A.W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. 13 (1984)
R.K. Bhaduri, "Models of the nucleon", Addison Wesley 1988
R.F. Alvárez-Estrada, + Lect. Notes in Phys. 259, 1986

MIT Bag model

En este modelo los quarks se mueven libremente dentro de una cavidad esférica de paredes ~~infin~~ impenetrables por tanto incluye libertad asintótica y confinamiento.

Los quarks u y d tienen una masa (corriente) de unos MeV, muy pequeña comparada con la del nucleón, son por tanto relativistas y en este modelo la masa del nucleón procede del confinamiento.

De momento despreciamos la masa de los quarks y su interacción (aparte de la necesaria para formar el hadrón)

El hamiltoniano monoparticular es (Bogoliubov 67)

$$H = \vec{\alpha}\cdot\vec{p} + \beta M(r)$$

donde $M(r)$ es un potencial escalar, $M(r) = m_0 \Theta(r-R)$

R = radio de confinamiento y m_0 = masa del quark

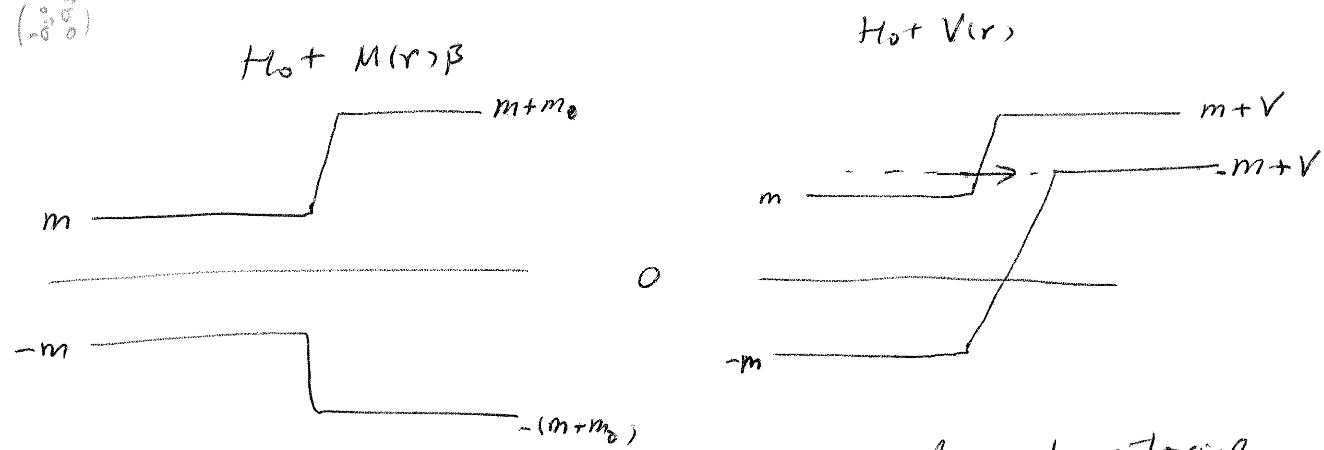
fuera de la cavidad se hace $m_0 \to +\infty$ al final (en cuanto se hayan identificado las condiciones de contorno adecuadas)

Un acoplamiento vector, $H = \vec{\alpha}\vec{p} + V(r)$, $V = m_0 \Theta(r-R)$

sería fatal al subir los estados de energía negativa

$\beta = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}$

$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$



acoplamiento escalar

acoplamiento vectorial.

$\hat{\pi}\psi(\vec{x}) = \beta\psi(-\vec{x})$

H conmuta con $\vec{J} = \vec{l} + \frac{\vec{\sigma}}{2}$ y $K = \beta(\vec{\sigma}\cdot\vec{l} + 1)$

$K^2 = \vec{J}^2 + \frac{1}{4}$ de hecho K da información sobre j y l: los estados propios son ψ_κ^μ con

$\vec{J}^2 \psi_\kappa^\mu = j(j+1)\psi_\kappa^\mu$, $J_z \psi_\kappa^\mu = \mu \psi_\kappa^\mu$, $K\psi_\kappa^\mu = -\kappa\psi_\kappa^\mu$

$\kappa = \mp(j+\frac{1}{2})$ según que para las dos componentes de arriba $l = j \pm \frac{1}{2}$ (y para las de abajo $l' = j \mp \frac{1}{2}$)

así para las componentes de arriba $\kappa = +1 \equiv s_{1/2}$, $\kappa = -1 \equiv p_{1/2}$

$\kappa = +2 \equiv p_{3/2}$ etc

Teniendo en cuenta las simetrías $\psi_\kappa^\mu = \begin{pmatrix} \frac{iG(r)}{r}\chi_\kappa^\mu \\ \frac{F(r)}{r}\chi_{-\kappa}^\mu \end{pmatrix}$

con $\chi_\kappa^\mu = \frac{\kappa}{|\kappa|}\sum_{m=\pm\frac{1}{2}} C(l\tfrac{1}{2}j, \mu-m, m, \mu)\, Y_{l,\mu-m}(\hat{r})\,\chi_{\frac{1}{2}m}$

con $\vec{\sigma}\cdot\hat{r}\,\chi_\kappa^\mu = +\chi_{-\kappa}^\mu$ y $l = j - \frac{1}{2}\frac{\kappa}{|\kappa|}$ $\quad \Pi = (-1)^l$

si $\kappa > 0$ $\quad l = j - \frac{1}{2} = \kappa - 1$, $l' = \kappa$

si $\kappa < 0$ $\quad l = j + \frac{1}{2} = -\kappa$, $l' = -\kappa - 1$

en todo caso $l(l+1) = \kappa(\kappa - 1)$

$l'(l'+1) = \kappa(\kappa + 1)$

sustituyendo en la ecuación de autovalores, resulta

$$(E - M(r))\, G(r) = -F'(r) - k\frac{F}{r}$$

$$(E + M)\, F = G' - k\frac{G}{r}$$

(en el artículo de Thomas $k \to -k$, $\vec{\sigma}\hat{r}\chi_k^\mu \to -\chi_{-k}^\mu$,
$g = \frac{iG}{r}$, $f = \frac{iF}{r}$)

Las condiciones de contorno son ψ_k^μ continua (F, G continuas) y normalizable ($F, G \to 0$, $|\vec{x}| \to +\infty$). Como M no es continua, F' y G' tampoco. Además $F(0) = G(0) = 0$.

Eliminando F con $M' = 0$, se obtiene

$$-G'' + \frac{k(k-1)}{r^2} G = (E^2 - M^2_{(r)})\, G \quad \left(\text{ídem } -F'' + \frac{k(k+1)}{r^2} F = (E^2 - M^2_{(r)})\, F \right.$$

análoga a $-u'' + \frac{l(l+1)}{r^2} u = k^2 u \Rightarrow u = r j_l(rk),\ r y_l(r,k)$

con $l = k-1$ ó $-k$ * y $k^2 = E^2 - M^2$ para G
$l' = k$ $\quad -k-1$ para F

Considero sólo el caso más interesante $k = +1$, $S_{1/2}$ para las componentes de arriba ($P_{1/2}$ para las de abajo)

$$-G'' = (E^2 - M^2)\, G$$

* la que dé $l \geq 0$

$$G(r) = A\, \mathrm{sen}(Er) \qquad r<R \qquad M=0$$

$$G(r) = A\, \mathrm{sen}(ER)\, e^{-(m_0^2-E^2)^{1/2}(r-R)} \qquad r>R \qquad M=m_0>E$$

imponiendo continuidad de F en $r=R$, $F=\frac{1}{E+M}\left(G'-\frac{G}{r}\right)$

$$\frac{A}{E}\left(E\cos(ER)-\frac{\mathrm{sen}(ER)}{R}\right) = \frac{A\,\mathrm{sen}(ER)}{E+m_0}\left(-\sqrt{m_0^2-E^2}-\frac{1}{R}\right) \xrightarrow[m_0\to+\infty]{} -A\,\mathrm{sen}(ER)$$

con $j_0(x)=\frac{\mathrm{sen}\,x}{x}$, $j_1(x)=\frac{1}{x}\left(\frac{\mathrm{sen}\,x}{x}-\cos x\right)$

queda $\quad j_0(ER) = j_1(ER) \qquad$ ó $\quad \frac{G(R)}{R} = \frac{F(R)}{R}$

(por simetría entre F y G, $\frac{G}{Er} = j_\ell \Rightarrow \frac{F}{Er} = -j_{\ell'}$ $\quad \{\ell,\ell'\}=\{j\pm\frac{1}{2}\}$, $\ell+\ell'=2j$

En función de R, (el único parámetro dimensional ahora) el espectro es $E_{n,\kappa}=\frac{\omega_{n\kappa}}{R}$, con $\omega_{n,+1}$ los ceros de $j_0(\omega)-j_1(\omega)$. En particular $\omega_{11}=2.04$, $\omega_{21}=5.40$, ...

$$\psi^\mu_{n,1} = \frac{N_{n,1}}{\sqrt{4\pi}}\begin{pmatrix} j_0\left(\frac{\omega_{n1} r}{R}\right) \\ i\vec{\sigma}\cdot\hat{r}\; j_1\left(\frac{\omega_{n1} r}{R}\right)\end{pmatrix}\chi_{\frac{1}{2}\mu} \qquad r<R, \qquad \psi=0 \quad r>R$$

(ψ ya no es continua después de $m_0\to\infty$

con $N_{n,\kappa}$ elegida tal que $\int\psi^\dagger\psi\, d^3r = 1$

$$N_{n,1}^2 = \frac{\omega_{n,1}^3}{2R^3(\omega_{n1}-1)\,\mathrm{sen}^2(\omega_{n1})}$$

$j_\ell(\omega_{n\kappa}) = j_{\ell'}(\omega_{n\kappa}) \quad \kappa>0$

$j_\ell(\omega) = -j_{\ell'}(\omega) \quad \kappa<0$

si se define $n^\mu = (0, \hat{r})$, la condición de contorno hallada, $F(R) = -G(R)$ puede escribirse

$$i \not{n} \psi = \psi|_S \qquad \text{"condición lineal de contorno"}$$

en efecto $i\not{n}\psi|_S = -i \hat{r} \vec{\gamma} \psi|_S = \begin{pmatrix} 0 & -i\vec{\sigma}\hat{r} \\ i\vec{\sigma}\hat{r} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} iG/r \\ F/r \, \sigma\hat{r} \end{pmatrix} \chi^\mu_\kappa \Big|_S =$

$$= \begin{pmatrix} -i\frac{F}{r} \\ -\frac{G}{r}\vec{\sigma}\hat{r} \end{pmatrix} \chi^\mu_\kappa \Big|_S = \psi|_S \Rightarrow F = -G.$$

Esta condición vale cuando los quarks están confinados, incluso si su masa no es nula dentro de la cavidad, y es covariante.

Nótese que $\psi(\vec{x})$ no es continua en R después de $m_0 \to +\infty$, y lo mismo $\rho(\vec{x}) = \psi^\dagger\psi$. En cambio sí lo es $\bar{\psi}\psi$ ya que $\bar{\psi}\psi = \chi^{\mu\dagger}_\kappa \chi^\mu_\kappa \left(\frac{G^2}{r^2} - \frac{F^2}{r^2} \right)\Big|_S = 0$. De hecho esto es una consecuencia de la condición lineal de contorno (que vale incluso en el caso no estático, no esférico etc):

$$\bar{\psi}\psi|_S = \bar{\psi}\, i\not{n}\psi|_S = (\bar{\psi}\, i\not{n}\psi)^\dagger_S = -\bar{\psi}\, i\not{n}\psi|_S = 0 \quad \Rightarrow \hat{j}\hat{n} = 0$$

De acuerdo con este modelo $M_N = \dfrac{3\omega_{11}}{R} \Rightarrow R = 1.3\,\text{fm}$

$$M_{N^*} = \frac{2\omega_{11} + \omega_{12}}{R} = 1{,}55\, M_N \quad (\text{suponiendo el mismo } R)$$

casualmente da muy bien con el experimento.

En este modelo de Bogoliubov, R es un parámetro. Esto tiene el problema de que no conserva energía-momento. En efecto, el lagrangiano es

$$\mathcal{L}(x) = \left(\bar\psi\, i \overleftrightarrow{\partial\!\!\!/}\, \psi\right)\theta_V - \frac{1}{2}\bar\psi\psi\,\Delta_s \,, \qquad \overleftrightarrow{\partial_\mu} \equiv \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{\partial_\mu} - \overleftarrow{\partial_\mu}\right)$$

(para una cavidad esférica estática $\theta_V = \theta(R-r)$),

$$\partial_\mu \theta_V = n_\mu \Delta_s \qquad \Delta_s = -n\cdot\partial\theta_V \quad \left(= \delta(r-R)\right)\Big)$$

(n_μ unitario $n^2=1$ y ortogonal a la superficie de la cavidad)

El último término es una especie de término de masa en ∂V y proporciona la c.l.c.:

$$0 = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar\psi)} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar\psi} = -\frac{i}{2}\partial\!\!\!/\psi\,\theta_V + \frac{1}{2}\psi\Delta_s + \partial_\mu\left(-\frac{i}{2}\gamma^\mu\psi\,\theta_V\right)$$

$$= -i\partial\!\!\!/\psi\,\theta_V + \frac{1}{2}\psi\Delta_s - \frac{i}{2} n\!\!\!/\psi\Delta_s$$

Para este lagrangiano que depende explícitamente de x

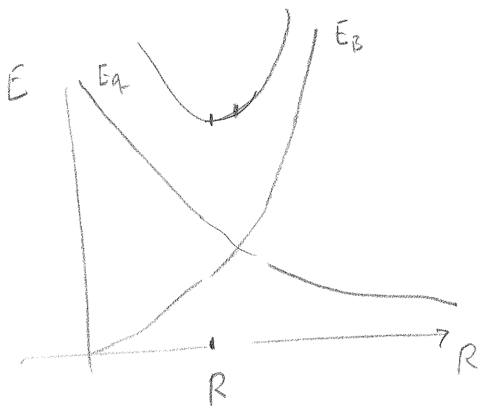
$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = -\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x^\nu} = -\underbrace{\bar\psi\, i\overleftrightarrow{\partial\!\!\!/}\psi}_{\overset{!!}{0}}\, n_\nu\Delta_s + \frac{1}{2}\bar\psi\psi\,\partial_\nu\Delta_s \underset{\bar\psi\psi\Delta_s=0}{=} -\frac{1}{2}\left(\partial_\nu(\bar\psi\psi)\right)\Delta_s$$

y el momento no se conserva localmente. Esto proviene de que el gas de quarks ejerce una presión sobre las paredes de la cavidad que tendería a aumentar el tamaño (también se ve de $E=\frac{\omega}{R}$ que decrece si $R\uparrow$). Una forma de restaurar la conservación de momento o equilibrar la presión es tener en cuenta lo que cuesta energéticamente aumentar R. En el modelo de MIT se introduce un parámetro B que representa vacío no perturbativo

$$\frac{E}{V} = -B$$

Vacío perturbativo

$$\frac{E}{V} = 0$$



la diferencia entre la densidad de energía del vacío perturbativo (≡ el de dentro de la cavidad) y el no perturbativo (el de fuera) que es más estable. Es decir

$$\mathcal{L}_{MIT} = \bar{\psi}\, i \overleftrightarrow{\not{\partial}} \psi\, \theta_V - \frac{1}{2}\bar{\psi}\psi\Delta_s - B\theta_V$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu}_{MIT} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\nu} = -\frac{1}{2}\partial_\nu(\bar{\psi}\psi)\Delta_s + n_\mu B \Delta_s$$

se anula si $\boxed{B = -\frac{1}{2} n^\mu \partial_\mu(\bar{\psi}\psi)}\Big|_S$ llamada condición de $\boxed{\text{contorno}}$ no lineal. En este modelo R deja de ser un parámetro sino que la cavidad se ajusta de modo que esté en equilibrio y B es un parámetro universal. Ej.

$$E_N(R) = \frac{3\,\omega_{11}}{R} + \frac{4\pi}{3}R^3 B$$

se puede demostrar que la c.n.l.c. equivale a $\frac{dE(R)}{dR} = 0$.

Espectroscopía de hadrones ligeros

$$E(R) = \frac{1}{R}\sum_i \omega_i + \frac{4\pi}{3} B R^3$$

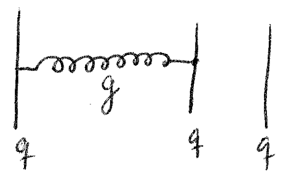
$$\frac{dE}{dR} = 0 \Rightarrow R^4 = \frac{\sum_i \omega_i}{4\pi B}, \quad E(R) = \frac{4}{3}\frac{\sum_i \omega_i}{R} = \frac{4}{3}\left(\sum_i \omega_i\right)^{3/4}(4\pi B)^{\frac{1}{4}}$$

si $\omega_i = \omega_{11}$, $E = \frac{M_N + M_\Delta}{2} \Rightarrow B = (113\,\text{MeV})^4 = 21\,\text{MeV fm}^{-3}$,

$$R_N \simeq 1.46\ \text{fm}$$

Estructura hiperfina:

Tal y como está el modelo, $N(J=\frac{1}{2}, I=\frac{1}{2})$ y $\Delta(\frac{3}{2}\,\frac{3}{2})$ están degenerados. Exp. $M_\Delta - M_N \approx 300\,\text{MeV}$. En este modelo se da cuenta de este efecto a través de la interacción de intercambio de un gluón, es decir en el orden más bajo ~~primer orden~~ perturbativo (estamos en la zona de α_c pequeño)



, En esta aproximación los gluones no tienen autointeracción y se comportan como 8 fotones. Se trata de calcular

$$\Delta E_g = \alpha_c \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{2}\int_V d\vec{x}\left(\vec{E}^{a\,2} + \vec{B}^{a\,2}\right) - \int \vec{j}^{\,a}\vec{A}^{a}\, d\vec{x}$$

sujeto a las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de contorno de la cavidad: $\hat{n}\times\vec{B}^a = 0$, $\hat{n}\cdot\vec{E}^a = 0$ ó $n_\mu F_a^{\mu\nu} = 0$

que implican $n_\mu j^\mu_a = n_\mu \partial_\nu F_a^{\mu\nu} = -(\partial_\nu n_\mu) F_a^{\mu\nu} = 0$ ($\partial_i n_j$ es simétrico)

y no hay flujo de color fuera del saco.

El resultado es $\Delta E_g = \lambda \frac{\alpha_c}{R} \sum_{i<j} M(m_i, m_j, R)\, \vec{\sigma}_i\cdot\vec{\sigma}_j$ $\quad m_i$ = masas de los q.

$\lambda = 1$ para bariones y $\lambda = 2$ para mesones, $M(\ )$ función conocida y positiva

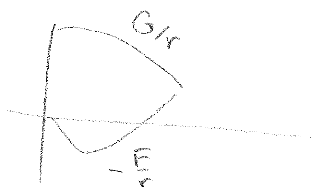
$(\vec{\sigma}_i\cdot\vec{\sigma}_j)_{s=1} = +1$, $(\vec{\sigma}_i\cdot\vec{\sigma}_j)_{s=0} = -3$

En la Δ todos los pares de quarks están en triplete $|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$, en el nucleón $|(\uparrow\downarrow)0,\uparrow\rangle$ no, $\Rightarrow$ $M_\Delta > M_N$ permite ajustar α_c

$\beta\gamma^0$ $\quad \vec{j}^{\,2},\ J_3,\ \pi$ $\qquad \hat{\Pi}\,\psi(\vec{x}) = \beta\,\psi(-\vec{x})$

$j \leftarrow \ell, \ell'$ $\qquad \ell = j \pm \frac{1}{2}$ $\qquad \pi = (-1)^{\ell} = -(-1)^{\ell'}$

$\ell' = j \mp \frac{1}{2}$



$$\frac{G}{ER} = j_\ell(ER) \qquad \frac{F}{ER} = -j_{\ell'}(ER)$$

$$E(m,R) = \frac{1}{R}\sqrt{x^2 + (mR)^2} = \frac{w}{R}$$ nuevo

$$\tan x = \frac{x}{1 - mR - \sqrt{x^2+(mR)^2}}$$

notar $E \underset{m\to\infty}{\longrightarrow} \frac{x}{R} + m$

masa $\quad E(m,R) = \frac{1}{R}\sqrt{x^2+(mR)^2} \equiv \frac{w}{R}$ (nuevo w dep de mR)

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{1-mR+\sqrt{x^2+(mR)^2}}$$

Si nos restringimos a hadrones no extraños, las correcciones de masa finita de los quarks u y d son muy pequeñas (excepto para el pión). Otras correcciones son

- Energía de punto cero de los gluones. Al cuantizar el campo de gluones, E_0, la energía del vacío, diverge (UV), pero tiene términos finitos dependientes de R debido a las condiciones de contorno (Efecto Casimir). La corrección se parametriza como $\frac{Z_0}{R}$.
- Corrección de centro de masas. En este modelo el C.M. se está moviendo lo cual da una contribución ficticia a la masa del hadrón:

$$E^2(R) \approx \langle \vec{P}_{cm}^{\,2} \rangle + M^2(R), \Rightarrow E(R) \approx M(R) + \frac{\langle \vec{P}_{cm}^{\,2} \rangle}{2M(R)}$$

$$\approx M(R) + \frac{\sum_i \langle p_i^2 \rangle}{2M(R)}, \qquad \text{como } \langle p_i^2 \rangle = \frac{w_i^2}{R^2}$$

$$E_N(R) \approx M_N(R) + \frac{3w^2}{2MR^2} = M_R + \frac{3}{8}\frac{w}{R} \qquad \left(\text{usando } E = \frac{4w}{R} \approx M\right)$$

$$\Delta E_{cm} \approx -\frac{3}{8}\frac{w}{R}$$

Es una corrección importante para los R usuales, $\Delta E \approx -\frac{3}{8}\frac{M}{4}$

y se incluye en Z_0 en el ajuste.

También es importante a la hora de contar hadrones posibles ya que algunos que salen naivemente corresponden a excitaciones del c.m. y no existen físicamente.

En resumen, se ajusta

$$M(R) = \sum_i \frac{w_i}{R} + \frac{4\pi}{3} B R^3 + \Delta E_g - \frac{Z}{R}$$

con (m_s) B, α_c y Z como parámetros universales.

R se determina para cada barión con $\frac{dM}{dR} = 0$

Un ajuste ~~de~~ m_K, m_N, m_Δ, m_ω

proporciona $B^{1/4} = 146\ \mathrm{MeV}$, $Z = 1.84$, $\alpha_c = 0.55$, $m_s = 280\ \mathrm{MeV}$

Las masas salen más o menos bien.

Otras propiedades hadrónicas

– Radio de carga

$$\rho(\vec{r}) = \sum_i q_i^\dagger(\vec{r})\, Q_i\, q_i(\vec{r}),$$

$q_i(r) =$ ~~campo de~~ función de onda del quark i

$Q_i =$ carga del quark i (en unidades de la del protón)

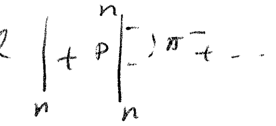
$$\langle r^2 \rangle_Q = \sum_i Q_i \int d^3r\, q_i^\dagger q_i\, r^2$$

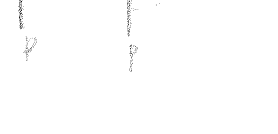
para el protón $\langle r^2 \rangle_{Q,p} = (N_{1,1}^2 R^3) \int_0^1 dx\, x^4 \left(j_0^2(\omega_{1}x) + j_1^2(\omega_{1}x) \right) R^2$

con $R_p = 1\ \mathrm{fm}$ $\quad \langle r^2 \rangle_{Q,p}^{1/2} = 0.73\ \mathrm{fm}$, exp. $0.82\ \mathrm{fm}$

Para neutrón $\quad \langle r^2 \rangle_{Q,n} = 0$, $\quad$ exp. $-0.116\ \mathrm{fm}^2$

$\langle r^2 \rangle_{Q,n} = 0$ indep. de los parámetros usados. En un modelo

quiral  y $\langle r^2 \rangle < 0$.

 aumenta $\langle r^2 \rangle_{Q,p}$, bueno.

– Momento magnético

Con acoplamiento mínimo $H = \vec{\alpha}\cdot(\vec{p} - \overset{q}{e}\vec{A}) + V + \beta m$

$\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{B}$ ($\vec{B}$ cte), $H_B = -e\vec{\alpha}\cdot\frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{B} = \vec{\mu}\cdot\vec{B}$

con $\vec{\mu} = \frac{1}{2}e\vec{r}\times\vec{\alpha} = \frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{j}$

Es un ejercicio comprobar que para $\kappa = +1$

$$\vec{\mu} = \langle \frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{j}\rangle = \mu_0 \langle \sum_{i=1}^{3} \vec{\sigma}_i Q_i \rangle$$

con $\mu_0 = e\frac{4\omega-3}{\omega(\omega-1)}\frac{R}{12} \underset{n=1}{\overset{\uparrow}{=}} \frac{2.43}{12}(2m_N R)\mu_N$, $\mu_N \equiv \frac{e}{2m_N}$

y $\mu_p = \langle p\uparrow|\hat{\mu}_z|p\uparrow\rangle = \mu_0$

$\mu_n = \langle n\uparrow|\mu_z|n\uparrow\rangle = -\frac{2}{3}\mu_0$

$\frac{\mu_n}{\mu_p} = -\frac{2}{3}$ compara bien con el exp. -0.685

pero el valor absoluto de μ_p no sale bien, $2.0\,\mu_N$, frente al exp. $2.80\,\mu_N$ para $R = 1.\,fm$ del ajuste a las masas

De nuevo se arregla en el saco quiral (CBM).

$|p\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi'\chi' + \psi''\chi'')$ $\psi' = \frac{1}{\sqrt{2}}(duu - udu)$

$\psi'' = -\sqrt{\frac{2}{3}}(uud - \frac{1}{2}udu - \frac{1}{2}duu)$

ídem χ', χ''

$|n\uparrow\rangle$ ídem con $u \to d$, $d \to -u$

$R(\hat{e}_2, -\pi)$

$|p\uparrow\rangle$ y $|n\uparrow\rangle$ completamente simétricos bajo espín–sabor

$$iD_\mu = i\partial_\mu + qA_\mu \qquad i\nabla + q\vec{A}$$

$$-i\nabla - q\vec{A}$$

$$\frac{2}{3}\sigma_1 + \frac{2}{3}\sigma_2 - \frac{1}{3}\sigma_3$$

$$\frac{2}{3}\times 2 - \frac{1}{3}\times(-1) = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\uparrow^\dagger u\uparrow^\dagger d\downarrow^\dagger - u\uparrow^\dagger u\downarrow^\dagger d\uparrow^\dagger\right)|0\rangle = |p\uparrow\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\, u\uparrow^\dagger u\uparrow^\dagger d\downarrow^\dagger - \sqrt{\frac{1}{3}}\, u\uparrow^\dagger u\downarrow^\dagger d\uparrow^\dagger)|0\rangle$$

$\sqrt{2}$

$$u\uparrow^\dagger(u\uparrow^\dagger d\downarrow^\dagger - u\downarrow^\dagger d\uparrow^\dagger)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\, d\uparrow^\dagger(u\uparrow^\dagger d\downarrow^\dagger - u\downarrow^\dagger d\uparrow^\dagger)|0\rangle = |n\uparrow\rangle$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}}\,|u\uparrow, d\downarrow, d\uparrow\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\,|u\downarrow, d\uparrow^2\rangle$$

$$\mu_0 \sum_{\alpha,\beta} \langle\alpha|\sigma_3 Q|\beta\rangle\, q^\dagger_\alpha q_\beta$$

$$= \mu_0 \sum_\alpha (\sigma_3 Q)_\alpha\, q^\dagger_\alpha q_\alpha$$

$$\mu_0\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\left(2\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)\right) = \mu_p = \mu_0$$

$$\mu_0\left(\frac{2}{3}\left(2\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)\right) = \mu_0$$

$$\mu_n = \mu_0\left(\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}+2\left(-\frac{1}{3}\right)\right)\right) = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

$$\langle 0| q\, q\, q^\dagger q \quad q^\dagger q^\dagger |0\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\left(\frac{2}{3} \quad 2 \quad +\frac{1}{3} \right) u\uparrow^\dagger u\uparrow^\dagger d\downarrow^\dagger - \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) u\uparrow^\dagger u\downarrow^\dagger d\uparrow^\dagger \right) |0\rangle$$

$$\langle\, |\, |\, \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) 2 + \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(2 \cdot \frac{5}{3} + 1 \times -\frac{1}{3} \right) = 1$$

$$|p\uparrow\rangle = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{u\uparrow^\dagger u\uparrow^\dagger d\downarrow^\dagger}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\, u\uparrow^\dagger u\downarrow^\dagger d\uparrow^\dagger \right) |0\rangle$$

$$\langle n|\, |n\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right) 2 + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) \right) = -\frac{2}{3}$$

— corriente axial

El hamiltoniano (efectivo) débil es del tipo

$$H_W = \frac{G}{2} J^\mu J_\mu^\dagger \quad , \quad G = 10^{-5} m_p^{-2}$$

$n \to p\, e^- \bar\nu_e$

y $J^\mu = J_h^\mu + J_\ell^\mu$

$$J_e^\alpha = \bar\nu_e \gamma^\alpha (1-\gamma_5) e + \bar\nu_\mu \gamma^\alpha (1-\gamma_5)\mu = V_\ell^\alpha - A_\ell^\alpha$$

~~despreciando el ángulo de Cabbibo~~ Análogamente

$$J_h^\alpha = V_h^\alpha - A_h^\alpha$$

si se desprecia el ángulo de Cabibbo $V_h^\mu = \bar u \gamma^\mu d$, $A_h^\mu = \bar u \gamma^\mu \gamma_5 d$

es decir $V_h^\mu = \bar q \gamma^\mu \tau_+ q$, $V_h^{\dagger\mu} = \bar q \gamma^\mu \tau_- q$, ídem A

τ_3 está relacionado con la corriente eléctrica, $Q = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\tau_3$

$$\vec V^\mu = \bar q \gamma^\mu \frac{\vec\tau}{2} q , \quad \vec A^\mu = \bar q \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec\tau}{2} q \quad , \quad q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

llamadas corrientes vectorial y axial respectivamente. (son isovectores)

En la práctica aparece

$$\langle p | \vec V^0 | n \rangle = g_V \langle p | \frac{\vec\tau}{2} | n \rangle$$

p, n en reposo ~~y en el mismo estado de espín~~

$$\langle p | \vec A^i | n \rangle = g_A \langle p | \sigma^i \frac{\vec\tau}{2} | n \rangle$$

(Wigner-Eckart)

(Mov) de conf. rompe [illegible] igual [illegible] vector)

exp. $g_V = 1$, $g_A = 1.24$

$\vec{V}^{\mu} = \sum_{i=1}^{3} \left(\gamma^{\mu} \frac{\vec{\tau}}{2}\right)_i$

en el modelo de MIT g_V y g_A son calculables con

$$\vec{V}^{\mu} = \sum_{i=1}^{3} \bar{q}_i \gamma^{\mu} \frac{\vec{\tau}_i}{2} q_i , \qquad \vec{A}^{\mu} = \sum_{i=1}^{3} \bar{q}_i \gamma^{\mu} \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} q_i$$

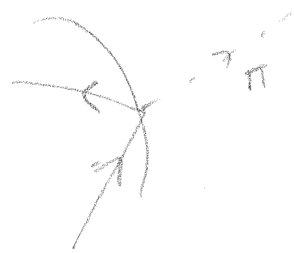
y la función de onda del nucleón de espín-isospín

Resulta $g_V = 1$, lo cual ocurre en cualquier teoría que conserve isospín.

$$g_A \langle p | \vec{A}^k | n \rangle = \frac{\omega}{3(\omega-1)} \langle p | \sum_{i=1}^{3} \sigma_i^k \frac{\vec{\tau}_i}{2} | n \rangle_{\substack{\text{spin}\\ \text{sabor}}} = \frac{5}{3} \frac{\omega}{3(\omega-1)} \langle p | \sigma^k \frac{\vec{\tau}}{2} | n \rangle$$

$$g_A = \frac{5}{3} \frac{\omega}{3(\omega-1)} = 1.09 \quad \text{que no está mal } \left(g_A^{NR} = \frac{5}{3} \right).$$

PCAC



Chiral bag model