NOTA: La prueba ha de entregarse escrita a mano.
Por favor, nombre y 2 apellidos arriba a la izquierda (1ª pg.)
FIRMA: arriba a la derecha, en la 1ª página.

A. Cañada. V.C.I. Prueba del 21/12/2020

① Calcula $\displaystyle\int_\gamma \frac{\operatorname{Sen}^2 z - e^z}{z^2-16}\,dz$

3 puntos

donde $\gamma^* = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{(x-1)^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \right\}$

(elipse recorrida una vez, en sentido positivo)

② Calcula $\displaystyle\int_\gamma \frac{2z^3+\cos(3z)}{z^4}\,dz$ (Numerador: $2z^3+\cos(3z)$ Denominador: z^4)

3 puntos

donde $\gamma^* = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 = 1 \}$

(circunferencia, recorrida una vez, en sentido positivo)

ATENCIÓN: Elige la pregunta ③ o la ④ (¡Solo una de ellas!)

③ Sea $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, entera t.q. $\lim_{z\to\infty} f(z) = \infty$

4 puntos

Demuestra que $\exists\, z_0 \in \mathbb{C}$ t.q. $f(z_0) = 0$

④ Sea $f : \Omega \to \mathbb{C}$ holomorfa, γ cerrada, simple, C^1_{tr}, t.q. $\Omega \supset \gamma^* \cup I(\gamma)$. Demuestra que

4 puntos

si $z_0 \notin \gamma^*$, entonces

$$\int_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^2}\,dz = \int_\gamma \frac{f'(z)}{z-z_0}\,dz$$

NOTA: - Todas las respuestas han de ser razonadas.

- Cualquier resultado teórico, $\boxed{\text{mostrado en clase}}$, puede usarse (esté demostrado o no)
- Si se entregan las preguntas ③ y ④, no se corregirá ninguna de ellas