Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada
Ecuaciones en Derivadas Parciales
Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos. Tercer curso, 03/02/2006, Segunda parte

3. (**Valor total del ejercicio 3.5 puntos**)

   (a) (**0.5 puntos**) Enúnciese de manera precisa el Principio del Máximo-Mínimo para funciones armónicas (o para la ecuación de Laplace).

   (b) (**1.5 puntos**) Demuéstrese que si $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ es un dominio acotado y las funciones $u_1, u_2 \in C^2(\Omega) \bigcap C(\overline{\Omega})$ satisfacen

   $$\begin{array}{ll} \Delta u_1(x) = \Delta u_2(x)\,, & \text{si } x \in \Omega \\ u_1(x) \leq u_2(x)\,, & \text{si } x \in \partial\Omega \end{array}$$

   entonces se verifica $u_1(x) \leq u_2(x)\,, \quad \forall x \in \overline{\Omega}$.

   (c) (**1.5 puntos**) Sea Ω el triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(1,1)$. Usando el apartado anterior, demuéstrese que

   $$xy^3 + x^2 + y \leq x^3y + y^2 + x\,, \quad \forall (x,y) \in \overline{\Omega}.$$