

FÍSICA HADRÓNICA BASADA EN QCD, curso 2011-12

Máster en Métodos y Técnicas Avanzadas en Física

Profesores responsables: L.L. Salcedo y J.M. Nieves

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear

PROGRAMA (parte L.L. Salcedo):

I. COLISIONES PROFUNDAMENTE INELÁSTICAS Y FUNCIONES DE ESTRUCTURA:

1. Propiedades de quarks en hadrones: libertad asintótica, confinamiento.
2. Colisiones elásticas e inelásticas. Variables cinemáticas. Factores de forma hadrónicos.
3. Modelo de partones para las colisiones inelásticas. Funciones de estructura.

II. MODELOS DE SACOS DE QUARKS:

4. Ecuación de Dirac para quarks sin masa y cavidad esférica. Modelo de Bogoliubov
5. Lagrangiano y tensor de energía-impulso. Constante del saco. Modelo de MIT.
6. Espectroscopía de hadrones ligeros. Correcciones: estructura hiperfina, masa finita de quarks, efecto Casimir, centro de masas.
7. Propiedades hadrónicas: radio de carga, momento magnético, corriente axial.

III. MODELO DE SKYRME DEL NUCLEÓN:

8. Simetría quirial. Campo no lineal del bosón de Goldstone.
9. Lagrangiano efectivo: sector del vacío. Corrientes vector y axial.
10. Sector solitónico. Número bariónico. Soluciones tipo erizo: Skyrmión clásico.
11. Cuantización semiclásica del skyrmión.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

1. R.K. Bhaduri, *Models of the Nucleon, From Quarks to Soliton*, Addison-Wesley, 1988.
2. A.W. Thomas, *Chiral Symmetry And The Bag Model: A New Starting Point For Nuclear Physics* Adv. Nucl. Phys. **13**(1984)1-137.
3. R.F. Álvarez-Estrada, F. Fernández, J.L. Sánchez-Gómez, V. Vento, *Models Of Hadron Structure Based On Quantum Chromodynamics*, Lect. Notes Phys. **259**(1986)1-294.
4. P. Pascual, R. Tarrach, *QCD: Renormalization For The Practitioner*. Lect. Notes Phys. **194**(1984)1-277.

Quarks

La motivación de los quarks proviene de la clasificación de los hadrones: se observa que caen en multipletes degenerados (con) de espín-masa, del grupo $SU(3)$ (de sabor), que extiende al grupo $SU(2)$ de isospín. (Gell-Mann y Zweig 1964) Posteriormente se sugirió que esta simetría procedía de que los hadrones están compuestos por tres clases de quarks, u, d, s. (posteriormente extendido a 6 uds c b t). $SU(3)$ de sabor equivale a decir que la interacción fuerte no distingue el sabor. La rotura de la simetría procede de la interacción electrodébil que da masa (pequeña) a los quarks.

El hecho de que los quarks no se observen motivó la hipótesis del confinamiento de los quarks dentro de los hadrones.

De acuerdo con esta teoría

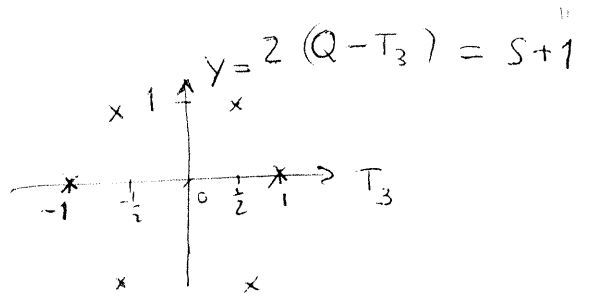
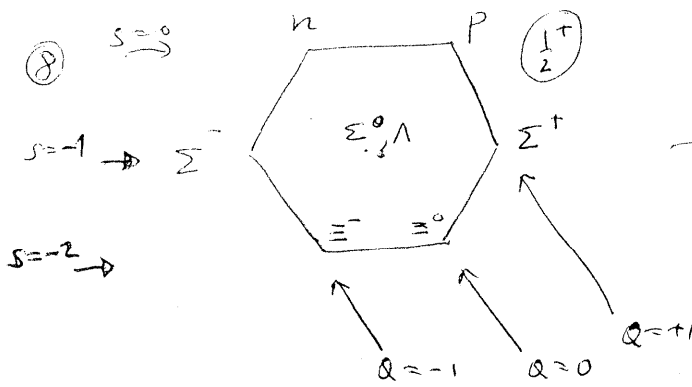
1.7. SU(3) (1961-1964)

* Es sabido que p y n se pueden tomar como estados distintos de isospin $N = \binom{P}{n}$. La α interacción fuerte es invariante bajo isospin que es $SU(2)$ y las partículas (excepto μ mesones) caen en multipletes de isospin:

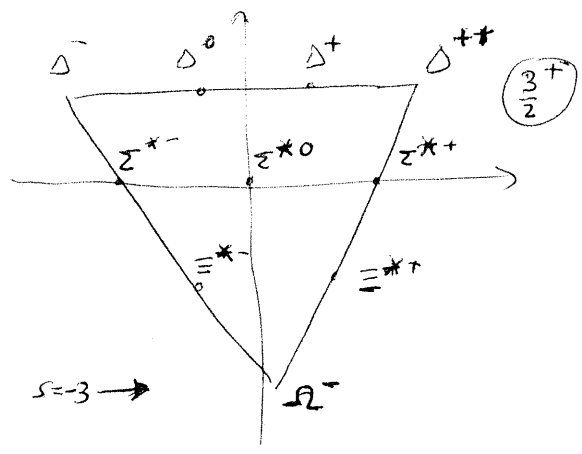
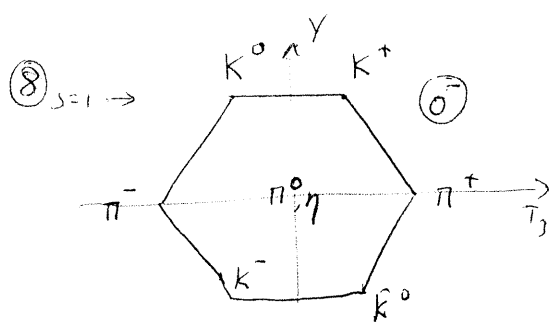
$$N \text{ (} T_3 \text{)} = \left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right), \quad \pi^{\pm,0} = \left(1, (\pm 1, 0) \right), \quad K^{\pm} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$K^0 = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right)$$

Gell-Mann + Ne'eman extendieron la clasificación a los multipletes combinando ~~partículas~~ extrañas con no extrañas como representaciones de $SU(3)$

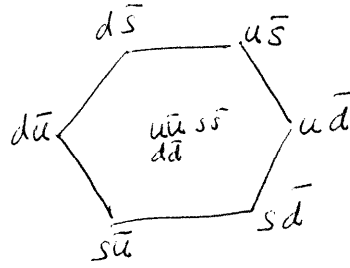
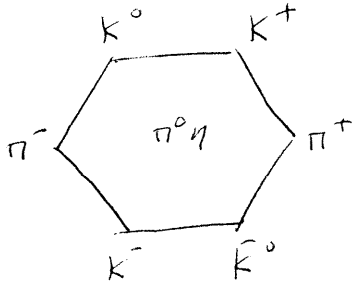
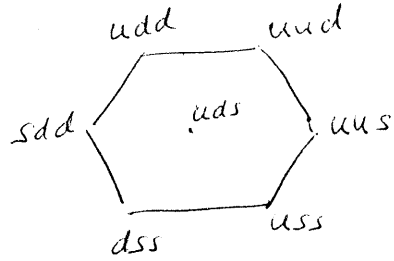
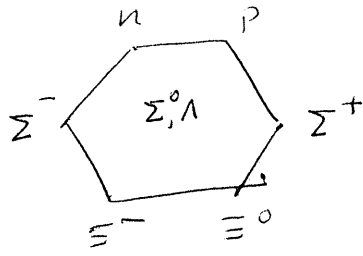


$$(\alpha\beta, TT_3 Y)$$



$$Q = T_3 + \frac{1}{2} Y$$

por ej.



$$\pi^0 = \frac{(u\bar{u} - d\bar{d})}{\sqrt{2}}, \quad \eta = \frac{(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})}{\sqrt{6}}$$

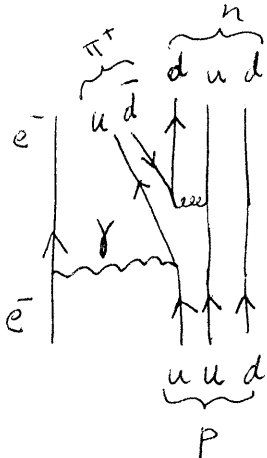
$$\eta' = \frac{u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}}{\sqrt{3}} \quad \text{singlete } SU(3) \quad (3 \otimes \bar{3}) = 1 \oplus 8$$

idem $\Delta^{++} = uuu$: el resto es inmediato.

- * No se conocen hadrones exóticos, por ej. con $B=0, Q=+2$ ó $B=1, Q=-2$ (Pentaquark $uudd\bar{s} \leftrightarrow K^+$) que requieren $q\bar{q}$ ó qqq resp.

- * Los quarks no se observan libres: están confinados dentro de los hadrones. Por ej. $e^- + p \rightarrow e^- + \Lambda + \pi^+$

$$\rightarrow e^- + q\bar{q}q$$



pero se observan en colisiones e^- hadrón a altas energías

$$\frac{d\sigma}{dz} = \left| f_{e-q}(\vec{q}) F(\vec{q})_{\text{hadron}} \right|^2$$

F = factor de forma = transf. de Fourier de la densidad

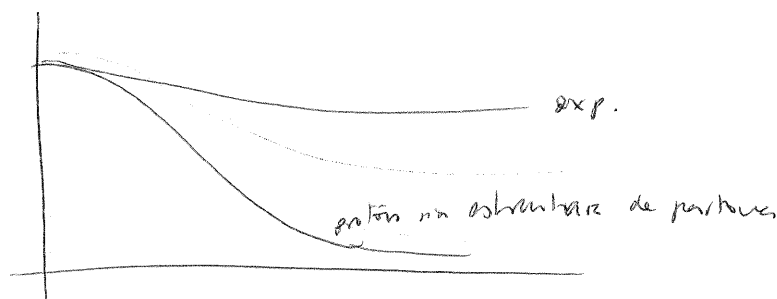
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k)|^2$$

$$f(k) = \int d\vec{x} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} V(\vec{x})$$

$$\sum_i q_i V(\vec{x}_i) \delta(\vec{y}-\vec{x}) = \int d^3y \rho(y) \delta(y-x)$$

$$= \sum_i \int d\vec{x} e^{i\vec{k}\cdot(\vec{x}_i - \vec{x})} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} q_i \delta(\vec{x}_i - \vec{x})$$

$$= \sum_i e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}_i} q_i f_0(k) = F(k) f_0(k)$$



$\Delta^{++} = |uuu\rangle$ plantea problemas con espín-estadística

$\psi = \psi(\text{sabor}) \psi(\text{espín}) \psi(\text{color})$

$\psi(\text{sabor}) : l=0 \Rightarrow$ simétrica

$\psi(\text{espín}) : S = \frac{3}{2} \Rightarrow$ simétrica

$\psi(\text{color}) : uuu \Rightarrow$ simétrica

se solucionó introduciendo el color (Greenberg 1964)

con grupo $SU(3)_{\text{color}}$: tres colores , q está en $\textcircled{3}_{\text{color}}$

(no confundir este $SU(3)$ con $SU(3)$ sabor)

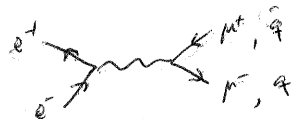
* La regla es que los hadrones son singletes de color

\Rightarrow $\textcircled{1}$ de $SU(3)$ es antisimétrica

$\textcircled{1}_{\text{color}}$ solo se puede obtener con grupos de $3q$ o $q\bar{q}$

lo cual explica la no existencia de hadrones exóticos :

* el color está confinado.

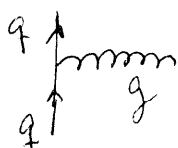


que $N_c = 3$ se comprueba en la reacción $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrones})$

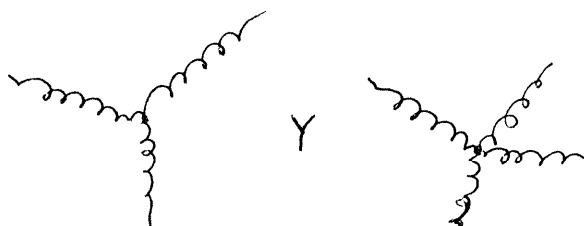
: sale 3 veces más que si $N_c = 1$. $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$

El color permite introducir dinámica: postulando que $SU(3)_{\text{color}}$ es sim. gauge local

$\Rightarrow \exists A_{\mu}^a$ con color \equiv gluones



no abeliana \Rightarrow (los gluones)



los gluones también se acoplan a la carga del color y ellos mismos tienen color. Hay 8 (rep. adjunta de $SU(3)$)

Los quarks no se han observado libres, pero sí dentro de hadrones, con las siguientes propiedades:

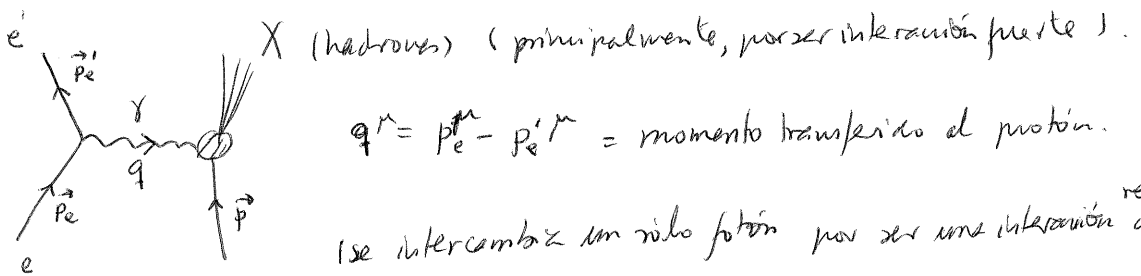
- 1) libertad asintótica
- 2) masa pequeña (\neq simetría quiral)
- 3) puntuales
- 4) confinados.

Igual que en el exp. de Rutherford que estableció la existencia del núcleo atómico mediante colisiones $\alpha + \text{Átomos}$ (elásticas), en SLAC 1969 se estudió la colisión de leptones (que se sabe partículas sin estructura) con protones, concretamente $e + p$ con E_e entre 7 y 17 GeV.

Hay que distinguir

$$e + p \rightarrow e + p \quad (\text{elástica})$$

$$e + p \rightarrow e + X \quad (\text{inelástica inelástica})$$



$$q^\mu = p_e^\mu - p_e'^\mu = \text{momento transferido al protón.}$$

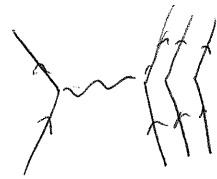
(se intercambia un riño fotón por ser una interacción débil) ^{relativam.}

El fotón es virtual y portanto $Q^2 \equiv -q^2 > 0$ ($Q^2 = 2EE_e'(1 - \cos\theta)$ ^{$m_e \approx 0$})

Para las secciones eficaces doble diferenciales elásticas e inelásticas

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \quad (\text{dividida por la de Mott}) \text{ se obtiene experimentalmente}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{k}')|^2$$



$$f(\vec{k}') = \int d^3x e^{i\vec{k}' \cdot \vec{x}} V(\vec{x}) \quad (\text{Born})$$

$$\begin{aligned} V(\vec{x}) &= \sum_i q_i \delta(\vec{x}_i - \vec{x}) = \int d^3y \underbrace{\left(\sum_i q_i \delta(\vec{x}_i - \vec{y}) \right)}_{\rho(\vec{y})} \delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ &= \int d^3y \rho(\vec{y}) \delta(\vec{x} - \vec{y}) \end{aligned}$$

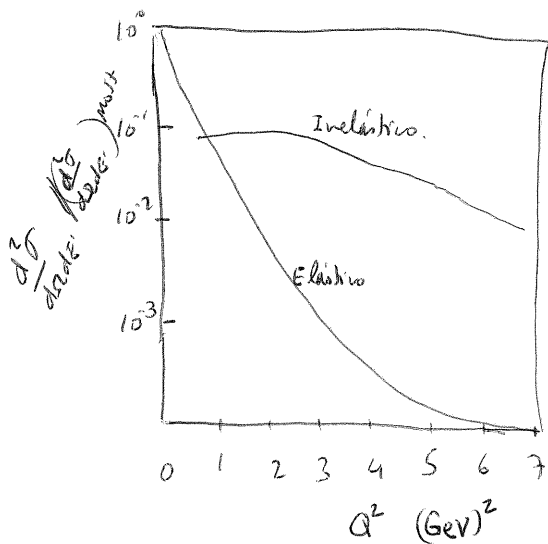
$$f(\vec{k}') = F(\vec{k}') f_1(\vec{k})$$

$$f_1(\vec{k}') = \int d^3x e^{i\vec{k}' \cdot \vec{x}} \delta(\vec{x})$$

(Mott)

$$F(\vec{k}') = \int d^3x e^{i\vec{k}' \cdot \vec{x}} \rho(\vec{x})$$

= factor de forma



1) la sección eficaz inelástica es varios órdenes de magnitud mayor que la elástica

2) Tanto en el elástico como en el inelástico la sección eficaz inelástica presenta la propiedad de scaling: sólo depende de $x = \frac{Q^2}{2Mv}$, $v = E' - E$ (LAB) $M = m_p$ y no de Q^2 y v por separado.

1) implica que el protón está formado por partículas pequeñas.

2) " que los partones ^{no} interactúan entre sí dentro del protón, y no tienen estructura (colisión elástica con los partones). (Hay desviaciones al scaling, como predice QCD)

~~colisión elástica~~
$$p + p_e = p' + p_e'$$

$$E_{LAB} \quad q = p_e - p_e' = p' - p$$

$$q^2 = p_e^2 + p_e'^2 - 2p_e p_e' = 2m_e^2 - 2p_e p_e' \approx -2p_e p_e' = -2(E_e E_e' - p_e p_e' \cos \theta)$$

despreciando la masa del electrón $p_e = (E_e, E_e \hat{p}_e)$, idem p_e'

$$q^2 = -2 E_e E_e' (1 - \cos \theta) = -4 E_e E_e' \sin^2(\frac{\theta}{2}) = -Q^2 < 0$$

colisión elástica: $p' = p + q \Rightarrow M^2 = M^2 + 2pq + q^2 \Rightarrow$

$$Q^2 = 2pq, \quad 1 = \frac{Q^2}{2pq} \quad \text{en elástica sólo hay 2 parámetros, } s, t \text{ (} E_{cm} \text{ y } \theta \text{, en CM)}$$

en el sistema laboratorio $p = (M, \vec{0})$, $2pq = 2Mv$ luego

$$\frac{Q^2}{2pq} = x = \frac{Q^2}{2Mv} \Big|_{LAB}, \quad \text{se deduce que en una colisión}$$

elástica $x=1$.

[En una col inelástica la masa inv. de x es otro parámetro, s, t, u]

Supongamos que el nucleón está formado por partones con una fracción ξ de su ~~momento~~ ^{cuadrimomento} y con masa m . Si el γ transfiere su momento a un partón, este pasa de tener ξp a $\xi p + q$ elástico:

$$1 = \frac{Q^2}{2(\xi p) \cdot q} \Rightarrow \xi = \frac{Q^2}{2 p q} = x$$

luego x representa la fracción de momento (cuadrimomento?) que lleva el partón (para que pueda haber reacción ^{elástica} con ^{el nivel de partones}) en cinemática.

En colisiones $\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} + X$

$\bar{\nu}_{\mu} + N \rightarrow \mu^{+} + X$

también se observa $\sigma \propto E_{\nu}^{-1}$ a altas energías E hasta 100 GeV ^{$\approx M_W$} ~~observa~~ esta dependencia

es característica de colisiones elásticas con partículas ^{sin} estructura con int. de contacto

A energías menores y elástico la sección eficaz cae como corresponde a ~~esta~~ colisión elástica con un objeto extendido, (es decir, $\sigma \propto E_{\nu}$ no implica nucleón puntual of course)

Además $\sigma(\nu_{\mu} N) \sim 3 \sigma(\bar{\nu}_{\mu} N)$ consecuencia de la teoría V-A

(también se cumple para $\sigma(\nu_{\mu} e^{-}) \sim 3 \sigma(\bar{\nu}_{\mu} e^{-})$) si los partones tienen espín $\frac{1}{2}$.

$$\sigma \sim G_F^2 S, \quad S = (E_{\nu} + M_p)^2 - \vec{p}_{\nu}^2 = 2 M_p E_{\nu} + M_p^2 \sim E_{\nu} \quad E_{\nu} \gg M_p$$

$[G_F] = M^{-2}$

Factores de forma y funciones de estructura.

Colisión elástica:

(partícula de Dirac contra ^{pot.} $\frac{Z}{r}$)

La colisión de un electrón con un blanco pesado clásico (m es su masa en reposo de libertad, coulombiano carga Z) puntual viene dado por la sección eficaz de Mott (LAB)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \underbrace{\frac{Z^2 \alpha^2}{4E_e^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}}_{\text{Rutherford}} \underbrace{\frac{1}{\gamma^4} \left(1 - \gamma^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}_{\text{corrección relativista}}, \quad \gamma = \frac{|\vec{p}|}{E} \text{ velocidad}$$

Como la masa del blanco es infinita $v \approx 0$, $Q^2 = \vec{q}^2$

Si el blanco es extendido, con densidad $\rho(\vec{r})$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{elástica blanco}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} |F(\vec{q})|^2, \quad \text{con } F(\vec{q}) \text{ el factor de}$$

forma del blanco, $F(\vec{q}) = \int d\vec{r} \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}$.

(con $\int d^3r \rho(\vec{r}) = 1$ o $F(\vec{0}) = 1$). Si el blanco es puntual $F(\vec{q}) = 1$. $F(\vec{q})$ cae con $|\vec{q}|$ y con extensión inversamente proporcional al tamaño del blanco. Por ej. $\rho(r) = \frac{m^3}{8\pi} e^{-mr}$

$$F(\vec{q}) = \left(1 + \frac{q^2}{m^2}\right)^{-2} \quad R \sim \frac{1}{m}$$

$$\langle p' | J_\mu | p \rangle =$$

$$\bar{u}(p') \gamma^\mu u(p) + F(q^2)$$

$$+ \bar{u} \sigma_{\mu\nu} q^\nu u G(q^2)$$

$$\langle p' | J_\mu | p \rangle = \bar{u}(p') (\gamma^\mu G_E(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} q^\nu G_M(q^2)) u(p)$$

$$p^2 = p'^2 = M_u^2$$

$$q_\mu \langle p' | J_\mu | p \rangle = 0$$

La colisión elástica ep viene dada por la fórmula de Rosenbluth (intercambio de un γ)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ep \rightarrow ep} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \frac{E' e}{E_0} \left(\frac{G_E^p(q^2) + \tau G_M^p(q^2)}{1 + \tau} + 2\tau (G_M^p(q^2))^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

con $\tau = Q^2/4M^2$ $\theta =$ ángulo lab.

$G_E^p(q^2)$, $G_M^p(q^2)$ son los factores de forma eléctrico y magnético del protón.

Una fórmula análoga se aplica al neutrón (u otra partícula de espín $\frac{1}{2}$).

Notar que $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ep \rightarrow ep}$ dep. de la energía incidente y del ángulo de deflexión (esto es evidente en el CM) mientras que los y en LAB también

factores de forma dependen de una sola variable \Rightarrow es no trivial que la fórmula funciona y permite determinar experimentalmente G_E , $G_M(q^2)$.

En particular, con fotones reales ($q^2=0$) se tiene

$$G_E^p(0) = 1, \quad G_E^n(0) = 0 \quad (\text{carga } 1 \text{ y } 0)$$

$$G_M^p(0) = \mu_p = 2.7928 \mu_0, \quad G_M^n(0) = \mu_n = -1.9131 \mu_0 \quad (\text{momento magnético dipolar})$$

$$\text{con } \mu_0 = \frac{e}{2M_p}$$

Un ajuste dipolar es bastante bueno: $G_E^p(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{0.71}\right)^{-2}$, 0.71 GeV^2
 $(0.84 \text{ GeV})^2$

$$\langle r^2 \rangle_p = \int d^3r r^2 \rho(r) = -6 \frac{d}{dq^2} F(q) \Big|_{q=0}$$

$$(\text{ya que } F(q) = \langle e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rangle = \langle 1 - i\vec{q}\cdot\vec{r} - \frac{1}{2}(\vec{q}\cdot\vec{r})^2 \dots \rangle = 1 - \frac{1}{2} q^2 \langle r^2 \rangle + \dots)$$

$$\text{se define } \langle r^2 \rangle_q^p = +6 \frac{d G_E^p}{d(q^2)} \Big|_{q^2=0} \quad \text{idem } \langle r^2 \rangle_q^n$$

= cuadrados del radio cuadrático medio de carga.

Experimentalmente

$$\langle r_p^2 \rangle_Q^{\frac{1}{2}} = 0.862 \text{ fm}^2, \quad \langle r_n^2 \rangle_Q^{\frac{1}{2}} = -0.1192 \text{ fm}^2$$

§ Nótese que en una interacción $\nu_e N \rightarrow e N'$ por q_1 se acopla una corriente axial y hay otros factores de forma a_n

$$\langle r_N^2 \rangle_{\text{axial}}^{\frac{1}{2}} = 0.68 \text{ fm}, \quad \text{y} \quad \langle r_N^2 \rangle_{\text{isovector}}^{\frac{1}{2}} = 0.79 \text{ fm}$$

$$Q = \frac{1}{2}(B+S) + T_3 \quad \text{de donde la parte isovector}$$

$$\Rightarrow \text{en } Q_p - Q_n : \quad \langle r^2 \rangle_{T=1}^{\frac{1}{2}} = \langle r_p^2 \rangle_a - \langle r_n^2 \rangle_a = 0.86 \text{ fm}^2 \quad (\langle r^2 \rangle_{T=1}^{\frac{1}{2}} = 0.93 \text{ fm})$$

$$\text{Y} \quad \langle r^2 \rangle_{T=0}^{\frac{1}{2}} = (\langle r_p^2 \rangle_a + \langle r_n^2 \rangle_a)^{\frac{1}{2}} = 0.79 \text{ fm}$$

Colisión inelástica.

$e+p \rightarrow e'+X$ inelástica: no se mira X (se mira sobre X)!

Ahora la masa invariante de X no está fijada como en el caso elástico y la sección eficaz depende de tres variables: E_e , ν y Q^2 (antes $x=1-X = \frac{Q^2}{2M\nu}$). Usando argumentos generales de invariancia

Lorentz y conservación de la corriente eléctrica, que la sección eficaz es de la forma (blanco con $J=\frac{1}{2}$)

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dE_e' d\Omega} \right)_{e+p \rightarrow e'+X} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left(W_2^p(\nu, Q^2) + 2W_1^p(\nu, Q^2) \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \frac{E_e'}{E_e}$$

?

El punto clave es que la fórmula del caso elástico es un caso particular de la del inelástico en el

que $v = \frac{Q^2}{2m}$ ($m = \text{masa del blanco}$)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{elástico}} = \int dv \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_e}$$

$$\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} = \int dv W_2(v, Q^2) \quad \tau = \frac{Q^2}{4m^2}$$

$$2\tau G_M^2(Q^2) = \int dv 2W_1(v, Q^2)$$

además $W_{1,2} \propto \delta(v - \frac{Q^2}{2m})$, $G_E^{(e^2)} = G_M^{(e^2)} = \frac{e_q}{\dots} \propto \text{const.}^{\frac{1}{2}}$
 $\Rightarrow W_2(v, Q^2) = e_q^2 \delta(v - \frac{Q^2}{2m_q})$ $J = \frac{1}{2}$ " respecto de Q^2 por puntual

r.h.s. = e_q^2 , l.h.s. = $\frac{G_E^2(1+\tau)}{1+\tau} = e_q^2$

γ $W_1^{\text{elast.}}(v, Q^2) = \frac{Q^2}{4m^2} e_q^2 \delta(v - \frac{Q^2}{2m_q})$

r.h.s. = $2\tau e_q^2 = 2 \frac{Q^2}{4m^2} e_q^2$

$W_1(\nu, Q^2)$ y $W_2(\nu, Q^2)$ se denominan funciones de estructura del nucleón.

(En colisiones νN hay otra función de estructura, W_3).

Modelo de partones: se supone que el nucleón está formado por un conjunto de partículas puntuales y sin interacción mutua y que

la sección eficaz ^{inelástica $e p \rightarrow e + X$} ~~corresponde~~ a una suma (incoherente) de ~~las~~

~~secciones~~ ^{colisiones} elásticas e -partón. Si el nucleón en una

colisión profundamente inelástica, $Q^2; M\nu \gg M^2$, si $p = (E, \vec{p})$

es el cuadrimomento del protón, y ξp el del partón ~~que participa~~

en la colisión ($0 \leq \xi \leq 1$), su masa invariante es ξM . (\Rightarrow ^{quales} _{contribuyentes})

En general hay que considerar una cierta distribución de probabilidades

para ξ , $f_i(\xi)$, con $\int_0^1 d\xi f_i(\xi) = 1^*$ para el i -ésimo partón.

Además la fracción de momento medio del partón es $\langle \xi \rangle_i = \int_0^1 d\xi \xi f_i(\xi)$

$$\text{luego } 1 = \sum_i \int_0^1 d\xi \xi f_i(\xi)$$

Comparando con la fórmula de Rosenbluth se tiene que para

el caso elástico y blanco puntual, ($G_E = G_M = 1$) correspondientes a un

partón con carga e_q y masa m_q

$$W_2^q(\nu, Q^2) = e_q^2 \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m_q}\right), \quad W_1^q(\nu, Q^2) = e_q^2 \frac{Q^2}{4m_q^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m_q}\right)$$

* No está dado, por los q_i virtuales $\Rightarrow F_{1,2} \propto \frac{1}{x^2}$ para x pequeña

Es decir,

$$\nu W_2^q = e_q^2 \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2M\nu\xi}\right), \quad MW_1^q = e_q^2 \frac{1}{2\xi^2} \frac{Q^2}{2M\nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2M\nu\xi}\right)$$

Las funciones de estructura del sistema compuesto (nucleón) corresponde a la suma incoherente pesada con las probabilidades.

$$\begin{aligned} F_2^N(\nu, Q^2) &\equiv \nu W_2^N(\nu, Q^2) = \sum_i \int_0^1 d\xi f_i^N(\xi) e_i^2 \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2M\nu\xi}\right) \\ &= \sum_i e_i^2 \int_0^1 f_i^N(\xi) \delta\left(1 - \frac{x}{\xi}\right) d\xi \\ &\Rightarrow \sum_i e_i^2 \int_0^1 f_i^N(\xi) d\xi = \sum_i e_i^2 f_i^N(x) \end{aligned}$$

Análogamente

$$F_1^N(\nu, Q^2) \equiv MW_1^N = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 f_i^N(x)$$

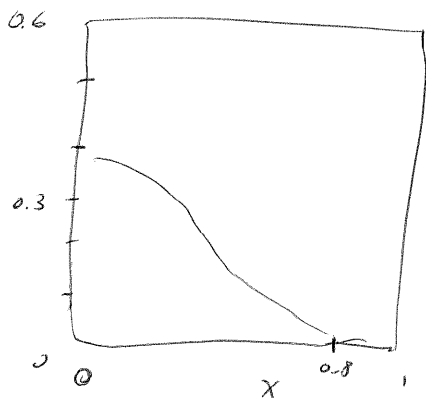
Se deduce que las funciones $F_{1,2}$ sólo dependen de x (y no de ν, Q^2) por separado!

$$\text{Además } F_2(x) = 2 \times F_1(x) \quad (\text{Relación de Callan-Gross})$$

que se verifica experimentalmente. Esta relación implica que los partones son de espín $\frac{1}{2}$: En ausencia de espín el término W_1 (puramente magnético) se anula $\Rightarrow F_1 = 0$. Un análisis detallado de la versión espín para partones transversales y longitudinales por separado confirma que el espín de los ~~partones~~ ^{partones} es $\frac{1}{2}$.

A través de colisiones profundamente inelásticas se obtiene información sobre la función de estructura $W_{1,2}$ y por tanto sobre $F_{1,2}(x)$.

Por ej. ~~para~~ $F_2^p(x)$ tenemos experimentalmente.



Se observa una importante contribución en x pequeños. Esto se explica con la presencia de pares virtuales $q\bar{q}$ producidos por gluones blandos. (La propagador del gluón es $\frac{1}{q^2}$, como los fotones y de lugar a una contribución $\sim \frac{1}{x}$ en $F_{1,2}$).

$$f_u^p(x) = f_{\bar{u}}^n(x)$$

Nucleón: formado por u y d y pares $u\bar{u}$ y $d\bar{d}$ y $s\bar{s}$.

$$F_2^{p,n}(x)/x = \left(\frac{2}{3}\right)^2 (u^{p,n} + \bar{u}^p) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 (d^{p,n} + \bar{d}^p) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 (s^{p,n} + \bar{s}^p)$$

~~$F_2^{p,n}(x)$~~ $\rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^2$ Aquí $u^{p,n}(x)$ es la distribución de quarks u en p ó n

idem $\bar{u}^{p,n}(x)$ etc.

Por simetría de isospín $p \leftrightarrow n$ equivale a $u \leftrightarrow d$ y $s \leftrightarrow \bar{s}$ luego

$$u^p(x) = d^n(x) \equiv u(x)$$

$$d^p(x) = u^n(x) \equiv d(x)$$

$$s^p(x) = \bar{s}^n(x) \equiv s(x)$$

Además podemos separar u y d en parte de valencia y del mar de Dirac

Como buena aprox. puede proponerse que el mar contiene por igual todo clase de sabores ligeros (incluso un s , estimando e^+p podría obtenerse más información sobre la simetría $u\bar{u}, d\bar{d}$ con $s\bar{s}$).

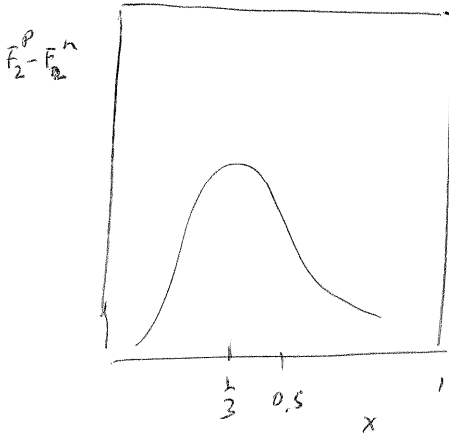
$$\text{Por tanto } u(x) = u_v + u_s, \quad d(x) = d_v + d_s, \quad s(x) = s_s \quad (s_v = 0).$$

$$y \quad S(x) \equiv u_s = \bar{u}_s = d_s = \bar{d}_s = s_s = \bar{s}_s \quad \bar{u}_v = \bar{d}_v = \bar{s}_v = 0$$

$$\frac{F_2^p(x)}{x} = \frac{4}{9} u_v + \frac{1}{9} d_v + \frac{4}{3} S(x)$$

$$\frac{F_2^p - F_2^n}{x} = \frac{1}{3} (u_v - d_v)$$

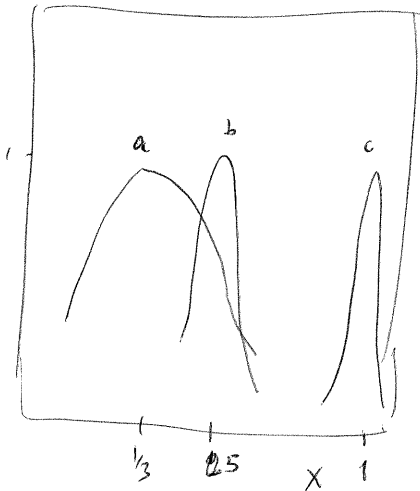
$$\frac{F_2^n(x)}{x} = \frac{1}{9} u_v + \frac{4}{9} d_v + \frac{4}{3} S(x)$$



La parte de x pequeña está dominada por el mar. Cuando se miden, se encuentran un pico centrado en $x = \frac{1}{3}$, correspondiente a tres partones. El pico está ensanchado debido al momento de Fermi.

El mismo resultado (exp.) se obtiene usando otros proyectiles (μ, ν).

Se puede comparar con procesos físicos análogos:



a) $F_2^p - F_2^n$ en $e+N \rightarrow e+X$

b) $W(x)$ en $e+d \rightarrow e+X$ (rotura del $d \rightarrow NN$)

c) $W(x)$ en $e+N \rightarrow e+N$

Contribución de los gluones.

La regla de suma de momentos implica $1 = \sum_i \int_0^1 dx x f_i(x)$

⇨ ~~para~~ si ~~despreciamos~~ el mar de quarks (contribuye sólo a los 0 momentos)

$$S_u = \int_0^1 dx u_q(x) x, \quad S_d = \int_0^1 dx d_q(x) x \quad \text{es la fracción de}$$

momento que llevan los quarks u y d , resulta

$$\left. \begin{aligned} 0.18 &=_{\text{exp.}} \int_0^1 dx F_2^p(x) = \frac{4}{9} S_u + \frac{1}{9} S_d \\ 0.12 &=_{\text{exp.}} \int_0^1 dx F_2^n(x) = \frac{1}{9} S_u + \frac{4}{9} S_d \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 = S_u + S_d + S_g$$

$$S_u = 0.36, \quad S_d = 0.18, \quad S_g = 0.46$$

es decir los quarks sólo llevan algo más de la mitad del momento del nucleón, el resto lo llevan los gluones.