

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada
Ecuaciones en Derivadas Parciales
Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos. Tercer curso, 02/02/2007, Segunda parte

3. (Valor total del ejercicio 3 puntos)

(a) **(1 punto)** Considérese la ecuación de Laplace n -dimensional

$$\Delta u(x) = 0 \tag{1}$$

Demuéstrese que si $u \in C^2(\mathbb{R}^n \setminus \{0\})$ es solución de (1) de la forma $u(x) = v(\|x\|)$, con $v : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ una función de clase $C^2(0, +\infty)$, entonces v verifica la e.d.o.

$$v''(r) + \frac{n-1}{r} v'(r) = 0, \quad \forall r \in (0, +\infty). \tag{2}$$

(b) **(2 puntos)** Calcúlese la única solución del problema

$$\begin{aligned} \Delta u(x, y) &= x^2 + y^2, & (x, y) \in \Omega &= B_{\mathbb{R}^2}(0; a), \quad a > 0. \\ u(x, y) &= 5, & (x, y) \in \partial\Omega \end{aligned}$$