XXXVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Primera Fase

Viernes 18 de enero de 2002

Sesión de Mañana

1. Si p es un número real y las raíces de $x^3 + 2px^2 - px + 10 = 0$ están en progresión aritmética, halla dichas raíces.

2. En el triángulo ABC, la bisectriz trazada desde A divide al lado opuesto en dos segmentos, de los que conocemos uno: $BT = 572$ m. Si dicha bisectriz corta a la mediana BM en los segmentos $BD = 200$ m y $DM = 350$ m, calcula el lado a de dicho triángulo y plantea una ecuación con incógnita c para obtener el lado c (no hace falta que lo calcules explícitamente).

3. Encuentra todos los enteros positivos m y n tales que $n! + 1 = (m! - 1)^2$.

Nota:

- Todas las respuestas han de estar razonadas.
- Cada problema se calificará sobre 7 puntos.
- Tiempo estimado: tres horas y media.

XXXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Primera Fase

Viernes 18 de enero de 2002

Sesión de Tarde

1. En un equipo de fútbol tenemos 11 jugadores, cuyas camisetas están numeradas del 1 al 11. Elegimos al azar 6 de ellos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números de sus camisetas sea impar?

2. La suma de las edades de los 120 estudiantes que participaron el año pasado en la fase final de la Olimpiada Matemática fue de 2002 años. Demuestra que podrías haber elegido 3 de ellos tales que la suma de sus edades no fuera menor de 51 años.

3. Escribo en la pizarra 14 números enteros, no necesariamente distintos, que verifican la propiedad de que al borrar cualquiera de ellos, puedo agrupar los trece restantes en tres montones de igual suma.

   a) Demuestra que cada uno de los catorce es múltiplo de 3.

   b) ¿Es posible que alguno de los catorce que he escrito no sea el 0?

Nota:

- Todas las respuestas han de estar razonadas.
- Cada problema se calificará sobre 7 puntos.
- Tiempo estimado: tres horas y media.