ANÁLISIS VECTORIAL

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA, 7/FEBRERO/2019

1. (a) **(0.5+0.5 puntos)** Sea Ω un abierto de $\mathbf{R}^n$ y $F : \Omega \to \mathbf{R}^n$ un campo vectorial continuo en Ω. Si $\gamma : [a, b] \to \Omega$ es un camino $C^1_{tr}[a, b]$ defínase con precisión

$$\int_\gamma F{\cdot}d\gamma$$

dando una interpretación física de la anterior integral.

   (b) **(1 punto)** Si F es conservativo en Ω y $f \in C^1(\Omega, \mathbf{R})$ es una función potencial para F en Ω, demuéstrese que

$$\int_\gamma F{\cdot}d\gamma = f(\gamma(b)) - f(\gamma(a))$$

   (c) **(2.5 puntos)** Sea el campo gravitacional

$$F : \mathbf{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \to \mathbf{R}^3,\ (x, y, z) \to -\frac{(x, y, z)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Encuéntrese una función potencial f para F.

   (d) **(0.5 puntos)** Teniendo en cuenta los apartados anteriores, calcúlese el trabajo realizado por el campo F anterior, al mover una partícula desde $(3, 4, 12)$ hasta $(2, 2, 0)$ a lo largo de cualquier camino arbitrario C^1_{tr} cuya imagen esté contenida en $\mathbf{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$.

2. (a) **(1 punto)** Enúnciese con precisión el Teorema de la divergencia en $\mathbf{R}^n$.

   (b) **(2+2 puntos)** Verifíquese el Teorema anterior para el campo vectorial

$$F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3,\ (x, y, z) \to (x^3, y^3, z^3)$$

y para el abierto

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 < 1, 0 < z < 2\}$$