ANÁLISIS VECTORIAL

PRUEBA PARCIAL, 22/DICIEMBRE/2017

1. (a) **(1.5 puntos)** Interpretación geométrica de la divergencia en dimensión tres: enunciado y demostración.

   (b) **(0.5 puntos)** Interpretación geométrica de la divergencia en dimensión dos: enunciado (con una breve explicación de los conceptos que aparecen en dicha interpretación geométrica).

2. **(4 puntos)** Calcúlese la integral de superficie

$$\int_S f(x,y,z)dS$$

donde: $f : \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}$ es el campo escalar definido como $f(x,y,z) = 2x+z,\ \forall\,(x,y,z) \in \mathrm{R}^3$ y S es la superficie

$$S = \{(x,y,z) \in \mathrm{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 4,\ x \geq 0, y \geq 0\}$$

3. Sean los campos vectoriales:

$$F : \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^3,\ F(x,y,z) = (2x, 3y, 5z+6x),$$
$$G : \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^3,\ G(x,y,z) = (3x+4z^2, 2y+5x, 5z)$$

   (a) **(1.5 puntos)** Si Ω es la bola abierta en R^3, centrada en $(0,0,0)$ y de radio 1, pruébese, sin calcular explícitamente las integrales que aparecen a continuación, que

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot dS = \int_{\partial\Omega} G \cdot dS$$

   donde $\partial\Omega$ es la frontera topológica de Ω.

   (b) **(2.5 puntos)** Describe, lo más ampliamente posible, el tipo de campos vectoriales F y G y el tipo de subconjuntos Ω de R^3 para los que es válida la conclusión del apartado anterior, dando un razonamiento adecuado de ello.