

ANÁLISIS DE FOURIER, GRADO EN MATEMÁTICAS

Cuarto curso, 01/09/2015

1. (a) Enúnciese el criterio de Dini, sobre convergencia puntual de series de Fourier respecto de la base trigonométrica de $L^2(-\pi, \pi)$.
- (b) Dar un ejemplo de una función (que no sea un polinomio trigonométrico), que satisfaga el criterio anterior en cualquier punto real, justificando brevemente la respuesta.
- (c) Dar un ejemplo de una función 2π -periódica, que no satisfaga el criterio anterior en algún punto real, justificando brevemente la respuesta.
- (d) ¿Es posible el desarrollo de Fourier de la función $f(x) = \cos x$ respecto de la base de $L^2(0, \pi)$ dada por $\{(2/\pi)^{1/2} \sin(n \cdot)\}$, $n \in \mathbb{N}$? Si la respuesta es negativa, justifíquese brevemente. Si es afirmativa, calcúlese el desarrollo de Fourier correspondiente.
- (e) Enúnciese un criterio de convergencia tipo Dini para la base del apartado anterior.

ANÁLISIS DE FOURIER, GRADO EN MATEMÁTICAS

Cuarto curso, 01/09/2015

2. (a) Elegir **uno** de estos dos temas para desarrollar brevemente:
- i. Muestras discretas. De las Series de Fourier en $[0, L]$ a la DFT y la DCT en muestras con L datos (siendo $L \in \mathbb{N}$).
 - ii. Las sumas de Fèjér. Definición y sus implicaciones sobre la convergencia uniforme y sobre el fenómeno de Gibbs.

- (b) Usando Transformadas de Fourier, calcular:

$$\int_0^{+\infty} e^{-ax} \cos(bx) dx,$$

donde a y b son constantes reales, con $a > 0$.