Análisis de Fourier, Grado en Matemáticas.
Segundo control de evaluación continua.

1. **[2,5 p.]** Elige **UNO de estos tres** temas para desarrollar brevemente:

   a) Proceso de muestreo de funciones, y aproximación por sumas de Riemann de las integrales que aparecen en el cálculo de coeficientes de Fourier. Deducir la expresión matricial de la DCT en muestras con N datos (siendo $N \in \mathbb{N}$).

   b) El fenómeno de Gibbs en las series de Fourier. Las sumas de Fejér y su comportamiento respecto a la convergencia uniforme y al fenómeno de Gibbs.

   c) Teorema de inversión de la Transformada de Fourier en $L^1(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ y consecuencias.

2. **[3,5 p.]** Completa estos enunciados de propiedades analíticas de la transformada de Fourier, demostrando solamente el apartado *"c"*:

   a) **[0,5 p.]** Sobre continuidad y acotación de $\hat{f}$ ...

   b) **[0,5 p.]** Si f y f' son integrables, entonces ...

   c) **[1 p.]** Si $f(x)$ y $h(x) = xf(x)$ son integrables, entonces ...

   d) **[0,5 p.]** Lema de Riemann-Lebesgue: ...

   [1 p.] En las condiciones del apartado *"c"*, y dado $\lambda \neq 0$, expresa la transformada de $\varphi(x) = xf(\lambda x)$ en términos de $\hat{f}$.

3. **[4 p.]** Conocida la transformada de $f(x) = e^{-2\pi|x|}$,

   a) **[2 p.]** Obtener la transformada de $\varphi(x) = xe^{-a|x|}$, donde $a > 0$ (**recomendación:** usa el ejercicio anterior).

   b) **[2 p.]** Como consecuencia, calcular el valor de:

   $$\int_0^{+\infty} xe^{-ax} \operatorname{sen}(bx)\, dx,$$

   donde a y b son constantes reales, $a > 0$.

En Granada, enero de 2015.