FÍSICA MATEMÁTICA (EDP y EI), LICENCIATURA EN FÍSICA

Segundo curso, segundo examen parcial, 02/06/2009.

1. (**3.5 puntos**) Calcúlese la única solución de

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} &= \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, && 0 \le x \le \pi,\ 0 < t \le T, \\
u(0,t) &= u(\pi,t) = 0, && 0 \le t \le T, \\
u(x,0) &= 2\mathrm{sen}^3 x - 7\mathrm{sen} x, && 0 \le x \le \pi,
\end{aligned}
$$

2. **(3.5 puntos)** Aplíquese el método de separación de variables para resolver el problema de contorno

$$
\begin{gathered}
u_{xx} + u_{yy} = 0,\ x^2 + y^2 < 1 \\
u(x,y) = -3x^2 + 2y^2,\ x^2 + y^2 = 1
\end{gathered}
$$

1. (**1 punto**) Sea $\{a_n\}$ una sucesión de números reales acotada. Demuéstrese rigurosamente que la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \ \mathrm{sen}(\frac{2n-1}{2}x)e^{-(\frac{2n-1}{2})^2 t} = u(x,t) \tag{1}$$

es convergente para $t > 0$.

2. (**1 punto**) Si, además, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 |a_n|$ es convergente, demuéstrese que la función u definida en (1) es de clase C^1 en $\overline{\Omega}$, donde $\Omega = \{(x,t) \in \mathrm{R}^2 : t > 0\}$.

3. (**1 punto**) Bajo las hipótesis del apartado anterior, para cada $T > 0$ dado escríbase con precisión, el problema de tipo mixto que verifica la función u en $[0,\pi] \times [0,T]$, incluyendo las condiciones de contorno y las condiciones en el tiempo inicial $t = 0$.