FÍSICA MATEMÁTICA (EDP y EI), LICENCIATURA EN FÍSICA

Segundo curso, examen parcial, 07/06/2010.

1. (3 puntos)

   Sea $\omega = \{(x, y) \in \mathrm{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ y $T > 0$ dado. Definamos

   $$\Omega = \{(x, y, t) \in \mathrm{R}^3 : \ (x, y) \in \omega, \ 0 < t \leq T\}$$

   (a) (1 punto) Defínase adecuadamente $\partial_1\Omega$, la frontera parabólica de Ω.

   (b) (2 puntos) Demuéstrese que para cualquier función $u \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ que verifique

   $$u_t(x, y, t) - \Delta_{(x,y)} \ u(x, y, t) > 0, \ \forall \ (x, y, t) \in \Omega,$$

   se tiene

   $$\min_{\overline{\Omega}} \ u = \min_{\partial_1\Omega} \ u.$$

2. (4 puntos)

   Aplíquese de manera razonada el método de separación de variables, para encontrar la fórmula que proporcionaría la única solución del problema de contorno

   $$\begin{array}{c} u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = 0, \ 0 < x < \pi, \ 0 < y < \pi, \\ u(x, 0) = 0, \ u(x, \pi) = x(\pi - x), \ x \leq 0 \leq \pi, \\ u(0, y) = 0, \ = u(\pi, y) = 0, \ 0 \leq y \leq \pi. \end{array} \qquad (1)$$

3. A elegir uno de los dos apartados siguientes:

   (a) (2 puntos) Calcúlese la única solución acotada del problema de valores iniciales

   $$\begin{array}{c} u_t(x, t) = u_{xx}(x, t), \ \forall \ x \in \mathbf{R}, \forall \ t > 0, \\ u(x, 0) = e^{-5x^2}, \ \forall \ x \in \mathbf{R}. \end{array}$$

   (b) (3 puntos) Calcúlese la única solución acotada del problema de valores iniciales

   $$\begin{array}{c} u_t(x, t) = u_{xx}(x, t), \ \forall \ x \in \mathbf{R}, \forall \ t > 0, \\ u(x, 0) = e^{-5x^2 + \mu x}, \ \forall \ x \in \mathbf{R}, \end{array}$$

   donde μ es un número real dado.