RELACIÓN DE PROBLEMAS 5

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE CCAA

Curso 2009-10

1. Calcular las siguientes integrales indefinidas:

1) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2}$	2) $\displaystyle\int (2x^2-5x+3)\,dx$	3) $\displaystyle\int \frac{x^3+5x^2-4}{x^2}\,dx$
4) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}}\,dx$	5) $\displaystyle\int \frac{dx}{2x-3}$	6) $\displaystyle\int e^{2x}\,dx$
7) $\displaystyle\int \frac{dx}{1+e^x}$	8) $\displaystyle\int \cos(3x)\,dx$	9) $\displaystyle\int \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}^3(x)}\,dx$
10) $\displaystyle\int \operatorname{tg}(x)\,dx$	11) $\displaystyle\int \operatorname{tg}^2(x)\,dx$	12) $\displaystyle\int x\operatorname{tg}(x^2)\,dx$
13) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$	14) $\displaystyle\int \frac{dx}{9+x^2}$	15) $\displaystyle\int \frac{dx}{4x^2+9}$
16) $\displaystyle\int \frac{x+1}{x^2-4x+8}\,dx$	17) $\displaystyle\int \frac{2x+3}{x^2+x+1}\,dx$	18) $\displaystyle\int x\operatorname{sen}(x)\,dx$
19) $\displaystyle\int \operatorname{arc}\operatorname{tg}(x)\,dx$	20) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-4}$	21) $\displaystyle\int x^2\ln(x)\,dx$
22) $\displaystyle\int \operatorname{arc}\operatorname{sen}(x)\,dx$	23) $\displaystyle\int x^2 e^{2x}\,dx$	24) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^2(x)\,dx$
25) $\displaystyle\int \frac{3x+5}{x^3-x^2-x+1}\,dx$	26) $\displaystyle\int \frac{3x^2+2x+3}{(x-1)^2(x+1)^2}\,dx$	27) $\displaystyle\int \frac{x^3}{x^3+2x^2+x+2}\,dx$
28) $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\cos(x)}$	29) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^4(3x)\cos^2(3x)\,dx$	30) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}\,dx$

2. El ritmo de crecimiento de una población de bacterias es proporcional a $\sqrt{t}$, donde t es el tiempo medido en días. El tamaño inicial de la población es de 500. Al cabo de un día, la población es de 600. Calcular la población a los 7 días.

3. *(Vaciado de un depósito)* En general, si un objeto es desplazado por una fuerza F a lo largo de una distancia D, el trabajo W realizado por esa fuerza se define como $W = FD$.

Supongamos ahora que tenemos un depósito cilíndrico, de $r = 5$ metros de radio y $h = 10$ metros de altura que está lleno de agua hasta 6 metros de profundidad (el agua se supone con densidad 1). Pretendemos calcular el trabajo necesario para vaciar el depósito por succión. Cada "capa"de altura t y grosor dt requiere un trabajo para ser vaciada de $2\pi r\,(10-t)\,dt$. Por tanto, el trabajo total quedará:

$$2\pi r \int_0^6 (10-t)\,dt.$$

Calcúlese dicha integral.

4. Calcular el área comprendida entre la gráfica $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje de abcisas.
5. Calcular el área comprendida entre las parábolas $y = 6x - x^2$ e $y = x^2 - 2x$.
6. Calcular el área comprendida entre las gráficas $y = e^x$ e $y = e^{-x}$, y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 2$.
7. Calcular la longitud de la curva $y = \frac{2(x-1)^{3/2}}{3}$ en el intervalo $[1,4]$.
8. Calcular la longitud de la curva $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln(x)}{2}$ en el intervalo $[1,e]$.
9. Calcular la longitud de la curva $y = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$ en el intervalo $[0,1]$.
10. Calcular el volumen del sólido de revolución generado al girar alrededor del eje de abcisas la curva $y = \operatorname{sen}(x) + \cos(x)$ en el intervalo $[0,\pi/2]$.
11. Calcular el volumen del sólido de revolución generado al girar alrededor del eje de abcisas la curva $y = \operatorname{sen}(x)$ en el intervalo $[0,2\pi]$.
12. Calcular el volumen del sólido de revolución generado al girar alrededor del eje de ordenadas la curva $y = \operatorname{sen}(x)$ en el intervalo $[0,2\pi]$.
13. Calcular el volumen del sólido de revolución generado al girar alrededor del eje de abcisas la curva $y = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$ en el intervalo $[-1,1]$.
14. Calcular el área y el volumen de un cilindro de altura h y radio r.
15. Calcular el área y el volumen de un cono circular recto de altura h y de radio r.