

# ELECCIONES AL CONGRESO



## ELECCIONES AL CONGRESO DE LOS DIPUTADOS DE ESPAÑA

# Reparto biproporcional de escaños

## COMPLEMENTO AL INFORME GIME'08

Grupo de Investigación en Métodos Electorales  
Universidad de Granada  
Octubre, 2008

Autores:

Victoriano Ramírez González

José Martínez Aroza

María Luisa Márquez García

Copyright © 2008 los autores



**Universidad de Granada**

Grupo de Investigación en Métodos Electorales

Reparto biproporcional para el  
Congreso de los Diputados  
de España

**COMPLEMENTO AL  
INFORME GIME'08**



# Reparto biproporcional de los escaños del Congreso de los Diputados

Cuando se tiene más de una circunscripción electoral, que es lo habitual, y se desea asignar a cada partido un número de escaños en función de sus votos totales y a cada circunscripción un número de representantes en función de sus habitantes el reparto biproporcional es quizás el más adecuado. La primera de estas dos permissas no se ha exigido en el pasado, para la elección del Congreso de los Diputados, pero ello no quita que cada vez se desee acercarse más a esa idea.

Un reparto biproporcional consigue asignar una representación determinada tanto a los partidos como a las circunscripciones. El método fue encontrado por Michel Balinski y Gabrielle Demange en 1989 y ha sido aplicado por primera vez en 2006 para distribuir los 125 escaños del cantón suizo de Zurich.

Así pues, como complemento a la propuesta de modificación del Sistema Electoral del Congreso de los Diputados (*Informe GIME'08*) que aparece en la página web

<http://www.ugr.es/local/sistemaelectoral>,

el *Grupo de Investigación en Métodos Electorales* (GIME) presenta en este informe un reparto biproporcional al Congreso de los Diputados para las elecciones de 2008.



## 1. Total de escaños a partidos y circunscripciones

Con el *método R&G* propuesto en el *informe GIME'08* para modificar el Sistema Electoral del Congreso, se ha asignado a cada partido un número de escaños en función de sus votos en las circunscripciones (reparto R1) y de sus votos totales (repartos R2 y R3). Al hacer el reparto R1, de los escaños del cupo inicial de cada circunscripción, es posible que un partido reciba más escaños de los que proporcionalmente le corresponden a sus votos totales. Esa situación ha ocurrido con PNV en las últimas elecciones generales. En tal caso *otro partido con algunos votos más podría recibir menos escaños*, porque los haya obtenido dispersos en muchas circunscripciones y el reparto R2 no le asigna más de los que proporcionalmente le corresponde.

Esa patología no se produce si se suprime el reparto R1 y sus escaños se añaden a los del reparto R2. Es decir, si en la propuesta no se hace ningún reparto inicial en las circunscripciones en las que se vota, sino que el primer reparto a los partidos es en proporción a sus votos totales.

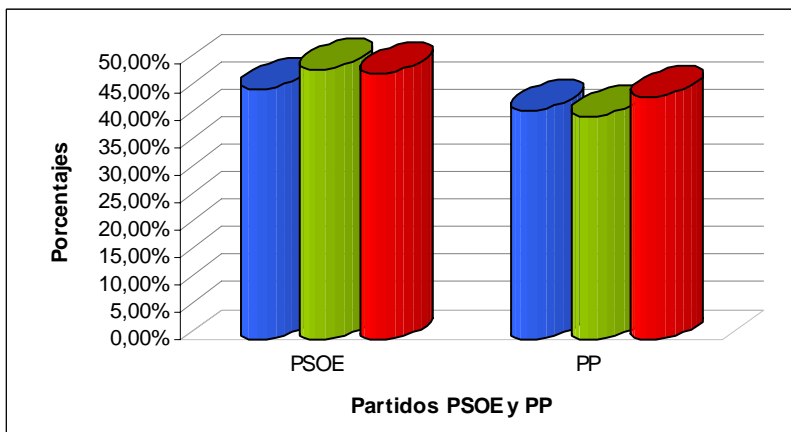
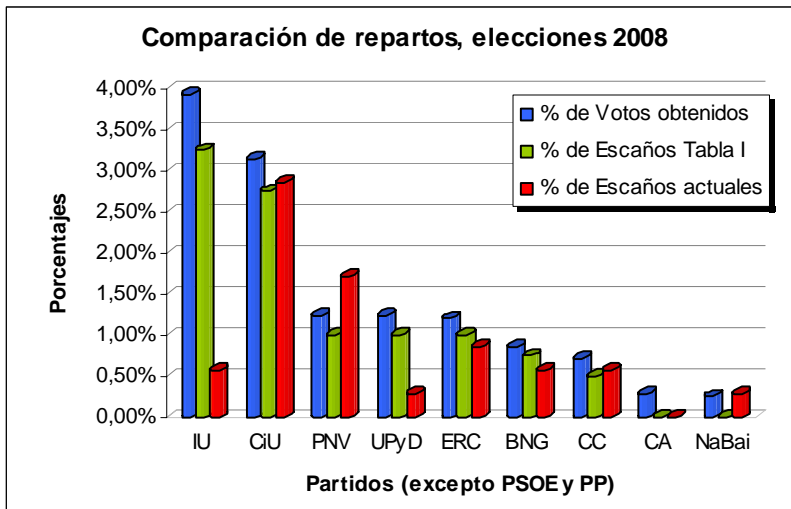
Por ejemplo, supongamos que se usan 350 escaños para ser distribuidos en proporción a los votos totales de los partidos (usando d'Hondt). Entonces, si no consideramos barrera electoral alguna, el resultado para las elecciones de 2008 sería el que aparece en la columna cuarta, R, de la Tabla I.

Tabla I: Elecciones al Congreso en 2008						
Partido	Votos	Cuotas-350	R	Cuotas-400	G	Total
PSOE	11.289.335	159,68	162	182,49	34	196
PP	10.278.010	145,37	147	166,14	16	163
IU	969.946	13,72	13	15,68	0	13
CiU	779.425	11,02	11	12,60	0	11
PNV	306.128	4,33	4	4,95	0	4
UPyD	306.079	4,33	4	4,95	0	4
ERC	298.139	4,22	4	4,82	0	4
BNG	212.543	3,01	3	3,44	0	3
CC	174.629	2,47	2	2,82	0	2
CA	68.679	0,97	0	1,11	0	0
Na-Bai	62.398	0,88	0	1,01	0	0
Sumas	24.745.311	350,00	350	400,00	50	400

Una barrera porcentual del 1% habría excluido del reparto a BNG y CC y una barrera del 1.5% ya dejaría también fuera del reparto a ERC, UPyD y PNV. Al no establecer barrera, los únicos partidos a los que el método d'Hondt no garantiza representación son aquellos cuya cuota sea inferior a un escaño, como ha ocurrido con CA y Na-Bai.

Supongamos que para facilitar la gobernabilidad añadimos 50 escaños más, repartiendo 400 escaños en proporción al cuadrado de los votos totales de los partidos, pero garantizando a cada partido los escaños que ya había obtenido en el reparto anterior, los de la columna R. Los 50 nuevos escaños para la gobernabilidad aparecen en la columna G de la Tabla I. En la última columna aparece el total de escaños que obtendría cada partido.

Total de escaños a partidos y circunscripciones



En la gráfica anterior se compara el reparto propuesto con el reparto actual del Congreso y con los votos. Todas las medidas están en porcentajes.



Ahora calculemos el número de escaños que se van a asignar a cada circunscripción. Podríamos asignar un escaño a la circunscripción más pequeña (puesto que su cuota es menor que uno) y hacer que las demás incrementasen su representación en proporción al incremento de población respecto de la más pequeña, redondeando las fracciones al entero más próximo (método de Webster o Sainte-Laguë). Pero ese reparto no es acorde con el artículo 68 de la Constitución, que establece unas normas a seguir para distribuir los escaños a las circunscripciones. La vigente Ley Electoral lo ha fijado en dos escaños a cada provincia y los demás en proporción a la población, usando Restos Mayores, aparte de un escaño para Ceuta y otro para Melilla. Aquí vamos a usar el método recogido en la Ley Electoral. Los resultados son los que aparecen en la Tabla II.

Tabla II. Reparto de 400 diputados a las circunscripciones					
Circunscrip.	Población	Escaños	Circunscrip.	Población	Escaños
Madrid	6.081.689	42	Castellón	573.282	6
Barcelona	5.332.513	37	Cantabria	572.824	6
Valencia	2.486.483	18	Ciudad Real	521.661	6
Sevilla	1.849.268	14	Valladolid	510.122	5
Alicante	1.825.264	14	Hueva	497.671	5
Málaga	1.517.523	12	León	497.387	5
Murcia	1.392.117	11	Lérida	414.015	5
Cádiz	1.207.343	10	Cáceres	411.531	5
Vizcaya	1.141.457	10	Albacete	392.110	5
Coruña	1.132.792	10	Burgos	365.972	4
Asturias	1.074.862	9	Lugo	355.176	4
Las Palmas	1.042.131	9	Salamanca	351.326	4
Baleares	1.030.650	9	Orense	336.926	4
S. C. Tenerife	983.820	9	Rioja	308.968	4
Pontevedra	947.639	8	Álava	305.459	4
Zaragoza	932.502	8	Guadalajara	224.076	4
Granada	884.099	8	Huesca	220.107	4
Córdoba	792.182	7	Cuenca	211.375	3
Tarragona	757.795	7	Zamora	197.237	3
Gerona	706.185	7	Palencia	173.281	3
Guipúzcoa	694.944	7	Ávila	168.638	3
Badajoz	678.459	7	Segovia	159.322	3
Jaén	664.742	6	Teruel	144.046	3
Almería	646.633	6	Soria	93.593	3
Toledo	639.621	6	Ceuta	76.603	1
Navarra	605.876	6	Melilla	69.440	1

Total de escaños a partidos y circunscripciones

Ya tenemos dos tipos de limitaciones: el número total de escaños que debe recibir cada partido y el número total de escaños que pertenecen a cada circunscripción. Ahora el problema que se tiene es ¿cuántos diputados han de asignarse a cada partido en cada circunscripción para que las

restricciones se cumplan? Naturalmente tal distribución debe depender de los votos obtenidos por los partidos en las circunscripciones.

Una respuesta fue encontrada por M. Balinski y G. Demange en 1989 y es conocida como *reparto biproporcional*. El proceso que hay que seguir es sencillo de comprender aunque el cálculo para obtener el reparto es complejo, como veremos.

Sería fácil asignar los escaños de cada circunscripción (según la Tabla II) a los partidos en proporción a sus votos (tal como se hace actualmente en España) pero el total de escaños que obtiene cada partido no coincide con los escaños que corresponden a sus votos totales (por ejemplo, para los tamaños de circunscripción obtenidos anteriormente IU recibiría 4 escaños, CiU obtendría 14 y UPyD 1, PNV 7, etc.).

Por otro lado, también sería fácil asignar a cada partido los escaños que le correspondan (por ejemplo los que figuran en la Tabla I) en función de los votos obtenidos en las diferentes circunscripciones, pero en tal caso el total de diputados de una circunscripción puede no coincidir con los escaños que le corresponden por su población (por ejemplo, Madrid recibiría 59 escaños mientras que Soria, Ceuta y Melilla se quedarían sin representación).

Un reparto biproporcional consiste en encontrar unos multiplicadores para aplicarlos a la tabla de votos por columnas y otros para aplicarlos por filas, de tal forma que el redondeo entero, de las cantidades resultantes de ambos productos, sea acorde con las limitaciones para los partidos y para las circunscripciones.

La única dificultad del método biproporcional es encontrar el reparto (es decir, los multiplicadores) sin usar un ordenador y el programa correspondiente a alguno de los algoritmos conocidos para obtener la solución.

El programa BAZI, elaborado en la Universidad de Ausgburg por el grupo de F. Pukelsheim, permite calcular cualquier reparto biproporcional y es de uso público.

Asimismo desde el grupo GIME de la Universidad de Granada también se ha programado, en lenguaje Mathematica, el reparto biproporcional para un algoritmo basado en reparto en una dirección y reescalado en la otra. Damos un ejemplo de este procedimiento a continuación.

## 2. Ejemplo simple de reparto biproporcional

Con objeto de exponer un procedimiento para obtener el reparto biproporcional vamos a resolver un ejemplo en el que participan sólo tres partidos, P1 que debe recibir 9 escaños, P2 y P3 que deben recibir 8 escaños cada uno. Suponemos que las circunscripciones son cuatro, C1 y C2 con 7 escaños cada una, C3 con cinco escaños y C4 con seis escaños.

En la Tabla III se recogen los votos obtenidos por cada partido en cada circunscripción y, a su derecha, se muestra el resultado de repartir los escaños del partido en proporción a los votos en las cuatro circunscripciones. Así, en la segunda columna los valores 3, 3, 2, 1 es el reparto (usando Webster o Sainte-Lagué) de los 9 escaños de P1 en proporción a los votos: 97500, 123750, 75000 y 52500 (análogo para las demás columnas). Lógicamente el reparto por columnas es correcto (es decir el reparto cumple la restricción para los partidos); pero la única circunscripción que recibe el número de escaños que le corresponde es la tercera. La primera y la segunda han recibido un escaño de más, y la cuarta dos escaños de menos.

Tabla III. Algoritmo para reparto biproporcional. Etapa inicial									
Escaños	P1	9	P2	8	P3	8	Total	Diferencia	
C1	7	97.500	3	90.000	2	116.250	3	8	+ 1
C2	7	123.750	3	79.200	2	105.000	3	8	+ 1
C3	5	75.000	2	65.625	2	52.500	1	5	Correcto
C4	6	52.500	1	105.000	2	37.500	1	4	- 2

El algoritmo que vamos a usar para conseguir el reparto biproporcional, empieza buscando un factor de reducción (menor que la unidad) para multiplicar los votos de las dos circunscripciones C1 y C2 que han recibido escaños en exceso, de forma que al realizar de nuevo el reparto a los partidos por columnas alguna de estas dos circunscripciones pierda un escaño, el cual debe pasar a C4.

Al aplicar el método de Sainte-Lagué (que es el que estamos usando para cuadrar el reparto) resulta inmediato calcular el intervalo de factores válidos, que es:  $[5/6, 35/39] = [0.833334, 0.89743]$ . El factor  $35/39$  produce un empate para P1 entre C1 y C4. Un multiplicador ligeramente menor que ese factor, aplicado a ambas circunscripciones, hace que un escaño del partido P1 pase de la circunscripción C1 a la C4 sin producir empate. Si el multiplicador disminuyera hasta el valor  $5/6$  produciría un empate en P3 entre las circunscripciones C2 y C3 (es decir, un segundo escaño podría salir de las circunscripciones C1 y C2). Así, vamos a usar como factor un valor intermedio dentro del intervalo anterior (que no produce empates), por ejemplo  $21/25=0.84$ , para multiplicar las dos primeras filas y se obtiene el reparto de la Tabla IV.

Tabla IV. Algoritmo biproporcional. Primer reajuste									
Los votos de las circunscripciones C1 y C2 se han multiplicado por 0.84									
Escaños	P1	9	P2	8	P3	8	Total	Diferencia	
C1	7	81.900	2	75.600	2	97.650	3	7	Correcto
C2	7	103.950	3	66.528	2	88.200	3	8	+ 1
C3	5	75.000	2	65.625	2	52.500	1	5	Correcto
C4	6	52.500	2	105.000	2	37.500	1	5	- 1

Un escaño de P1 ha pasado de la circunscripción C1 a la C4. Las circunscripciones C1 y C3 ya tienen el número de escaños que deben recibir, pero C2 tiene un escaño de más mientras C4 necesita recibir un escaño, para alcanzar los seis.

Ahora es fácil comprobar que multiplicando la segunda fila por  $125/126$  se produce un empate para el partido P3 en las circunscripciones C2 y C3; pero C3 tenía una asignación correcta. Por tanto, de acuerdo con el algoritmo que estamos usando, debemos multiplicar C2 por  $125/126$  (quedando en empate con C3), buscar un segundo factor y aplicarlo simultáneamente a C2 y C3, para que el escaño (que conjuntamente les sobra a estas circunscripciones) salga de ellas.

Tabla V. Algoritmo biproporcional.									
Paso intermedio para el segundo reajuste.									
Los votos de la circunscripción C2 se han multiplicado por $125/126$									
Escaños	P1	9	P2	8	P3	8	Total	Diferencia	
C1	7	81.900	2	75.600	2	97.650	3	7	Correcto
C2	7	103.125	3	66.000	2	87.500	2-3	7-8	0 - + 1
C3	5	75.000	2	65.625	2	52.500	1-2	5-6	0 - + 1
C4	6	52.500	2	105.000	2	37.500	1	5	- 1

Tenemos de nuevo un intervalo de factores que permiten pasar un escaño a la última circunscripción. Son todos los comprendidos en el intervalo  $[279/350, 24/25] = [0.7972, 0.96]$ . Podemos elegir uno sencillo como  $4/5 = 0,8$  para multiplicar los votos de C2 y C3, con lo que se obtiene el reparto final de la Tabla VI.

Tabla VI. Algoritmo biproporcional. Segundo reajuste (reparto final).									
Los votos de las circunscripciones C2 y C3 se han multiplicado por 0.8									
Escaños	P1	9	P2	8	P3	8	Total	Diferencia	
C1	7	81.900	2	75.600	2	97.650	3	7	Correcto
C2	7	82.500	3	52.800	2	70.000	2	7	Correcto
C3	5	60.000	2	52.500	1	42.000	2	5	Correcto
C4	6	52.500	2	105.000	3	37.500	1	6	Correcto

Un escaño de P2 ha pasado de la circunscripción tercera a la cuarta. El empate entre C2 y C3 de P3 se ha resuelto a favor de C3 para que esta circunscripción continúe teniendo cinco escaños y C2 quede con siete.

Todas las diferencias para las circunscripciones son nulas. El reparto biproportional ha concluido.

A pesar de la simplicidad de este ejemplo, el procedimiento para encontrar la solución es laborioso. Realizarlo con calculadora de mano para una tabla con 52 circunscripciones y más de 10 partidos puede resultar interminable. Esto es, el reparto biproportional debe realizarse usando un ordenador dotado de un programa el efecto. Comprobar que es correcta la solución que nos presente el ordenador resulta inmediato; de hecho puede hacerse con una calculadora de bolsillo (o incluso a mano).



### 3. Reparto biproporcional de los escaños del Congreso en 2008

Aplicando ahora cualquiera de los dos programas, BAZI o el de GIME (naturalmente la solución es la misma, puesto que es única), a los datos de las elecciones al Congreso de los Diputados de 2008, de acuerdo con las limitaciones obtenidas para los partidos y las circunscripciones en las Tablas I y II, obtenemos el reparto biproporcional que aparece en la Tabla VII.

Tabla VII. Reparto biproporcional de 400 escaños al Congreso de los Diputados. Datos 2008.			PSOE	PP	IU	CIU	PNV	UPyD	ERC	BNG	CC
	Escaños		196	163	13	11	4	4	4	3	2
	Factores		0,004717920	0,004481258	0,005195446	0,003791648	0,002494894	0,011612250	0,002820711	0,005453676	0,002718128
Madrid	42	0,002494894	17	19	2			4			
Barcelona	37	0,003106368	19	7	3	6			2		
Valencia	18	0,002741506	8	9	1						
Sevilla	14	0,002945627	9	4	1						
Alicante	14	0,003562686	6	8							
Málaga	12	0,003724453	6	5	1						
Murcia	11	0,003552433	4	7							
Cádiz	10	0,003533580	5	4	1						
Vizcaya	10	0,004786958	5	2	1		2				
A Coruña	10	0,003133351	4	4						2	
Asturias	9	0,002916700	4	4	1						
Las Palmas	9	0,004975778	5	4							
Illes Balears	9	0,004804244	5	4							
S.C.Tenerife	9	0,005239959	4	3							2
Pontevedra	8	0,002975840	3	4						1	
Zaragoza	8	0,003891980	5	3							
Granada	8	0,003598152	4	4							
Córdoba	7	0,003048779	4	2	1						
Tarragona	7	0,004981525	4	1		2					
Girona	7	0,005619190	3	1		2			1		
Guipúzcoa	7	0,006968286	4	1	1		1				
Badajoz	7	0,004262419	4	3							
Jaén	6	0,003672616	4	2							

Almería	6	0,004787635	3	3															
Toledo	6	0,003868145	3	3															
Navarra	6	0,005848076	3	3															
Castellón	6	0,005002534	3	3															
Cantabria	6	0,004209503	3	3															
Ciudad Real	6	0,004521830	3	3															
Valladolid	5	0,003746309	3	2															
Huelva	5	0,004962167	3	2															
León	5	0,003862580	3	2															
Lleida	5	0,006470739	2	1			1											1	
Cáceres	5	0,004883312	3	2															
Albacete	5	0,004892339	3	2															
Burgos	4	0,004725785	2	2															
Lugo	4	0,003282673	2	2															
Salamanca	4	0,004372011	2	2															
Ourense	4	0,003453771	2	2															
La Rioja	4	0,005969815	2	2															
Alava	4	0,007365673	2	1					1										
Guadalajara	4	0,008213834	2	2															
Huesca	4	0,008417063	2	2															
Cuenca	3	0,005289391	1	2															
Zamora	3	0,005598150	1	2															
Palencia	3	0,006182403	1	2															
Avila	3	0,007899240	1	2															
Segovia	3	0,008147417	1	2															
Teruel	3	0,009698372	2	1															
Soria	3	0,012076708	1	2															
Ceuta	1	0,007201611		1															
Melilla	1	0,007072771	1																
TOTAL	400			196	163	13	11	4	4	4	3	2							

Reparto biproportional con los datos 2008

Aunque el cómputo de estos resultados no es en absoluto sencillo, sí que lo es su comprobación. Por ejemplo, si queremos comprobar que la asignación al PSOE en Madrid es correcta, basta multiplicar su número de votos por sus factores de fila y columna:

$$1.401.785 \times 0,002494894 \times 0,004717920 = 16,50000166$$

que redondeado al entero más cercano (método de Webster) da 17. Lo mismo se puede comprobar para cualquier otro partido en cualquier otra circunscripción.



## 4. Ventajas e inconvenientes de un reparto biproporcional

Ahora podemos valorar la conveniencia de incluir o no, ante una posible modificación del sistema electoral del Congreso de los Diputados, el reparto biproporcional para aplicarlo en la fase final donde se decide en qué circunscripciones recibe cada partido los escaños que le corresponden.

La primera ventaja de un reparto biproporcional es que es más justo para los partidos, tanto si se mantiene el método de asignación de escaños a las circunscripciones como si se cambia por otro más proporcional. En la propuesta presentada en el informe GIME'08 el reparto a los partidos es adecuado con respecto a los principios establecidos de *Representatividad y Gobernabilidad*. Sin embargo la asignación de los escaños finales en las circunscripciones puede conducir a que una provincia con menos habitantes que otra consiga más representantes. Con el biproporcional no ocurre eso.

Una ventaja mucho más importante de la biproporcionalidad es que se trata de un método de efectuar repartos doblemente proporcionales (a partidos y circunscripciones); por tanto, es un método que hace el reparto proporcional de forma simultánea en todas las circunscripciones a la vez. Se trata de una proporcionalidad mucho más elevada que cuando se realiza circunscripción a circunscripción por separado. Es decir, este tipo de reparto responde a lo establecido en el artículo 68 de la Constitución y responde al espíritu de otros artículos de la Constitución en mejor medida que lo hace el sistema electoral actual.

El principal inconveniente del método de reparto biproporcional es la dificultad de cálculo sin ayuda de un programa específico. Tanto el sistema electoral actual como el método que figura en el informe GIME'08 se basan en repartos separados usando la fórmula d'Hondt (o bien otras similares como la de Webster), que se pueden hacer a mano o bien con una calculadora simple.

No se ha incluido el reparto biproporcional en la propuesta de modificación (informe GIME'08) por varias razones. La primera ya se ha mencionado, esto es, la dificultad de cálculo manual. Otra es el hecho de que, para la elección del Congreso de los Diputados, el sistema electoral actual concede poca importancia al tamaño de las circunscripciones en España; pues basta considerar que Barcelona y Madrid reciben, cada una, unos 10 o 12 escaños menos de los que proporcionalmente les corresponden, y habría bastado rebajar la asignación inicial de dos a un escaño por provincia para corregir buena parte de este desajuste. La tercera razón es porque, a la hora de tomar decisiones, los diputados se unen por partidos políticos (rara vez se ha visto unirse los diputados de diferentes partidos dentro de una misma provincia para defender una propuesta que beneficie dicha provincia).

A pesar de ello hemos querido incluir aquí esta información para que la clase política pueda sopesar hacer uso de un reparto biproporcional o no. Máxime cuando se trata de un reparto que no requiere modificar la Constitución.

Posiblemente la biproporcionalidad sea una técnica que empiece a usarse cada vez más en el futuro, ya que su único inconveniente sería el cálculo de la solución y eso, como hemos indicado, está técnicamente resuelto.

Grupo GIME  
Octubre, 2008.

---