

Guía docente de la asignatura

**Análisis Funcional (297114D)**

Fecha de aprobación: 24/05/2022

<b>Grado</b>	Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas	<b>Rama</b>	Ingeniería y Arquitectura				
<b>Módulo</b>	Formación Obligatoria Matemáticas	<b>Materia</b>	Análisis Funcional				
<b>Curso</b>	4 <sup>o</sup>	<b>Semestre</b>	1 <sup>o</sup>	<b>Créditos</b>	6	<b>Tipo</b>	Obligatoria

**PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES**

Tener cursadas las asignaturas básicas y obligatorias de los dos primeros cursos del Grado de Matemáticas

**BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)**

- Espacios normados
- Espacios de Hilbert
- Operadores compactos en espacios de Hilbert
- Dualidad en espacios normados
- Topologías débiles

**COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA****RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)**

- Usar los conceptos de sucesión convergente y de sucesión de Cauchy en espacios normados de sucesiones y de funciones.
- Usar las desigualdades de Hölder y de Minkowski en casos concretos.
- Probar la continuidad y calcular la norma de algunos operadores lineales sencillos entre espacios normados.
- Describir el espacio dual de algunos espacios normados sencillos.
- Usar el método de Gram-Schmidt para obtener un sistema ortonormal a partir de un conjunto de vectores linealmente independientes
- Calcular, en casos concretos, la proyección ortogonal sobre un subespacio cerrado de un espacio de Hilbert.
- Calcular el desarrollo de Fourier respecto del sistema trigonométrico de algunas funciones sencillas y usar la igualdad de Bessel para sumar algunas series de números

reales.

- Estudiar algunos ejemplos sencillos de operadores compactos relacionados con ecuaciones diferenciales e integrales.
- Calcular el operador adjunto de algunos operadores sencillos en espacios de Hilbert.
- Calcular en casos sencillos una extensión Hahn-Banach de un funcional lineal.
- Comprobar la reflexividad de algunos espacios de Banach sencillos.
- Utilizar el Principio de Acotación Uniforme para probar algunos resultados para series numéricas.
- Formular las topologías débil y débil-\* en algunos espacios de sucesiones.

## PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

### TEÓRICO

#### Tema 1. Espacios normados.

Conceptos básicos y ejemplos.

Completitud. Teorema del punto fijo de Banach. Operadores y funcionales lineales continuos.

Subespacios complementados. Cociente de espacios normados.

Dual de un espacio normado. Ejemplos. Espacios normados de dimensión finita.

#### Tema 2. Espacios de Hilbert.

Productos escalares. Espacios prehilbertianos.

Proyección sobre un convexo cerrado. Teorema de la proyección ortogonal. Teorema de Riesz-Fréchet. Dual de un espacio de Hilbert.

Bases ortonormales.

Operadores en espacios de Hilbert. Operadores compactos.

#### Tema 3. El teorema de Hahn-Banach.

El Teorema de Hahn-Banach: forma analítica y geométrica. Separación de conjuntos convexos.

Dualidad en espacios normados.

Bidual de un espacio normado. Espacios reflexivos.

La topología débil de un espacio normado y la topología débil-\* de su dual.

#### Tema 4: El principio de acotación uniforme y el teorema de la gráfica cerrada.

Lema de categoría de Baire.

El Teorema de Banach-Steinhaus. Aplicaciones.

Teoremas de la aplicación abierta y de la gráfica cerrada.

## PRÁCTICO

Las prácticas de esta asignatura consisten en la resolución de ejercicios y problemas relacionados con los contenidos teóricos.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

BREZIS, H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Springer, 2011.

MacCLUER, B.D.: Elementary Functional Analysis. Springer, 2009.

Apuntes del Prof. Rafael Payá: <https://www.ugr.es/~rpaya/cursosanteriores.htm>

Apuntes del Prof. Javier Pérez: <https://www.ugr.es/~fjperez/apuntes.html>

RINNE, P.R.; YOUNGSON, M.A.: Linear Functional Analysis. 2nd ed. Springer, 2008.

WILLEM, M.: Functional Analysis. Fundamentals and Applications. Birkhäuser, 2010.

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

BERBERIAN, S.K.: Lectures in Functional Analysis and Operator Theory. Springer-Verlag, New York, 1974.

CONWAY, J.K.: A Course in Functional Analysis, Springer-Verlag. New York, 1990.

DIEUDONNÉ, J.: History of Functional Analysis. North-Holland, Amsterdam, 1981.

RUDIN, W.: Functional Analysis. McGraw-Hill, New York, 1973.

## ENLACES RECOMENDADOS

<http://mathworld.wolfram.com/topics/FunctionalAnalysis.html>

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/index.html>

[https://encyclopediaofmath.org/wiki/Functional\\_analysis](https://encyclopediaofmath.org/wiki/Functional_analysis)

## METODOLOGÍA DOCENTE

## EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

### EVALUACIÓN ORDINARIA

Se seguirá un método de evaluación continua que consistirá en la realización de dos pruebas parciales y un examen final. La asistencia a clase es voluntaria. Las pruebas parciales, a realizar en fecha que se fijará con suficiente antelación, serán escritas y consistirán en la resolución de ejercicios y problemas así como cuestiones teóricas sobre la parte del programa explicado hasta la fecha de realización de la prueba. Se realizarán de manera presencial. Cada una de estas dos pruebas aportará un 25% de la calificación final. Para la valoración global de los conocimientos asimilados y de las competencias adquiridas por los estudiantes, se realizará un examen final en la fecha establecida oficialmente para ello. Este examen será escrito, de carácter teórico y práctico, y comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La puntuación de este examen representará el 50% de la calificación final. La calificación final se expresará numéricamente como resultado de la ponderación indicada.

### EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Se realizará un único examen escrito, de carácter teórico y práctico, que comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La puntuación obtenida en este examen representará el 100% de la calificación.

### EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Los estudiantes que, siguiendo la normativa de la UGR en los términos y plazos que en ella se exigen, se acojan para su evaluación a la modalidad de Evaluación Única Final, realizarán un único examen escrito que constará de teoría y problemas, que comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La calificación obtenida en dicho examen representará el 100% de la calificación final.