ANÁLISIS FUNCIONAL, 15/12/2021

Doble grado en Ingeniería Inf. y Matemáticas

① Sea $g: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$, definida como:

$$g(a,b,c) = \int_0^1 \left| e^{3x} - a - b e^{x} - c e^{2x} \right|^2 dx$$

2 puntos
1) Demuestra que $\exists!\ (a_0, b_0, c_0) \in \mathbb{R}^3$ t.q.

$$g(a_0, b_0, c_0) \leq g(a,b,c), \ \forall (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$$

(Sugerencia: interpreta esta cuestión desde el punto de vista del A.F. enunciando el Teorema adecuado explicado en clase)

2 puntos
2) Escribe, razonadamente, el sistema lineal 3×3 que debe satisfacer (a_0, b_0, c_0) (No es necesario resolver el sistema)

2 puntos
② Sea el elipsoide $A = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{e} + \frac{y^2}{\pi} + z^2 = 1 \right\}$

Define un producto escalar en $\mathbb{R}^3$ tal que si $\|\cdot\|$ es la norma derivada de dicho producto escalar, entonces A es la esfera unidad para $(\mathbb{R}^3, \|\cdot\|)$.

③ 2 puntos
a) Enunciado del Teorema de Hahn-Banach.

2 Puntos
b) Como aplicación, prueba que si $(X, \|\cdot\|)$ es un e. normado, entonces, dados dos elementos distintos $a, b \in X$, existe $L: X \to \mathbb{R}$, lineal y continua, t.q. $L(a) \neq L(b)$.