Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada
Ecuaciones en Derivadas Parciales
Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos. Tercer curso, 21/12/2004

1. (**Valor total del ejercicio: 5 puntos**)

   (a) (**1 punto**) Escríbase de manera precisa la formulación de **problema de Cauchy para la ecuación del calor $n-$dimensional**, así como el concepto de solución del mismo.

   (b) (**1 punto**) Enúnciese un teorema de existencia y unicidad de soluciones del problema de Cauchy anterior, proporcionando además la fórmula que da la única solución.

   (c) (**3 puntos**) Calcúlese la única solución acotada del problema de Cauchy

$$\begin{array}{c} u_t(x,t) = u_{xx}(x,t),\ x \in \mathrm{R},\ t > 0, \\ u(x,0) = \exp(-3x^2),\ x \in \mathrm{R}. \end{array} \tag{1}$$

2. (**Valor total del ejercicio: 5 puntos**)

   (a) (**1 punto**) Escríbase de manera precisa la formulación del **primer problema de tipo mixto para la ecuación de ondas unidimensional**, así como el concepto de solución del mismo.

   (b) (**1 punto**) Enúnciese un teorema de existencia y unicidad de soluciones del problema de tipo mixto anterior, proporcionando además la fórmula que da la única solución .

   (c) (**3 puntos**) Calcúlese la única solución del problema

$$\begin{array}{c} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2},\ 0 \leq x \leq \pi,\ t > 0 \\[2ex] u(x,0) = f(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0,\ 0 \leq x \leq \pi \\[2ex] u(0,t) = u(\pi,t) = 0,\ t \geq 0, \end{array} \tag{2}$$

   donde

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \pi/2, \\ (\pi - x), & \pi/2 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$