

Variable Compleja I, Grado en Matemáticas, Grupo A

21/12/2021

3'5 puntos

① Sea R el cuadrado de vértices

$$-3-3i, 3-3i, 3+3i, -3+3i$$

y $\gamma = \partial(R)$, recorrida en sentido positivo.

Calcula, razonadamente

$$\int_{\gamma} \left[\frac{\operatorname{sen} z}{z^2 + 3z - 4} + \frac{z^3}{z^2 - 3iz + 4} \right] dz$$

1'5

② Sea $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, una función entera, tal que la función derivada n -ésima $f^{(n)}: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, para algún $n \in \mathbb{N}$ es acotada.

Demuestra que f es un polinomio de grado $\leq n$.

3'5

③ Si $a \in \mathbb{R}^+$, calcula

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^2} dx$$

1'5

④ Calcula la serie de Laurent de la función

$$f(z) = \frac{\operatorname{sen}(2z)}{z^4}, \text{ alrededor de } z=0. \text{ Calcula,}$$

también, el residuo de f en $z=0$.

