

**ANÁLISIS VECTORIAL**  
PRUEBA PARCIAL, 3/NOVIEMBRE/2017

1. **(2 puntos)** Sea  $\Omega$  un abierto de  $\mathbf{R}^n$ , conexo (y por tanto, conexo por arcos que son  $C_{tr}^1$ ) y  $F : \Omega \rightarrow \mathbf{R}^n$  un campo vectorial continuo en  $\Omega$ . Supongamos que  $\forall P, Q \in \Omega$  y que para cualquier camino  $\gamma$  contenido en  $\Omega$ , que sea  $C_{tr}^1$ , desde  $P$  hasta  $Q$ , la integral de línea

$$\int_{\gamma} F \cdot d\gamma$$

es independiente de  $\gamma$ . Pruébese que  $F$  es conservativo en  $\Omega$ .

2. Sea  $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  definido como  $F(x, y, z) = (2xy + z^3, x^2, 3xz^2)$ ,  $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ .
- (a) **(1 punto)** Demuéstrese que  $F$  es irrotacional.
  - (b) **(2 puntos)** Encuéntrese alguna función potencial para  $F$ .
  - (c) **(1 punto)** Encuéntrese el valor de la integral de línea del campo  $F$  a través de cualquier camino  $C_{tr}^1$  desde  $(1, -2, 1)$  hasta  $(3, 1, 4)$ .
3. (a) **(2 puntos)** Enúnciense el Teorema de Green y el Teorema de la divergencia (en ambos casos, versión curva de Jordan), explicando el significado de los diferentes conceptos de integral que aparecen en ambos.
- (b) **(2 puntos)** Pruébese que ambos teoremas son equivalentes.