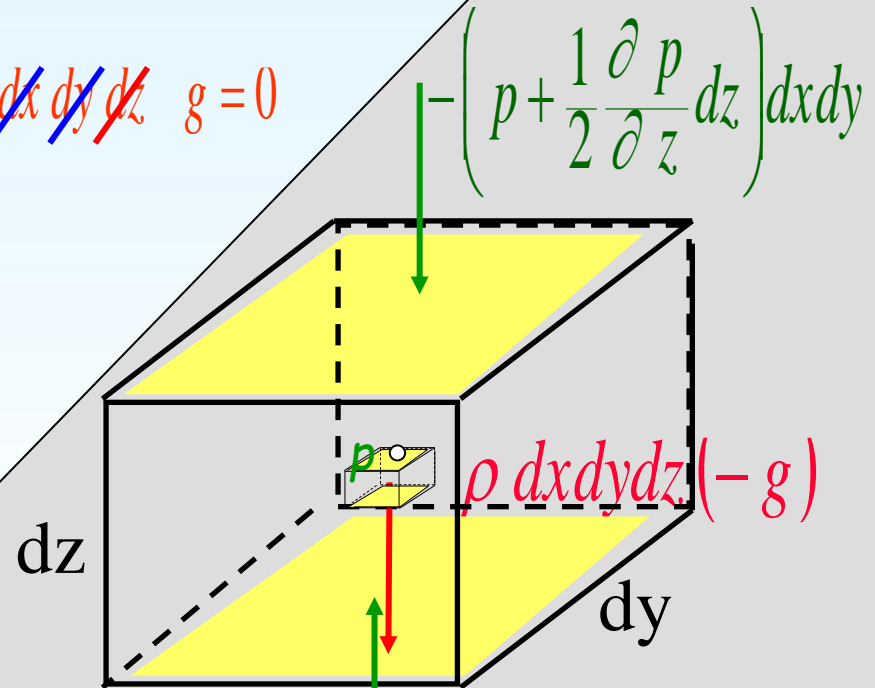
$$\sum F_i = 0$$

~~$$dx dy \left[\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) - \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) - \rho dx dy dz \right] g = 0$$~~

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$



Derivada parcial
de p respecto a z

$$\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy$$



Equilibrio Hidrostático y Compresibilidad

- En general, tenemos

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

- Para ρ constante,

$$p = p_0 + \rho g h$$

- Para muchos gases, en condiciones isotérmicas existe una relación interesante entre p y ρ :

- Entonces la ley general se simplifica en

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} dz \quad \int_{p_0}^p d \ln p = -\frac{\rho_0 g}{p_0} \int_0^h dz$$

Lección VII

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right)$$



La fuerza (específica) del gradiente de presión en general

- Hidrostática

- No hay fuerza horizontal $\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = 0$
- La vertical balanza la fuerza de la gravedad

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = -g$$

- Hidrodinámica

- Estas fuerzas pueden causar aceleraciones
- Importancia en la meteorología (vientos) y la oceanografía (corrientes)



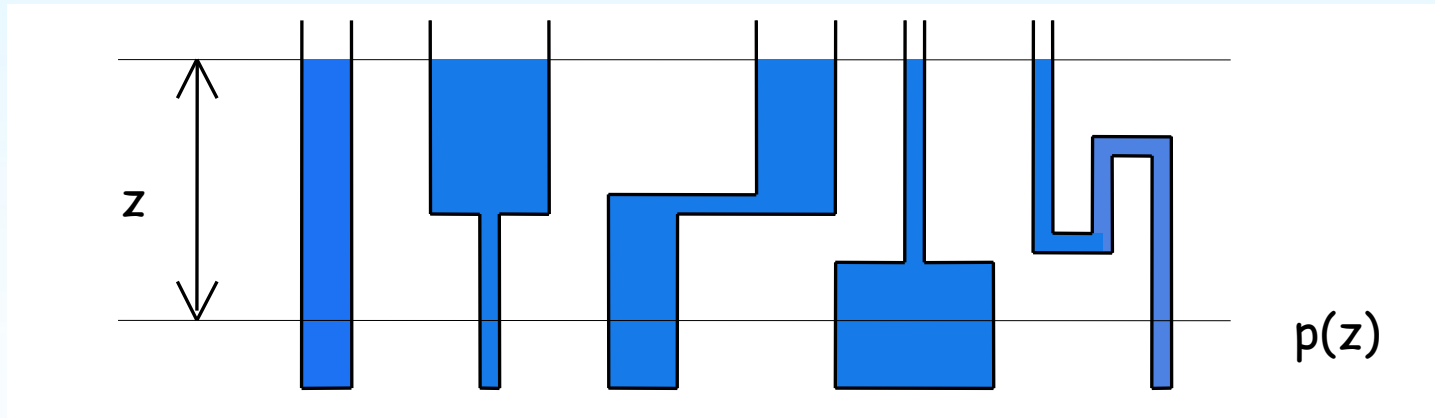
Fuera del objetivo de esta asignatura

Programa

- **II. ESTÁTICA DE FLUIDOS. (1h)**
- Introducción. Concepto de presión. Fuerzas másicas y superficiales. Gradiente de presión. Ecuación fundamental de la estática de fluidos. **Principio de Pascal. Estática de fluidos en campo gravitatorio.** Presión atmosférica. Manometría. Principio de Arquímedes. Flotación.



La presión hidrostática solo depende en z



Volvemos al caso incompresible (Líquidos)

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$p = p_0 + \rho gh$$

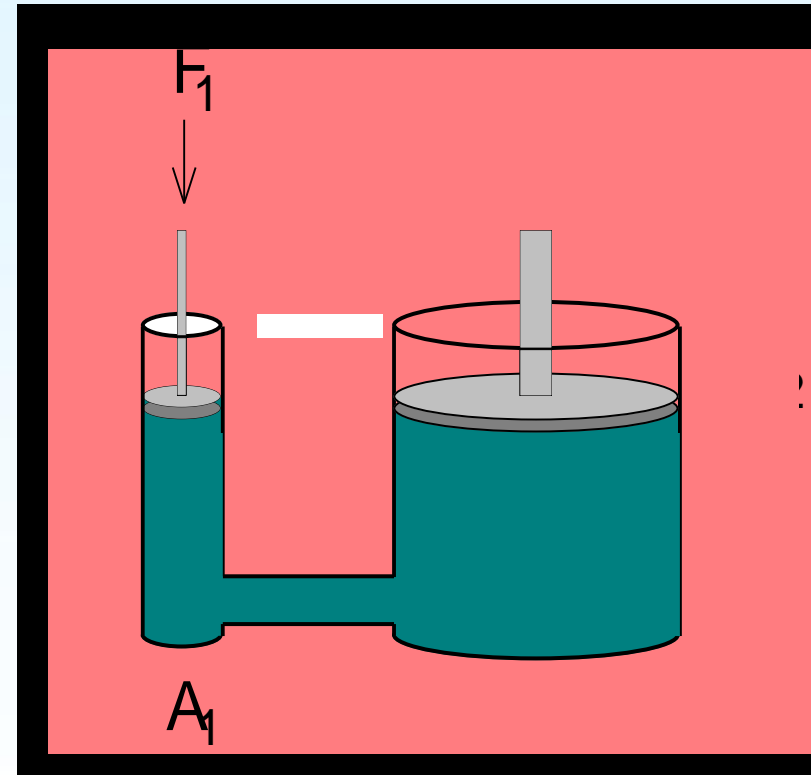
Si la presión p_0 sobre la superficie del líquido se aumenta en Δp , estas ecuaciones muestran que la presión en un punto arbitrario a una profundidad h también aumenta en Δp .

El Principio de Pascal



El Principio de Pascal

- Consideramos el sistema hidráulico en la imagen
- Se aplica la fuerza F_1 al pistón con área A_1 .
- El Principio de Pascal indica que la presión en el líquido aumenta por un valor de (F_1/A_1) en **todos puntos del líquido**
- La presión se transmite a través del líquido para crear la fuerza F_2 . ¿su magnitud?



$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$



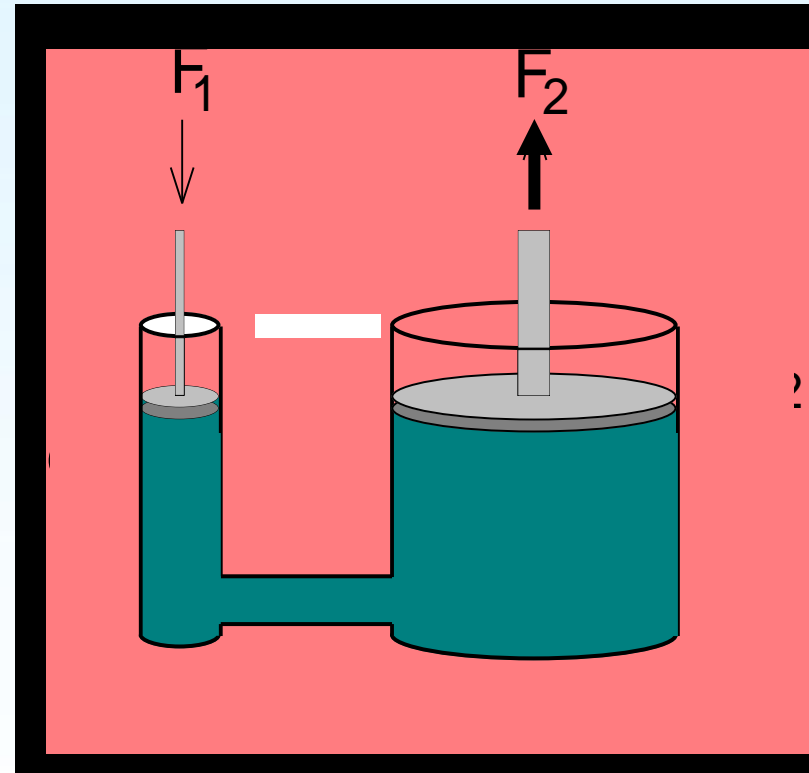
El Principio de Pascal

- El sistema hidráulico
- Tiene ganancia mecánica ("mechanical advantage"), como tiene un sistema de poleas

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

- Comprobamos que la energía se conserva
- El trabajo es el producto de una fuerza por un desplazamiento

$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$



Programa

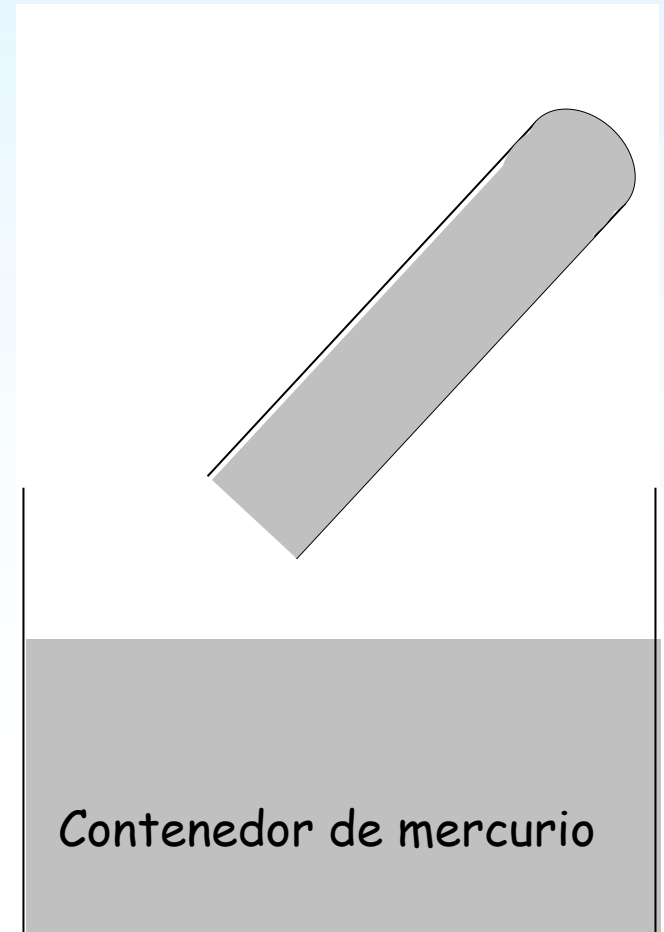
- **II. ESTÁTICA DE FLUIDOS. (1h)**
- Introducción. Concepto de presión. Fuerzas másicas y superficiales. Gradiente de presión. Ecuación fundamental de la estática de fluidos. Principio de Pascal. Estática de fluidos en campo gravitatorio. **Presión atmosférica. Manometría. Principio de Arquímedes. Flotación.**



Presión atmosférica

Barómetros

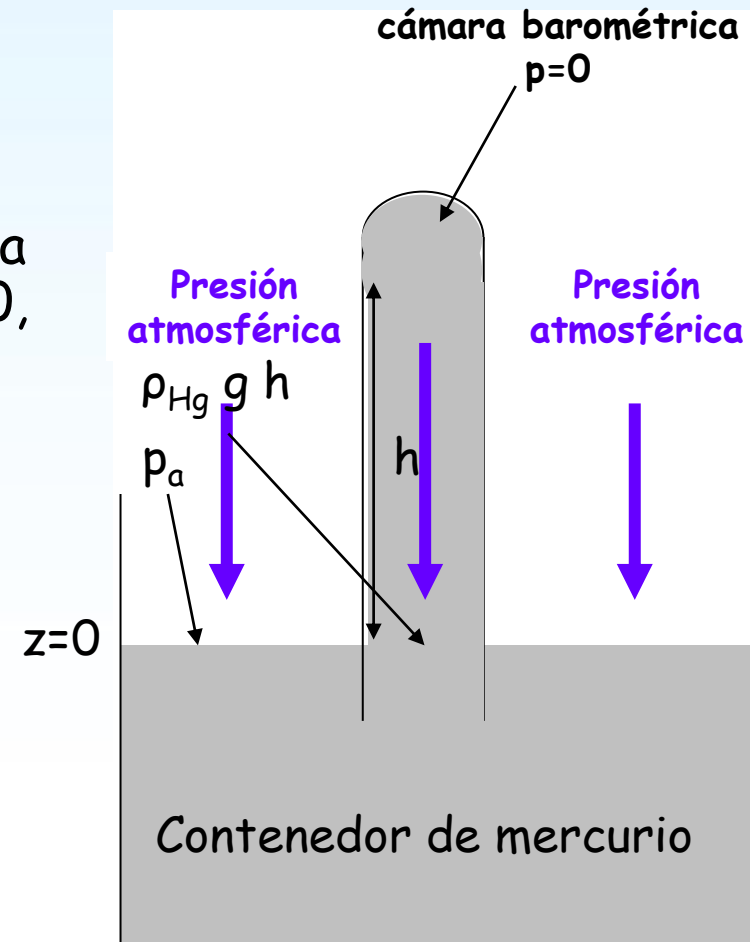
- Como la atmósfera tiene densidad variable, no resultó fácil calcular la presión atmosférica. Medirla sí...
- Torricelli inventó el barómetro en 1643
- Evitando que el mercurio (Hg) se vierta, invirtió un tubo de Hg e introdujo el extremo abierto en una cubeta de Hg.



Presión atmosférica

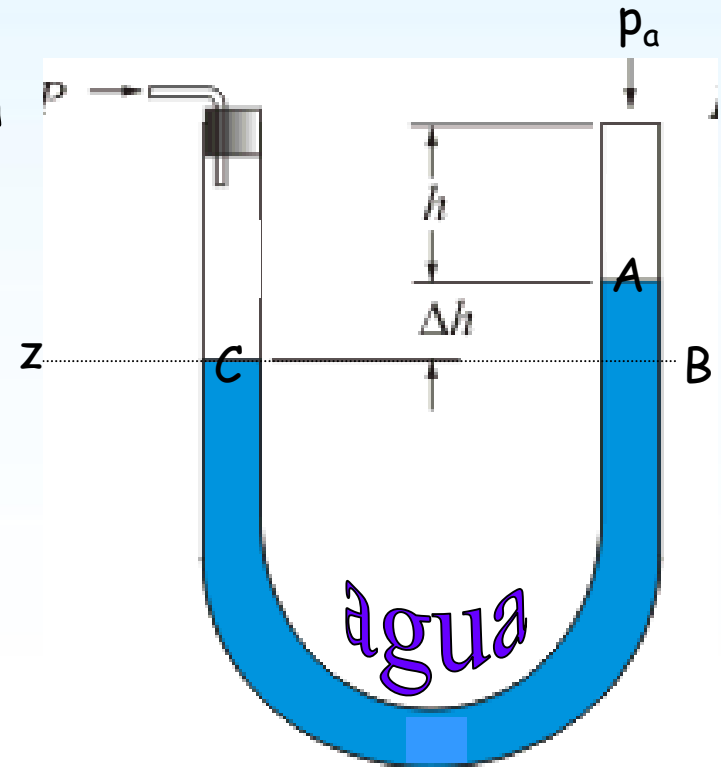
Barómetros

- Situando el tubo en posición vertical, se crea una diferencia de presión, situación de desequilibrio
- Esto hace que el Hg baja dentro del tubo, creando un vacío ($p \sim 0$, algo de $Hg_{(g)}$) encima del nivel h
- Con la situación estable (estática), reina el principio de Pascal: para la altura $z=0$, tenemos $p = \text{cte}$ en todos puntos del Hg
 - Fuera del tubo, p_a
 - Dentro del tubo, $\rho_{Hg} g h$
- Así, midiendo el nivel h , se puede estimar la presión atmosférica (p_a)

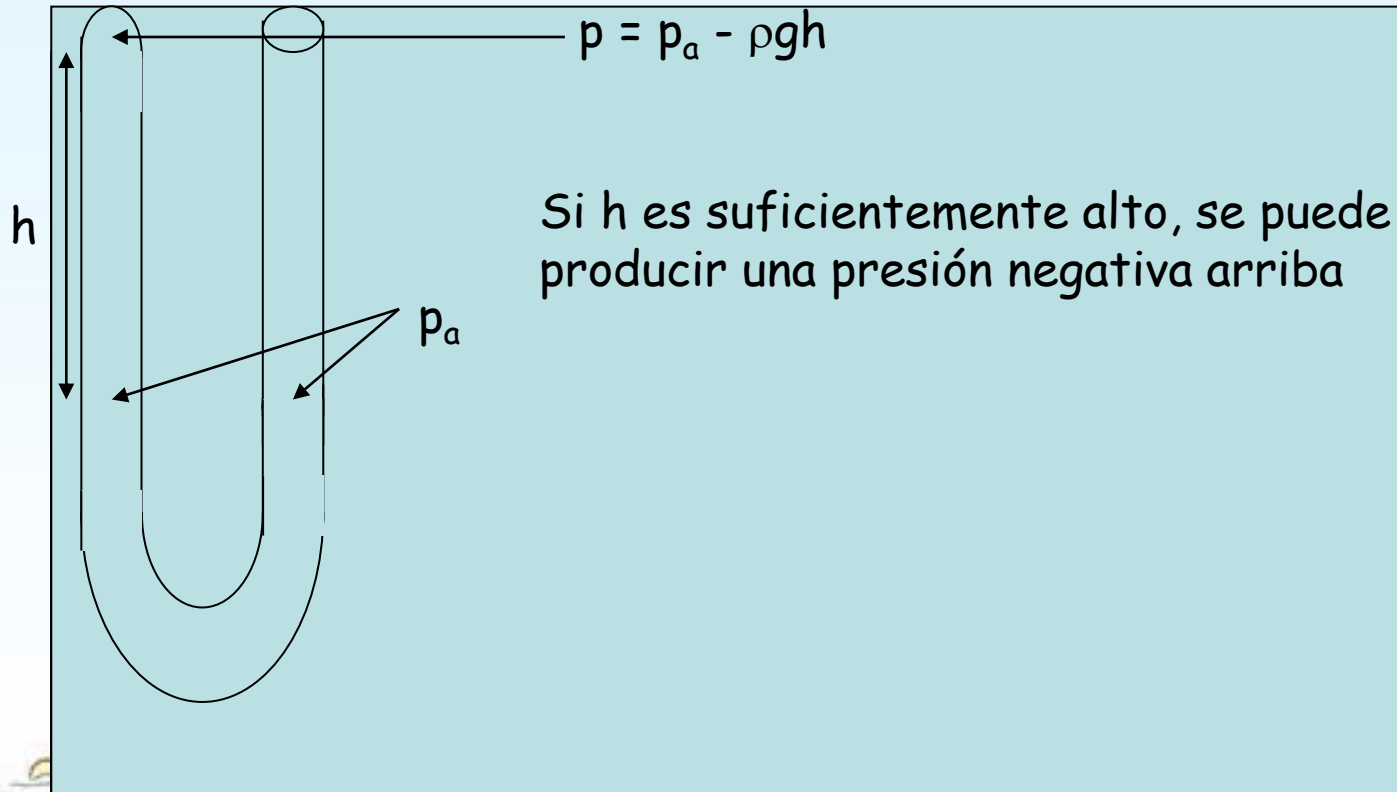


Más medidas de Presión: Manómetros

- Ya que sabemos la presión atmosférica (p_a , barómetro), la podemos usar como referencia para medir otros gases
- Si queremos medir la presión (en la fermentación de la cerveza o un proceso industrial), nos servimos de un manómetro
 - Presión en punto A: p_a
 - Pascal: la presión a la altura z es igual en todos puntos
 - B: $p_a + \rho_{\text{agua}} g \Delta h$
 - C: igual que B



¿Presión Negativa?



La Flotación

- ¿Una botella (tipo vino) cerrada con corcho flota cuando está
 - Llena de aire?
 - Llena de agua? (¿el vidrio flota?)
- ¿Porqué, y porqué no?
- ¿Se flota mejor en un lago (agua dulce), o en el mar?



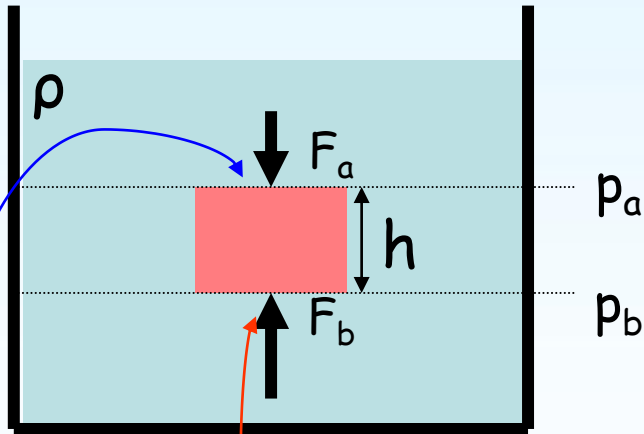
Principio de Arquímedes

- Todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta un empuje hacia arriba igual al peso del fluido (gas o líquido) desalojado.
- ¿Derivación? Directamente de la ecuación hidrostático...



Arquímedes desde Balanza de Fuerzas

Suponemos un objeto estacionario (fijo)



Área inferior (A)
Área superior (A)
(iguales)

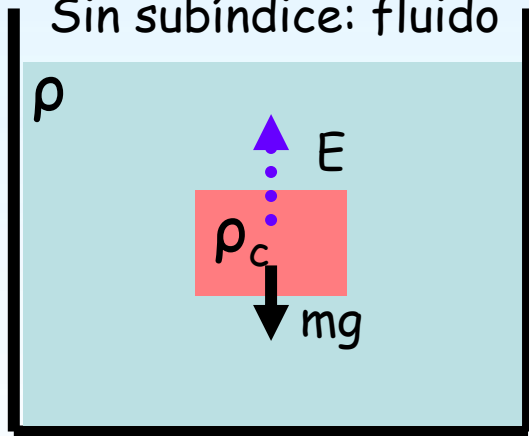
$$\begin{aligned} E &= F_b - F_a \\ &= p_b A - p_a A \\ &= (p_b - p_a) A \\ &= \rho g h A \\ &= \rho g V \end{aligned}$$



Destino de un cuerpo sumergido: Flotar/hundirse, según densidades

Suponemos un objeto libre a moverse

Subíndice c: cuerpo
Sin subíndice: fluido



$$\text{Peso: } P = m_c g = \rho_c V g$$

$$\text{Empuje: } E = m g = \rho V g$$

$$E - P = \rho V g - \rho_c V g$$

$$= (\rho - \rho_c) V g = ma$$

$$\sum F_i \neq 0$$

aceleración (a)

- $(\rho_c > \rho) \rightarrow (a < 0)$... acelera hacia abajo
- $(\rho_c < \rho) \rightarrow (a > 0)$... acelera hacia arriba
- $(\rho_c = \rho) \rightarrow (a = 0)$... estable (buceador)



Principio Arquímedes (78s)



Buzo de Descartes (26s)

"Cartesian diver"

- Al aumentar la presión
 - El gas dentro del buzo se comprime
 - El volumen disminuye
 - El agua desalojada disminuye
 - El empuje disminuye
 - El peso del gas no varia



Conceptos/Ecuaciones a Dominar

- Densidad:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- Presión : $p = \frac{F}{A}$

- Principio de Pascal (la hidráulica)

- Balance Hidrostático:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

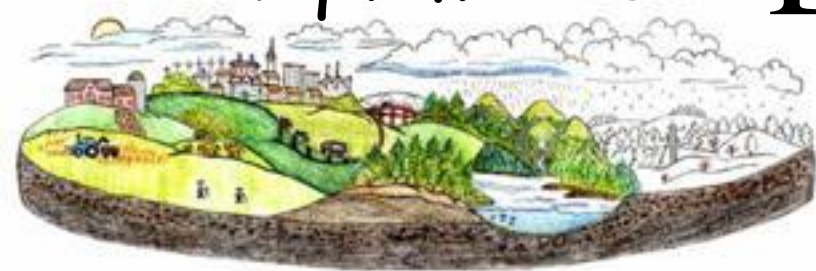
- Líquidos: $p = p_0 + \rho g h$

- Presión hidrostática

- Gases (isotérmicos):

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right)$$

- Arquímedes : $E = \rho g V$



Fin

