Matemáticas I - 1º Grado en Ingeniería Electrónica Industrial
Relación de Ejercicios 6

(1) Demostrar que
$$S = \{(u, v, w) \in \mathbb{R}^3 \colon w = e^u\} \subset \mathbb{R}^3$$
es una superficie regular. Calcular el plano tangente a S en un punto arbitrario (u, v, e^u), y un campo normal $N \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ a la superficie S.

(2) Sea $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función diferenciable. Demostrar que
$$S = \{(u, v, w) \in \mathbb{R}^3 \colon w = f(u)\} \subset \mathbb{R}^3$$
es una superficie regular. Calcular el plano tangente a S en un punto arbitrario $(u, v, f(u))$, y un campo normal $N \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ a la superficie S.

(3) Demostrar que
$$S = \{(u, v, w) \in \mathbb{R}^3 \colon u^2 + v^2 - w^2 = -1\} \subset \mathbb{R}^3$$
es una superficie regular. Calcular el plano tangente a S en un punto arbitrario (u, v, w), y un campo de vectores normal a la superficie S.

(4) Considerar el siguiente grafo parametrizado:
$$X : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad X(u, v) = (u\ ,\ v\ ,\ u^2 - v^2).$$
(a) Demostrar que $S = X(U)$ es una superficie regular.
(b) Calcular el plano tangente a S en un punto $p = X(u, v)$.
(c) Calcular un campo de vectores normal a S, es decir, una aplicación de Gauss.

(5) Considerar la siguiente parametrización de la catenoide:
$$X : \mathbb{R}\times]0, 2\pi[\to \mathbb{R}^3, \quad X(u, v) = \left(\frac{e^v + e^{-v}}{2}\cos(u)\ ,\ \frac{e^v + e^{-v}}{2}\sin(u)\ ,\ v\right).$$
(a) Demostrar que $S = X(U)$ es una superficie regular.
(b) Escribir S como una superficie de rotación.
(c) Calcular el plano tangente a S en un punto $p = X(u, v)$.
(d) Calcular un campo de vectores normal a S, es decir, una aplicación de Gauss.