Análisis de Fourier, control de evaluación continua.
Grado en Matemáticas, 4° curso.

1. (**2 puntos**). Elegir **uno** de estos dos temas para desarrollar brevemente:

   (a) Muestras discretas. De las Series de Fourier en $[0, L]$ a la DFT y la DCT en muestras con L datos (siendo $L \in \mathbb{N}$).

   (b) Las sumas de Fèjer. Definición y sus implicaciones sobre la convergencia uniforme y sobre el fenómeno de Gibbs.

2. (**3 puntos**). Transformada de Fourier:

   (a) Definición.

   (b) Probar que si $f \in L^1(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ entonces $\widehat{f}$ es acotada y uniformemente continua.

   (c) Dada $f \in L^1(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ y $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq 0$, definimos $g(x) = f(\lambda x + \mu)$. Expresar $\widehat{g}$ en términos de $\widehat{f}$

3. (**3 puntos**). Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = e^x \ \chi_{[-\infty,0]} = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0, \\ 0 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

   (a) Antes de calcular $\widehat{f}$, responder **razonadamente** a estas cuestiones: ¿$\widehat{f} \in L^1$? ¿$\widehat{f}$ es real?

   (b) Calcular $\widehat{f}$.

4. (**2 puntos**). Usando Transformadas de Fourier, calcular:

$$\int_0^{+\infty} \frac{3\cos(5x)}{1+x^2} \, dx.$$

En Granada, a 23 de enero de 2015.