

# ÍNDICE.

<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>2</b>
1.1 DETECCIÓN DE BORDES Y SEGMENTACIÓN EN IMÁGENES DIGITALES.....	2
1.2 EL NUEVO MÉTODO DE DETECCIÓN DE BORDES.....	3
1.2.1 <i>Fundamento</i> .....	3
1.2.2 <i>Método</i> .....	4
1.2.3 <i>Resultados</i> .....	4
1.2.4 <i>Medida de Calidad</i> .....	4
1.2.5 <i>Algunas aplicaciones</i> .....	5
1.3 EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE SEGMENTACIÓN AL ANÁLISIS DE SECUENCIAS DE ADN.....	7
1.4 INVESTIGACIÓN PENDIENTE.....	7
1.4.1 <i>Borde de anchura doble</i> .....	7
1.4.2 <i>Enlazado y adelgazamiento</i> .....	8
1.4.3 <i>Aplicaciones. Proyecto Coordinado</i> .....	9
1.4.4 <i>Divergencia de la matriz Aura</i> .....	9
<b>2. FUNDAMENTOS.....</b>	<b>11</b>
2.1 DEFINICIONES Y NOTACIONES.....	11
2.2 ESTUDIO IDEALIZADO.....	12
2.2.1 <i>Primer análisis: borde vertical y ventana con desplazamiento normal al borde</i> .....	13
2.2.2 <i>Segundo análisis: borde oblicuo y ventana con desplazamiento horizontal</i> .....	15
2.3 RELAJACIÓN DE LA HIPÓTESIS DE HOMOGENEIDAD: ESTUDIO ESTADÍSTICO.....	18
2.3.1 <i>Borde objetivamente indeterminado</i> .....	18
2.3.2 <i>Texturas regulares: fluctuación y cambio de fase</i> .....	21
2.3.2.1 Fluctuaciones de la divergencia: caso binario.....	22
2.3.2.2 Simulación de Montecarlo.....	24
2.3.2.2.1 Probabilidad global de error.....	26
2.3.2.2.1.1 Experimento A.....	26
2.3.2.2.1.2 Experimento B.....	27
2.3.2.2.1.3 Experimento C.....	29
2.3.2.2.1.4 Probabilidad de acierto.....	30
2.3.2.2.2 Fluctuaciones por residuos.....	31
2.3.2.2.2.1 Experimento D.....	31
2.3.2.2.2.2 Cambios de fase.....	33
2.3.2.2.2.2.1 Desplazamiento perpendicular al borde.....	33
2.3.2.2.2.2.2 Desplazamiento paralelo al borde.....	34
2.3.3 <i>Influencia del ruido</i> .....	35
2.4 INFLUENCIA DE LA ESCALA DE GRISES SOBRE LA DIVERGENCIA JS.....	36
2.5 PROPIEDAD DE RAMIFICACIÓN DE LA DIVERGENCIA DE JENSEN-SHANNON.....	37
<b>3. MÉTODO.....</b>	<b>41</b>
3.1 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO.....	41
3.1.1 <i>Fase 1</i> .....	41
3.1.1.1 Cálculo de la matriz de divergencias.....	41
3.1.1.2 Coeficiente de atenuación.....	43
3.1.2 <i>Fase 2</i> .....	44
3.2 ANÁLISIS DEL MÉTODO.....	46
3.2.1 <i>Ventanas</i> .....	46
3.2.2 <i>Selección de la ventana óptima</i> .....	46
3.2.3 <i>Influencia de la forma de la ventana</i> .....	54
3.2.4 <i>Influencia del tamaño de la ventana</i> .....	58
3.2.4.1 Agudeza de los máximos locales de la divergencia.....	58
3.2.4.2 Relación de tamaños de ventana y téxel.....	60
3.2.4.2.1 Salto de la ventana deslizante.....	60
3.2.4.2.2 Relación de multiplicidad de tamaños de ventana y téxel.....	62

3.2.4.3	Influencia del ruido. ....	64
3.2.5	<i>Coficiente de atenuación.</i> ....	65
3.2.5.1	Ruido gaussiano. ....	65
3.2.5.2	Ruido impulsivo sal y pimienta. ....	66
3.2.5.3	Ruido impulsivo gris uniforme. ....	68
3.2.6	<i>Influencia del número de suavizaciones.</i> .....	71
3.2.7	<i>Influencia de la tolerancia.</i> ....	72
3.2.8	<i>Comparación entre umbralización global y detección local de máximos.</i> .....	74
3.2.8.1	Umbralización global. ....	75
3.2.8.2	Umbralización local 1.....	76
3.2.8.3	Comparación de los algoritmos de selección de píxeles bordes. ....	79
3.2.8.3.1	Imágenes sintéticas.....	79
3.2.8.3.2	Imágenes reales. ....	84
3.2.9	<i>Comportamiento frente al ruido.</i> .....	86
3.2.9.1	Ruido gaussiano. ....	86
3.2.9.2	Ruido impulsivo sal y pimienta. ....	89
3.2.9.3	Ruido impulsivo gris uniforme. ....	91
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS.</b> .....	<b>95</b>
4.1	TEXTURAS SINTÉTICAS.....	95
4.1.1	<i>Ruido gaussiano.</i> .....	95
4.1.2	Ruido impulsivo blanco y negro.....	98
4.1.3	<i>Ruido impulsivo gris uniforme.</i> ....	102
4.1.4	<i>Conclusiones.</i> .....	105
4.2	TEXTURAS NATURALES.....	105
4.3	IMÁGENES DE ESCENAS REALES. ....	107
4.4	COMPARACIÓN CON OTROS MÉTODOS DE SEGMENTACIÓN. ....	109
4.4.1	<i>Ruido gaussiano.</i> .....	110
4.4.2	<i>Ruido impulsivo sal y pimienta.</i> ....	112
<b>5.</b>	<b>APLICACIONES.</b> .....	<b>115</b>
5.1	DETERMINACIÓN DE TENSIÓN SUPERFICIAL A PARTIR DE UNA GOTA PENDIENTE. ....	115
5.2	MAPAS TÉRMICOS DE IMÁGENES OCEÁNICAS. ....	117
5.3	ANÁLISIS DE LA FORMACIÓN DE CRISTALES DE PROTEÍNAS. ....	118
5.4	DETECCIÓN AUTOMÁTICA DE ALGAS. ....	120
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES FINALES.</b> .....	<b>123</b>
<b>APÉNDICE A1.</b>	<b>IMÁGENES DE PRUEBA.</b> .....	<b>125</b>
A1.1	IMÁGENES SIN RUIDO. ....	125
A1.2	IMÁGENES CON RUIDO.....	127
A1.2.1	<i>Ruido gaussiano aditivo blanco.</i> .....	128
A1.2.2	<i>Ruido impulsivo sal y pimienta</i> .....	130
A1.2.3	<i>Ruido impulsivo gris uniforme.</i> .....	135
<b>APÉNDICE A2.</b>	<b>ARTÍCULO SOBRE SEGMENTACIÓN ENTRÓPICA.</b> .....	<b>141</b>
<b>APÉNDICE A3.</b>	<b>MEDIDA DE CALIDAD.</b> .....	<b>145</b>
<b>APÉNDICE A4.</b>	<b>ARTÍCULO SOBRE MATRICES AURA.</b> .....	<b>169</b>

<b>APÉNDICE A5. SEGMENTACIÓN DE CADENAS DE ADN.....</b>	<b>173</b>
<b>APÉNDICE A6. COTA DE LA DIVERGENCIA.....</b>	<b>183</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>195</b>

# Grupo de Procesamiento de Imágenes

## Detección de bordes y segmentación de imágenes texturadas y/o ruidosas.



*Informe acerca de la investigación llevada a cabo para el Proyecto de Investigación TIC94-0535. Mayo 1997.*

*Investigador Principal:*

Ramón Román Roldán (Departamento de Física Aplicada. Universidad de Granada)

*Investigadores:*

- José Martínez Aroza (Departamento de Matemática Aplicada. Universidad de Granada)
- Juan Francisco Gómez Lopera (Departamento de Física Aplicada. Universidad de Granada)
- Vicente Barranco López (Departamento de Electrotecnia y Electrónica. Universidad de Córdoba)
- Pedro Luis Luque Escamilla (Departamento de Ingenierías Mecánica y Minera. Universidad de Jaén)

*Becarios:*

Chakir Atae Allah (Departamento de Física Aplicada. Universidad de Granada)

# 1. INTRODUCCIÓN.

En la presente memoria se presenta la investigación que, con motivo del Proyecto TIC94-0535, ha sido realizada por el equipo de este proyecto y en parte, por otros miembros del Grupo de Investigación “Procesamiento de Imágenes” de la Universidad de Granada.

## ***1.1 Detección de bordes y segmentación en imágenes digitales.***

La segmentación de imágenes es un campo primordial dentro del Análisis de Imágenes y de la Visión por Computador [GON92] [SON95]. La enorme variedad de procedimientos existentes pueden ser clasificados en tres grandes grupos:

- 1) *Umbralización (Thresholding)* [PAL93]. Los píxeles, los cuales se suponen espacialmente conexos, son clasificados de acuerdo con un umbral impuesto sobre una propiedad de píxel dada (el nivel de gris, por ejemplo).
  
- 2) *Detección de bordes (Edge-detection)* [CAN86]. La mayor parte de estas técnicas se basan en operadores diferenciales, que funcionan localmente, tales como el gradiente, laplaciano, operador Roberts, operador Sobel, etc.
  
- 3) *Aproximaciones por regiones (Regional approaches)* [LEN94]. Los métodos basados en regiones asignan un vector de características a cada región, y segmentan la imagen de acuerdo con los valores de funciones discriminantes adecuadas definidas sobre el espacio de características. Los procedimientos más usuales, dentro de este ámbito, son el *crecimiento de regiones (region growing)* y el *corta y une (split and merge)*, los cuales suelen ser inicializados con semillas. Por tanto, puede achacársele a estos procedimientos que el resultado obtenido es demasiado dependiente de las condiciones iniciales, incluso arbitrario, basado en información apriorística.

## ***1.2 El nuevo método de detección de bordes.***

Nuestro método puede clasificarse en el segundo tipo, ya que primariamente detecta una discontinuidad entre el histograma de una muestra tomada por una ventana que desliza sobre la imagen [BAR95a] (Apéndice A2). Sin embargo, tiene en cuenta la propiedad esencial de una imagen, en general, según la cual una imagen es un conjunto de regiones relativamente homogéneas internamente, pero muy diferentes entre sí. Por ser un método de detección de bordes, el paso a la segmentación implica la necesidad de estrechar y prolongar o cerrar los bordes. El estrechamiento está incluido en este informe, no así la prolongación, cuyo desarrollo, actualmente en proceso, queda diferido a una publicación posterior.

En este informe técnico, se presenta en primer lugar la teoría y fundamentos que han servido de base para la investigación desarrollada. A continuación, se detalla el método de operación empleado en la realización de los procesamientos de las imágenes propuestas; junto con los resultados de una gran cantidad de experimentos realizados, encaminados a poner de manifiesto las características de nuestro método de segmentación, y la comparación del mismo con otros procedimientos descritos en la bibliografía.

La investigación realizada, cuyo objetivo ha sido el desarrollo de un método general de segmentación propio, y no la optimación de resultados en problemas de aplicación específica, ha requerido la programación de una gran cantidad de software para implementar el método propuesto.

### **1.2.1 Fundamento.**

El fundamento del método de segmentación es el uso de la divergencia de Jensen-Shannon (JS) [LIN91] entre los histogramas observados a través de una ventana partida que desliza sobre la imagen, con objeto de detectar puntos de borde entre regiones. Lo esencial de este método está descrito en nuestro artículo “*Entropic texture-edge detection for image segmentation*” publicado en *Electronic Letters* [BAR95b], del cual se incluye una copia como anexo I de este informe. Dicho fundamento se completa aquí

con un desarrollo matemático que profundiza en la teoría de la aplicación de JS a la detección de bordes, en relación con las propiedades de esta función.

### **1.2.2 Método.**

El método de operación se describe desdoblado en dos fases de aplicación. En la primera se obtiene una imagen de divergencias como resultado del barrido de la imagen que se va a segmentar por la ventana deslizante. En el segundo se obtiene una imagen de bordes por detección de máximos en la imagen anterior. Esta imagen de bordes es una primera aproximación a la segmentación, pues no se garantiza la obtención de bordes cerrados e idealmente delgados [BOR87].

### **1.2.3 Resultados.**

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos en los numerosos experimentos realizados para comprobar las características de operación del método propuesto. Se describen los diversos factores que concurren en la ejecución del algoritmo, los cuales han de ser ajustados en cada aplicación concreta para obtener un resultado óptimo. Son el tamaño y forma de ventana, el salto de desplazamiento de la misma, su orientación, el uso de ventana simple o ventanas múltiples, la escala de grises, el sistema de detección de máximo, etc.

Se han realizado experimentos con una muy amplia variedad de parámetros y estrategias posibles, y de tipo de imagen problema. Este cúmulo de resultados se da preferentemente en forma gráfica, y se utilizan para evaluar su calidad las dos medidas más comúnmente usadas en la literatura especializada. Los resultados se acompañan de ejemplos ilustrativos de detección de bordes y de segmentación.

### **1.2.4 Medida de Calidad.**

Al plantearse el problema de escoger la/s medida/s de calidad más apropiadas para una valoración de nuestro método en comparación con otros presentados en la bibliografía, se encontró que no se había publicado ninguna medida de calidad con comportamiento

adecuado a la expectativa más general, que exige dar cuenta del resultado objetivo de la segmentación y la valoración subjetiva por inspección visual [ZHA96]. Esta deficiencia viene siendo denunciada por toda la comunidad científica que trabaja en segmentación de imágenes, hasta el punto de que no solo no hay una medida de calidad satisfactoria, sino que tampoco hay establecido o consensuado un criterio de bondad que deba ser satisfecho por una medida particular [HAR94].

Esta situación nos ha llevado a investigar el problema y a proponer una nueva medida de calidad. El resultado de esta investigación lateral ha sido sometido para su publicación en la revista *International Journal of Computer Vision*. En este informe se incluye una copia del manuscrito (Apéndice A2), y se dan algunos resultados experimentales utilizando esta nueva medida.

### **1.2.5 Algunas aplicaciones.**

Se ofrecen algunos ejemplos de aplicación del método de segmentación, que han surgidos de manera ocasional en la relación de nuestro grupo de investigación con otros grupos. Se dan sólo como ejemplo de las expectativas de uso de nuestro método, quedando para ulterior investigación el estudio a fondo de algún posible campo de aplicación apropiado.

#### ***1.2.5.1 Cálculo de la tensión superficial y ángulo de contacto a partir de la imagen de una gota sésil o pendiente.***

A partir de una imagen fotográfica de una gota sésil o pendiente de una determinada disolución, es posible determinar su tensión superficial y ángulo de contacto, lo cual tiene gran interés industrial. El método básico de operación consiste en ajustar el perfil de la gota, calculado mediante técnicas de procesamiento de imagen, con el perfil teórico (Young-Laplace). Sin embargo, los métodos empleados en la literatura adolecen de un método de detección de bordes que sea suficientemente robusto frente a la presencia de ruido en la imagen de la gota [TER96] [CHE90], lo cual siempre sucede (ruido impulsivo y fotográfico). Ello exige un filtrado previo a la detección del borde, lo cual supone una notable merma: el filtrado suaviza, e incluso desplaza, los contornos, con lo

que la detección posterior se ve notablemente afectada. El método propuesto por nuestro Grupo de Investigación solventa esa dificultad, al presentar características de robustez extraordinarias frente a la presencia de ruido en la imagen. Su validez se ve refrendada con recientes experiencias llevadas a cabo en colaboración con el Grupo de Física de Coloides de la Universidad de Granada.

#### **1.2.5.2 *Isotermas en imágenes de satélite.***

Una de las aplicaciones de la segmentación que más interés despierta actualmente es la teledetección. A partir de imágenes de satélite es posible determinar líneas de igual temperatura, que delimitan regiones de interés, como presencia de vertidos contaminantes, o corrientes y afloramientos de interés pesquero [HOL89] [SAV94]. En esa línea se han realizado interesantes experiencias, en conjunción con el Grupo de Física de la Atmósfera de la Universidad de Granada. La principal ventaja de nuestro método está en la robustez frente al ruido *speckle* que aparece en las imágenes de satélite, que hace que no sea preciso un prefiltrado.

#### **1.2.5.3 *Imágenes de difracción.***

En esta aplicación se pretende estudiar mediante difracción con láser los perfiles de concentración de una onda de NaCl que se propaga en un reactor, en el que crecen cristales de proteínas. El frente de esta onda se ve perturbado por el crecimiento de los cristales, y a partir de la forma del mismo puede obtenerse información sobre la estructura de los cristales. La información se extrae midiendo la distancia entre máximos y mínimos consecutivos de la onda de concentración. Se pretende que el análisis de los frentes de onda sea automático, dado el gran volumen de datos que genera cada experimento completo.

El método de segmentación presentado aquí puede aplicarse a este problema, con ciertas variaciones. En efecto, al realizar la segmentación, se detectan como bordes las regiones de la imagen en las que se produce un cambio de textura: los pasos de un máximo a un mínimo de concentración. Es decir, ahora interesa detectar zonas donde la divergencia es

baja, y no alta como ocurre en una segmentación normal. Es decir, es el problema dual al de la segmentación.

### ***1.3 Extensión del método de segmentación al análisis de secuencias de ADN.***

Aunque no previsto en el proyecto, nuestro Grupo de Investigación, en colaboración con el Prof. Oliver (Dpto. de Genética de la Universidad de Granada), ha desarrollado un método nuevo de análisis de secuencias de ADN. Su fundamento es la segmentación de la secuencia en *dominios composicionales*, basada también en la divergencia de Jensen-Shannon. La distribución de longitudes de los dominios, obtenidos con distinta fiabilidad estadística, muestran una estructura de tipo fractal que se relaciona con las propiedades de correlación de largo alcance detectadas en estas secuencias por otros métodos.

Los resultados de esta investigación se incluyen también en este informe, por el evidente interés que tiene la extensión, no prevista, del criterio básico de segmentación a los problemas de análisis de secuencias simbólicas no estacionarias. Se adjunta una copia del artículo publicado en *Physical Review E* (Apéndice A5).

### ***1.4 Investigación pendiente.***

Como es usual en toda investigación, quedan pendientes multitud de problemas por resolver, por ampliación o ramificación del principal. En nuestro caso, está previsto proseguir la investigación en las siguientes direcciones.

#### **1.4.1 Borde de anchura doble.**

El barrido de la imagen con una ventana con las dos semiventanas separadas suele producir bordes de dos píxeles de anchura. Este hecho se presenta inicialmente como un inconveniente, pues parece ser un borde impreciso. Sin embargo, la situación puede ser vista desde otra perspectiva : el borde (no línea) verdadero debe ser considerado como la frontera entre regiones distintas de la imagen, de tal suerte que cada píxel de la imagen

debe pertenecer a una, y solo una, región. Es decir, el borde no está materializado en píxeles, y queda así indicado por la separación entre una doble hilera de píxeles. Este *borde de anchura doble* es una forma innovadora de presentar el resultado de la segmentación de una imagen, en la que cada hilera de píxeles del borde pertenece a una región de la imagen segmentada, eliminando así la irritante ambigüedad del procedimiento clásico, por la que el píxel (único) del borde puede ser asignado arbitrariamente a cualquiera de las dos regiones fronterizas.

El método de la divergencia de Jensen-Shannon, que es el núcleo esencial de todo este trabajo, se presta extraordinariamente bien a esta modalidad de detección de bordes y segmentación. Para ello, basta detectar el máximo y un submáximo en la fase correspondiente del procedimiento. Además, como sucede frecuentemente en problemas de imágenes texturadas con cambio de fase, aparecen dos máximos iguales. El desarrollo del método de detección de borde de anchura doble requiere una muy amplia experimentación, por lo que ha quedado pospuesto para una continuación inmediata de este trabajo.

#### **1.4.2 Enlazado y adelgazamiento.**

En la segunda fase del método descrito en este trabajo se contiene ya una técnica de adelgazamiento, ya que la detección de bordes por simple umbralización a partir de la matriz de divergencias conduciría a una imagen grosera respecto a la finalidad principal, cual es la segmentación. La citada técnica de adelgazamiento garantiza un borde de un píxel de anchura cuando el máximo dentro de la rendija de exploración es único, lo que deja para una investigación posterior el desarrollo de métodos de adelgazamiento particulares o la adaptación de alguno de los descritos en la literatura a las características propias de nuestro método de detección de bordes.

Lo anterior no asegura el cerramiento de los bordes, necesario para completar la segmentación. Nuestro grupo de investigación tiene bastante avanzado el desarrollo de un método de enlazado que conecta bien con la especificidad de nuestros métodos de detección de bordes[ATA97]. La característica esencial de nuestro procedimiento consiste en que los bordes, inicialmente abiertos, se prolongan píxel a píxel, hasta cerrar

el borde si ello es requerido por el usuario, mediante una relajación progresiva de los umbrales que condicionan la decisión de prolongar. A pesar de lo avanzado de esta investigación, no se ha incluido en este informe por el doble motivo de no corresponder al tema del proyecto, y de no estar concluida.

### **1.4.3 Aplicaciones. Proyecto Coordinado.**

Además de las aplicaciones ya mencionadas, se cita aquí como desarrollos posteriores el conjunto de aplicaciones contenidas en el Proyecto Coordinado RECONOCIMIENTO DE ESTRUCTURAS OCEÁNICAS MESOESCALARES MEDIANTE INTERPRETACIÓN AUTOMÁTICA DE DATOS DE SATÉLITE. APLICACIONES EN PESQUERIAS, ESTUDIO DE VARIABILIDADES Y PREDICCIÓN DE DINAMICA SUPERFICIAL, que ha sido presentado en la última convocatoria de la CICYT por nuestro grupo de investigación conjuntamente con otros tres de las Universidades de Almería, Cádiz y Las Palmas de Gran Canaria. Nuestra participación corresponde al subproyecto **Segmentación de imágenes por detección entrópica de bordes, orientada al reconocimiento de estructuras oceanográficas.**

De ser aprobado este proyecto, el grupo de investigación proseguiría sus trabajos como una continuación destacada de los resultados que aquí se presentan, en aplicaciones de interés científico, técnico y práctico, tales como estudio de estructuras oceánicas, geodesia, afloramientos pesqueros.

### **1.4.4 Divergencia de la matriz Aura.**

Se ha estudiado una variante del método anterior de detección de bordes, consistente en determinar la divergencia de Jensen-Shannon entre las matrices *aura* [PIC92] de las semiventanas en la ventana deslizante [BAR97]. Dicha matriz es un cierto promedio de la matriz de coocurrencia [PAR94a] con la que se persigue eliminar el sesgo de orientación que ésta última tiene por definición. La detección de bordes basada en esta matriz es más sensible que la basada en el histograma, ya que, en general, texturas de nivel de gris medio e histograma iguales o parecidos, pueden tener matrices *aura* diferentes. Al mismo tiempo, se trata de mejorar los resultados obtenidos con los métodos basados en la matriz de coocurrencia, lo cual está aún pendiente (Apéndice A4).



## 2. FUNDAMENTOS.

El método de detección de bordes que aquí se presenta está basado en el uso de la técnica generalizada de la ventana partida deslizante, y en las propiedades de la divergencia de Jensen-Shannon. En esta sección se analizan teóricamente, hasta donde ha sido posible, las variaciones de esta función en las condiciones de operación del método, así como los azares derivados de la configuración espacial aleatoria de cada téxel consistente con su histograma. El trabajo inicial de los autores sobre este método [BAR95b] (apéndice 2), contiene una descripción general del mismo y un primer análisis teórico. Sin embargo, el estudio se da aquí prácticamente completo para mayor facilidad de comprensión.

El estudio ha de partir forzosamente de un análisis preliminar del comportamiento de la divergencia de Jensen-Shannon como función detectora de bordes bajo condiciones ideales, para a continuación estudiar hasta qué punto puede seguir desempeñando con éxito tal labor bajo condiciones reales. Ambos estudios están separados en sendas subsecciones, inmediatamente después de una primera subsección de definiciones y notaciones empleadas.

### 2.1 *Definiciones y notaciones.*

- $K$  Escala de grises utilizada en la imagen objeto de estudio.  $K = \{0,1,\dots,K-1\}$ ,  $|K| = K$ .
- $P(D)$  Histograma de cualquier región u objeto  $D$  dentro de la imagen :  $P(D) = \{p_0, p_1, \dots, p_{K-1}\}$ , donde  $p_k$  indica la frecuencia relativa de píxeles con nivel de gris  $k$  dentro del objeto  $D$ . Puede considerarse indistintamente como conjunto de frecuencias relativas o como distribución de probabilidad. Por brevedad se empleará la notación  $P_a$  en lugar de  $P(a)$  cuando se trate de regiones.

W Ventana partida que se desliza sobre la imagen. Situada en una posición dada, indica los píxeles que han de ser incluidos al realizar una operación asociada a dicha posición.

$W_1, W_2$  La ventana  $W$  está partida en dos semiventanas  $W_1, W_2$  de igual forma y tamaño, y de posición relativa constante dentro de  $W$ .

$N$  Tamaño de cada semiventana. Así,  $W$  es de tamaño  $2N$ .

$H(P)$  La entropía de Shannon de una distribución de probabilidad.

$H(D)$  La entropía de Shannon del histograma de un objeto:  $H(D) = H(P(D))$ .

$JS(W)$  La divergencia de Jensen-Shannon de la ventana partida deslizante:  $JS(W) = H(W) - \frac{1}{2}(H(W_1) + H(W_2))$ . Es obvio que su valor varía con la posición de  $W$ .

## **2.2 Estudio idealizado.**

La idoneidad de la divergencia de Jensen-Shannon como herramienta de detección de bordes se analiza inicialmente bajo una condición ideal de homogeneidad estadística de cada una de las regiones de una imagen. No es necesario que todos los píxeles de una región tengan el mismo nivel de gris, pero al menos supondremos que se cumple la siguiente **hipótesis de continuidad**:

“Para todo objeto  $D$  enteramente incluido en una región  $x$ , se tiene  $H(D) = H_x$ ”.

Puede parecer que la hipótesis formulada es demasiado restrictiva, puesto que, hablando con rigor, solamente se cumple en el caso de regiones cuyos píxeles son todos de un mismo nivel de gris. No obstante, para regiones texturadas la hipótesis está asintóticamente más próxima a su cumplimiento conforme el tamaño de los objetos crece y se hace muy superior al tamaño del elemento constructivo de la textura (téxel). Lo anterior también ocurre para regiones originalmente homogéneas y que sufren corrupción por ruido, ya sea éste impulsivo o aditivo. Dado que este cumplimiento aproximado es factible y cercano al caso ideal expuesto, procede el estudio bajo la hipótesis de homogeneidad, sin menoscabo del análisis realista de la sección siguiente.

Como consecuencia de (pero no equivalente a) la hipótesis de homogeneidad, se tiene la propiedad siguiente :

“Si una ventana  $W$  se desplaza por el interior de una región  $a$ , entonces su histograma  $P(W)$  permanece constante e igual al de la región  $P_a$ ”.

Seguidamente se hace el análisis idealizado, en dos partes. En ambas se utiliza una ventana deslizante con semiventanas yuxtapuestas horizontalmente ( $W_1$  a la derecha,  $W_2$  a la izquierda) que se desplaza horizontalmente de izquierda a derecha y que en su trayectoria pasa de una región de la imagen a otra, atravesando completamente la frontera entre ambas. En la primera parte se supone que dicha frontera es vertical, como caso más sencillo, y en la segunda se estudia el caso de un borde oblicuo, aunque rectilíneo.

### **2.2.1 Primer análisis: borde vertical y ventana con desplazamiento normal al borde.**

El estudio está descrito en [BAR95b], aunque se reproduce aquí lo esencial para no forzar la consulta a dicha publicación.

La imagen en estudio se compone de dos regiones  $a$  y  $b$ , la primera a la izquierda y la segunda a la derecha, con frontera rectilínea y vertical entre ambas. La ventana  $W$  se desliza de izquierda a derecha, de forma que pasa de estar en la región  $a$  a estar en la región  $b$ . Bajo la hipótesis de homogeneidad, los histogramas  $P(W_1)$ ,  $P(W_2)$  y  $P(W)$  son constantes e iguales entre sí, mientras  $W$  se encuentre en una sola región. En consecuencia la divergencia  $JS(W)$  es nula.

Si la ventana se sitúa en cualquier posición sobre el borde, una de las dos semiventanas participará de las dos regiones. Sin perder generalidad supongamos que se trata de  $W_1$ . De nuevo bajo la hipótesis de homogeneidad, las partes de  $W_1$  situadas en las regiones  $a$  y  $b$  poseen histogramas parciales  $P_a$  y  $P_b$  respectivamente, por lo cual  $P(W_1)$  será una cierta media ponderada o combinación lineal convexa de  $P_a$  y  $P_b$ , con pesos justamente proporcionales a los tamaños de las subregiones  $a \cap W_1$  y  $b \cap W_1$ , respectivamente. Más concretamente, si  $\beta \in [0,1]$  representa la fracción de  $W_1$  incluida en la región  $b$ , entonces

$P(W_1) = (1-\beta) P_a + \beta P_b$ , dando lugar, en consecuencia, a un histograma que varía con respecto a la posición de  $W$ . Como  $W_2$  está en la región  $a$ , tenemos  $P(W_2) = P_a$  y en consecuencia  $P(W) = (1-\frac{1}{2}\beta) P_a + \frac{1}{2}\beta P_b$ . Resulta conveniente aquí denotar por  $W(\beta)$  y  $W_1(\beta)$  las composiciones particulares de  $W$  y  $W_1$  para la posición  $\beta$ , respectivamente. La divergencia de Jensen-Shannon correspondiente puede expresarse en función de  $\beta$  como

$$JS(W(\beta)) = H(W(\beta)) - \frac{1}{2}(H(W_1(\beta)) + H(W_2)), \quad \beta \in [0,1]$$

**Teorema 1:** “En las anteriores condiciones, si  $P_a \neq P_b$  entonces  $JS(W(\beta))$  alcanza su máximo valor cuando  $\beta = 1$ ”.

**Demostración:** Si se nota  $P_a = \{p_{ai}\}_{i=0}^{K-1}$ ,  $P_b = \{p_{bi}\}_{i=0}^{K-1}$ , y  $d_i = p_{bi} - p_{ai}$ , sencillos cálculos directos permiten expresar

$$JS(W(\beta)) = -\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{K-1} 2(p_{ai} + \frac{\beta}{2} d_i) \log(p_{ai} + \frac{\beta}{2} d_i) - (p_{ai} + \beta d_i) \log(p_{ai} + \beta d_i) - p_{ai} \log p_{ai} .$$

Para demostrar que  $JS(W(\beta))$  es una función estrictamente creciente con respecto a  $\beta$ , basta con ver que su función derivada es

$$JS'(W(\beta)) = -\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{K-1} d_i (\log(p_{ai} + \frac{\beta}{2} d_i) - \log(p_{ai} + \beta d_i))$$

que se anula para  $\beta = 0$ , y que es estrictamente creciente (y por tanto positiva) con respecto a  $\beta$  en virtud de que su segunda derivada

$$JS''(W(\beta)) = \frac{1}{2 \ln 2} \sum_{i=0}^{K-1} \frac{p_{ai} d_i^2}{(p_{ai} + \frac{\beta}{2} d_i)(p_{ai} + \beta d_i)}$$

es estrictamente positiva  $\forall \beta \in [0,1]$ ; en efecto, todos los sumandos son no negativos, razón por la cual  $JS''(W(\beta))$  sólo puede anularse si todos los sumandos son cero. Suponiendo tal cosa, no puede ocurrir que  $d_i = 0 \forall i$  al haber supuesto dos regiones de diferente histograma, luego para aquellos  $d_i \neq 0$  se habría de cumplir  $p_{ai} = 0$ , lo cual es imposible al tratarse de distribuciones de probabilidad. ■

La Figura 1 muestra la divergencia en función de  $\beta$  para el caso ilustrativo  $P_a = \{0.2, 0.4, 0.4\}$ ,  $P_b = \{0.3, 0.2, 0.5\}$ . En la figura de la derecha se muestra la divergencia de Jensen Shannon para  $P_a = \{0.5, 0.5\}$ ,  $P_b = \{0, 1\}$ , desde que  $W_1$  comienza a entrar en la región b (intervalo  $[0, 1]$  del eje de abscisas) hasta que  $W_2$  sale de a (intervalo  $[1, 2]$  del eje de abscisas).

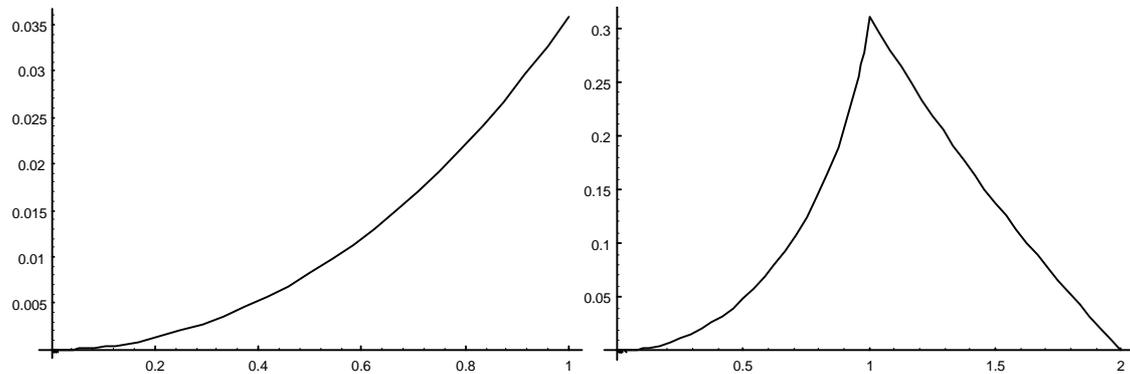


Figura 1.

Conviene resaltar que la divergencia no es una función derivable con respecto a la posición de  $W$ , en el punto en que cada semiventana está en una región diferente. Este hecho se puede constatar a partir de la misma demostración, deduciendo la imposibilidad de derivada nula, y está ilustrado en la parte derecha de la Figura 1 en la cual el máximo aparece claramente en un punto donde  $JS$  no es derivable. Es interesante notar, además, que la divergencia no es, en general, simétrica con respecto a la posición de máximo. Aunque la gráfica no ha de presentar una rigurosa simetría axial en el caso de entropías iguales para las regiones a y b, se puede afirmar que será tanto más asimétrica cuanto más distintas entre sí sean aquellas. En el caso de la Figura 1, derecha, se han escogido histogramas de entropías muy diferentes para mostrar la asimetría de la divergencia.

### 2.2.2 Segundo análisis: borde oblicuo y ventana con desplazamiento horizontal.

El interés del estudio de este segundo caso con respecto al anterior radica en la imposibilidad de tener simultáneamente cada una de las semiventanas en una región distinta. Dado que en los algoritmos propuestos se emplean simultáneamente varias

orientaciones de ventanas deslizantes (bien dos, una orientada verticalmente y otra horizontalmente, o bien cuatro, vertical, horizontal y dos oblicuas), el caso peor corresponde a un borde de inclinación desviada  $\pm 45^\circ$  con respecto de la vertical. Esto obliga a considerar para cada semiventana una fracción (variable) de incidencia en cada región. Sea  $s_1$  la fracción de la semiventana  $W_1$  en la región a, y  $s_2$  la fracción de la semiventana  $W_2$  en la región b (véase la Figura 2). De este modo los histogramas de las semiventanas  $W_1$  y  $W_2$  son, respectivamente,  $P(W_1) = (1-s_1) P_a + s_1 P_b$  y  $P(W_2) = s_2 P_a + (1-s_2) P_b$ . Es evidente que  $s_1$  y  $s_2$  no son variables independientes, ya que ambas dependen directamente de la posición de  $W$  con respecto al borde. Para estudiar la variación de la divergencia de Jensen-Shannon en función de  $s_1$  y  $s_2$  distinguiremos tres casos :

- a)  $W_2$  aún no ha entrado en b :  $1 \geq s_1 \geq s_0, s_2 = 0$
- b)  $W_2$  ya ha entrado en b, pero  $W_1$  aún no ha salido de a :  $\sqrt{s_1} + \sqrt{s_2} = \sqrt{s_0}$
- c)  $W_1$  ya ha salido de a :  $s_1 = 0, s_0 \leq s_2 \leq 1$

donde  $s_0$  es la fracción de área de semiventana de la figura en forma de triángulo rectángulo con catetos en los lados de la semiventana e hipotenusa en el borde.

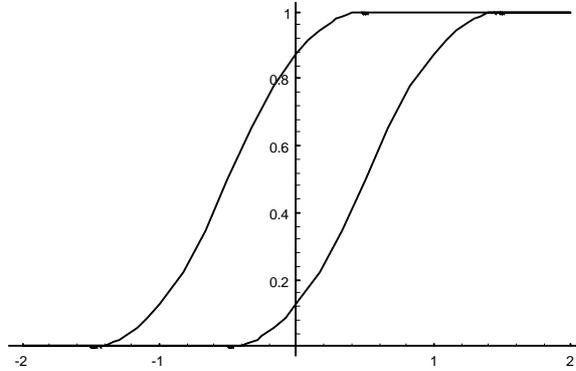


Figura 2

Es obvio que los casos a) y c) son simétricos, por lo que basta con estudiar uno de ellos. Para el caso a) tenemos que la divergencia de Jensen-Shannon sólo depende de  $s_1$ , y es estrictamente decreciente con  $s_1$  (creciente con el desplazamiento de  $W$  de izquierda a derecha), tal y como se deduce directamente del hecho de que su segunda derivada

$$\frac{\partial^2 JS}{(\partial s_1)^2}(s_1, 0) = \frac{1}{2 \ln 2} \sum_{i=0}^{K-1} \frac{p_{ai}(p_{bi} - p_{ai})^2}{(s_1 p_{ai} + (1-s_1)p_{bi})(p_{ai} + s_1 p_{ai} + (1-s_1)p_{bi})}$$

es estrictamente positiva  $\forall s_1 \in [0,1]$  y de que el valor de su primera derivada en  $s_1 = 1$  es cero, lo que implica que  $\frac{\partial JS}{\partial s_1}(s_1, 0) < 0 \quad \forall s_1 \in [0,1)$ . Aplicando un razonamiento análogo al caso c) tenemos que la divergencia es estrictamente decreciente con  $s_2$  (y con el desplazamiento de W). Como conclusión se tiene que la divergencia ha de alcanzar su máximo absoluto en algún punto del caso b), que corresponde a las posiciones de W tales que la línea de separación entre semiventanas corta al borde. No es cierto que tal máximo sea siempre alcanzado en su punto central  $s_1 = s_2 = \frac{s_0}{4}$ , que corresponde a la posición de W en la cual el borde corta a la línea de separación entre semiventanas exactamente en su punto medio. Un contraejemplo puede verse en la Figura 3, que muestra la divergencia de Jensen-Shannon con respecto al deslizamiento de W en el caso de histogramas respectivos  $P_a = \{1/3, 1/3, 1/3\}$ ,  $P_b = \{0, 0, 1\}$ . Sin embargo tal desviación del máximo es, en la práctica, despreciable en la mayoría de los casos, teniendo que darse a la vez una cadena de circunstancias para que produzca resultados poco aceptables, a saber: 1, que se estén empleando sólo dos orientaciones de ventana en vez de cuatro; 2, que el borde esté muy desviado (hasta  $45^\circ$ ) de ambas orientaciones; 3, que las entropías de las regiones sean muy diferentes entre sí (una cerca del máximo y otra muy pequeña, casi cero); 4, que se estén empleando ventanas muy grandes. En el peor de los casos la desviación máxima viene a equivaler a  $1/8$  de la longitud del lado de la semiventana.

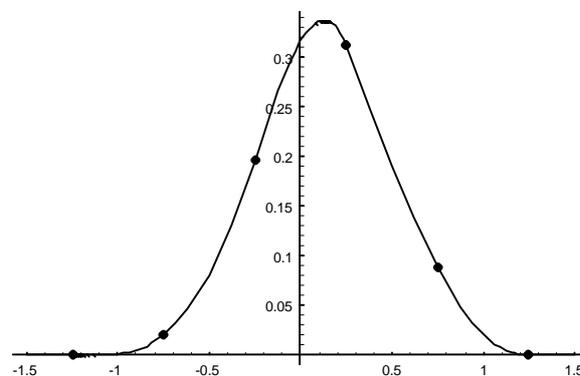


Figura 3

## **2.3 Relajación de la hipótesis de homogeneidad: estudio estadístico.**

Si no se dan los supuestos admitidos en el estudio idealizado de la subsección anterior, es claro que el máximo de JS puede no recaer en el borde. Estudiamos ahora las situaciones que pueden llevar a esta condición no deseable, conducente a la obtención de puntos de borde falsos. Todas ellas derivan del hecho de que la divergencia de Jensen-Shannon depende solo del histograma, mientras que la configuración espacial de los píxeles en cada región puede ser también relevante. La obtención de un borde falso puede deberse a diversos motivos, los más importantes de los cuales son discutidos en las subsecciones que siguen. Como convenio se llamará *téxel* al patrón del que se compone una región por repetición del mismo. El téxel será una variable aleatoria para texturas naturales, o bien una submatriz de tamaño, forma y composición fija para texturas regulares (sintéticas).

### **2.3.1 Borde objetivamente indeterminado.**

Una situación previa que debe ser considerada es aquella configuración de téxeles adyacentes, generalmente poco probable, tal que el borde está objetivamente indeterminado. Es decir, existen dos o más posiciones consecutivas de la ventana  $W$  a las que corresponde el mismo par de histogramas observados  $H(W_1)$  y  $H(W_2)$ . Cualquier método (no solo el basado en la divergencia de Jensen-Shannon) de ventana deslizante detectaría un borde múltiple. Para simplificar el planteamiento del problema, consideremos la siguiente señal unidimensional:

0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1

que admite las tres soluciones siguientes para la posición del borde:

0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 | 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1

0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 | 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1

0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 | 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1

Es evidente el interés de estudiar las indeterminaciones objetivas por su incidencia en:

1. La elección de imágenes de prueba para valorar los métodos de detección de bordes. Lógicamente, deben estar exentas de bordes indeterminados.
2. La presencia de un borde doble en una imagen problema puede deberse a una indeterminación, en cuyo caso cualquier procedimiento de estrechamiento producirá un borde simple de modo enteramente arbitrario.

Se realiza a continuación un cálculo acerca de la probabilidad de aparición de esta situación de indeterminación objetiva. Para simplificar se supone un borde vertical entre regiones de textura regular compuesta de téxeles de idéntica forma y tamaño  $m \times n$  ( $m$  filas,  $n$  columnas) en ambas regiones, y una ventana con desplazamiento horizontal y tal que la forma y tamaño de sus semiventanas coincide con los de los téxeles, esto es,  $m \times n$ . Sean  $a_{ij} \in [0, \dots, K-1]$  los elementos del téxel  $T_a$  de la región  $a$ , y análogamente  $b_{ij} \in [0, \dots, K-1]$  los elementos del téxel  $T_b$  de la región  $b$  (véase Figura 4). Llamemos a1a2,,an

Región $a$				Región $b$			
$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1n}$	$b_{11}$	$b_{12}$	...	$b_{1n}$
$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2n}$	$b_{21}$	$b_{22}$	...	$b_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mn}$	$b_{m1}$	$b_{m2}$	...	$b_{mn}$
$\downarrow$	$\downarrow$		$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$		$\downarrow$
$a_1$	$a_2$	...	$a_n$	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$

Figura 4: colocación de los téxeles para el análisis de la indeterminación.

En el supuesto (simplificador) de que los píxeles en cada una de las regiones se distribuyen idéntica e independientemente con la distribución de probabilidad dada por el histograma propio de su región, se tiene

$$\begin{aligned} & \Pr\{\text{El borde está objetivamente indeterminado}\} \\ &= 1 - \Pr\{a_1 \neq b_1 \text{ y } a_n \neq b_n\} = 1 - \Pr\{a_1 \neq b_1\} \Pr\{a_n \neq b_n\} \\ &= 1 - (1 - \Pr\{a_1 = b_1\})(1 - \Pr\{a_n = b_n\}) = 1 - (1 - \langle P_a, P_b \rangle^m)^2 \end{aligned}$$

donde  $\langle P_a, P_b \rangle = \sum_{i=0}^{K-1} p_{ai} p_{bi}$  es la probabilidad de que dos píxeles tomados al azar, uno de la región  $a$  y otro de  $b$ , tengan el mismo nivel de gris.

Esta expresión de la probabilidad de existir un borde objetivamente indeterminado no es del todo exacta, puesto que además de todas las hipótesis de simplificación implicadas (sobre todo la de i.i.d.), comprende la —por otro lado muy remota— situación de que los téxeles sean exactamente iguales, con la consiguiente absoluta ausencia de borde. Para corregir esto, la expresión debe quedar como

$$\begin{aligned} & \Pr\{\text{El borde está objetivamente indeterminado}\} \\ &= 1 - (1 - \langle P_a, P_b \rangle^m)^2 - \langle P_a, P_b \rangle^{mn} = \langle P_a, P_b \rangle^m \left( 2 - \langle P_a, P_b \rangle^m - \langle P_a, P_b \rangle^{m(n-1)} \right). \end{aligned}$$

A título ilustrativo, supónganse regiones  $a$  y  $b$  ambas con histograma uniforme. La probabilidad de un borde objetivamente indeterminado es

$$\frac{1}{K^m} \left( 2 - \frac{1}{K^m} - \frac{1}{K^{m(n-1)}} \right)$$

que tiende obviamente a cero si  $1/K^m$  lo hace. Como conclusión general, podemos afirmar que la influencia de los casos de borde objetivamente indeterminado deja de ser despreciable solamente cuando los téxeles son de pequeño tamaño y además el producto escalar de los histogramas es pequeño.

### 2.3.2 Texturas regulares: fluctuación y cambio de fase.

Supuesto ahora que el borde está objetivamente determinado (es decir, su posición es distinguible estadísticamente de cualquier otra), se contempla la posibilidad de que el máximo de la divergencia de Jensen-Shannon ocurra en una posición de ventana que no coincide con el borde que separa dos regiones texturadas. Ello puede suceder para ciertas configuraciones espaciales de los dos téxeles adyacentes, debido a que, en general<sup>3</sup>, las fracciones de téxeles incluidas en las semiventanas presentan histogramas diferentes de los característicos de los téxeles completos y, por ende, de los de las regiones. Se comprende desde el planteamiento que se trata de un problema de naturaleza combinatoria y estadística de difícil tratamiento, al que nos referiremos como *fluctuación de JS*.

Como caso particular del estudio anterior, se considera el siguiente. Supongamos que se construye una imagen estableciendo primero un borde arbitrario, y “rellenando” después las dos subimágenes con la misma textura, pero con un desplazamiento relativo arbitrario. La situación obtenida, a la que nos referiremos como *cambio de fase*, puede mostrar un borde objetivamente determinado, incluso a simple vista, entre dos regiones idénticamente texturadas. Ello determina la posible aparición de valores no nulos de JS en posiciones desplazadas, pero la divergencia es cero en la justa posición del borde, lo que dificulta una correcta detección. La presencia de un cambio de fase producirá dos máximos de JS (no necesariamente iguales), uno a cada lado del borde. Por ello, la aplicación de este tipo de métodos de detección de bordes a una imagen texturada con un borde con cambio de fase, debe producir una doble línea conteniendo ese borde. Esto no está garantizado a causa de otras fluctuaciones estadísticas de la configuración espacial, por lo que la inversa tampoco es segura: la presencia de una doble línea en el resultado no garantiza un borde cambio de fase, aunque la probabilidad es muy alta de que lo sea. El ejemplo que sigue es el más simple posible para ilustrar las variaciones de JS con motivo de un cambio de fase. Se trata de una señal unidimensional y binaria cuyo téxel es 0 1, con el cambio de fase indicado:

0 1 0 1 0 1 | 1 0 1 0 1 0 1

Al deslizar una ventana de tamaño  $N = 2$ , se obtiene un valor nulo de la divergencia en todas las posiciones de ventana *incluida la posición centrada*, excepto en las posiciones adyacentes al borde, en las que es  $JS = 0.31128$ .

La distribución de JS viene dada por la misma expresión general, pero a pesar de las simplificaciones debidas a la igualdad de téxeles no llega a ser lo bastante tratable.

La complejidad del tratamiento matemático implicado en un estudio analítico del problema descrito con vistas a caracterizarlo o describir sus propiedades, dificulta enormemente la obtención de resultados teóricos. Incluso si se trata con una escala de grises binaria —lo cual supone una drástica simplificación—, el estudio difícilmente puede llegar más allá del cálculo de la probabilidad de encontrar un histograma arbitrario en una semiventana cruzada por el borde. Este estudio se describe en la próxima subsección. En consecuencia, la única vía plausible de obtención de información acerca de la importancia del problema está en la experimentación mediante simulación de Montecarlo, que es objeto de la subsección siguiente.

### ***2.3.2.1 Fluctuaciones de la divergencia: caso binario.***

En el caso general antes mencionado, en el que el histograma de una fracción de téxel difiere del histograma del téxel, el problema práctico que se plantea es que la divergencia puede ser máxima cuando la ventana no está centrada en el borde, produciéndose así una falsa detección. Estos errores no pueden ser corregidos, ya que dependen de la configuración espacial del téxel, que no es conocida en los métodos de detección estadísticos. Por lo tanto, el problema que cabe plantear aquí es el de encontrar la distribución de JS, de la que puede determinarse, en particular, la probabilidad de error de detección.

De acuerdo con lo supuesto, puede ocurrir que solo una semiventana esté sobre el borde (vertical). Puesto que los resultados no dependen de cual sea ésta, omitiremos el subíndice 1,2, por simplicidad de notación. Así una semiventana  $W$  contiene un histograma de téxel simple, la otra compuesto. Estudiemos ésta. Las subventanas de que

se compone tienen tamaños  $\#(W \cap a) = (1 - \beta)N$ ,  $\#(W \cap b) = \beta N$ , y los histogramas respectivos

$$P(W \cap a) = \{w_a, 1 - w_a\}, P(W \cap b) = \{w_b, 1 - w_b\}$$

donde (y en ello precisamente está la causa del presente estudio) no tiene porqué ocurrir que

$$P(W \cap a) = P_a, P(W \cap b) = \beta P_b.$$

Así, el histograma (compuesto) de la semiventana  $W$  es

$$P(W) = (1 - \beta)P(W \cap a) + \beta P(W \cap b) = \{(1 - \beta)w_a + \beta w_b, (1 - \beta)(1 - w_a) + \beta(1 - w_b)\}.$$

Con esto se puede expresar la probabilidad de que  $P(W)$  sea igual a un histograma dado arbitrariamente :

$$\Pr\{P(W) = \{x, 1 - x\}\} = \sum_w \Pr\{w_a = w\} \Pr\{w_b = \frac{x - (1 - \beta)w}{\beta}\}$$

con la suma extendida a todos los posibles valores de  $w$ , que son una cantidad finita en virtud de lo discreto de la escala de grises y del número finito de posibles particiones de  $W$ .

Si escogemos la distribución hipergeométrica como la más neutral e insesgada representación de las diferentes configuraciones de píxeles en las regiones (todas son equiprobables), entonces se puede llegar sin dificultad a

$$\Pr\{w_a = w\} = \frac{\binom{Np_a0}{(1-\beta)Nw} \binom{N(1-p_a0)}{(1-\beta)N(1-w)}}{\binom{N}{(1-\beta)N}}, \quad \Pr\{w_a = w^*\} = \frac{\binom{Np_b0}{\beta N w^*} \binom{N(1-p_b0)}{\beta N(1-w^*)}}{\binom{N}{\beta N}};$$

expresiones que pueden ser sustituidas en la anterior, con  $w^* = \frac{x - (1 - \beta)w}{\beta}$ .

Si el histograma no es binario, la expresión anterior se da en términos de la hipergeométrica multivariada.

Las expresiones obtenidas como sumatorias de productos de distribuciones hipergeométricas, no admiten simplificación. La distribución de la divergencia de Jensen-Shannon, que es el objetivo, resulta más complicada aún, especialmente debido a que un determinado valor de la entropía puede corresponder a más de un histograma, y

por tanto, un valor dado de JS también puede corresponder a más de un par de histogramas. Esta falta de manejabilidad nos lleva a obtener los resultados en ordenador mediante simulación de Montecarlo.

### **2.3.2.2 Simulación de Montecarlo.**

Dada la amplitud de parámetros que intervienen (escala de grises, tamaño y forma de semiventanas, tamaños y formas de téxeles en cada región, orientación del borde, correlaciones entre téxeles...), se ha optado por realizar una corta serie de experimentos escogidos que, si bien no es exhaustiva, bien puede considerarse como descriptiva de casos típicos.

En este apartado se muestran los resultados del análisis por el método de simulación de Montecarlo de segmentaciones mediante la divergencia. Con esta herramienta se pretende estimar el comportamiento estadístico de la divergencia, dada la dificultad de realizar los cálculos analíticamente.

En todos los experimentos se construyen dos texturas sintéticas separadas por un borde vertical y compuestas por téxeles de igual tamaño. A continuación se procede a la segmentación de la imagen sintética así construida, de acuerdo con un conjunto de parámetros, que son el tamaño de semiventana deslizante, el tamaño de los téxeles, el histograma de cada téxel (composición y número de niveles de gris) y el número de pruebas en la muestra. En todos los casos las pruebas se generan bajo la hipótesis de equiprobabilidad de todos los posibles téxeles con el histograma dado.

Además, pueden establecerse diferentes restricciones en el experimento. Estas se describen a continuación, denominando cada experimento según el tipo de eliminación que se realiza.

#### **a) Nivel de exclusión 0.**

No se excluye ningún caso, se aceptan para la muestra todas las pruebas generadas.

b) *Nivel de exclusión 1.*

Se excluyen de la muestra los casos en los que no existe borde, debido a que los dos téxeles que se han generado son (casualmente) idénticos.

c) *Nivel de exclusión 2.*

Se excluyen de la muestra los casos en los que el borde no está objetivamente determinado, es decir, todos los puntos del borde se encuentran perfectamente determinados, y coinciden con el borde vertical que separa los téxeles.

d) *Nivel de exclusión 3.*

Se excluyen los casos en los que la divergencia tiene valor nulo constante en la segmentación de los téxeles generados al azar. Esto puede ocurrir casualmente sin que los téxeles tengan que ser necesariamente iguales.

e) *Nivel de exclusión 4.*

Se excluyen los casos en los que hay más de un máximo de la divergencia, excepto los casos en los que hay exactamente dos máximos separados una distancia de un pixel. Este tipo de exclusión tiene sentido en el contexto de los cambios de fase, que se analizan más adelante

f) *Nivel de exclusión 5.*

Se excluyen sin excepción todos los casos en los que existe más de un máximo de la divergencia.

Cada uno de los niveles de exclusión descritos incluye a todos los anteriores. Además, todos los máximos de la divergencia se toman en sentido estricto.

En este estudio se han realizado diversos experimentos, con un tamaño de muestra de 10.000 pruebas en cada simulación. Además se han generado téxeles con una escala de 8 niveles de gris, la cual es lo suficientemente amplia para ser representativa, y lo suficientemente simple para agilizar el tiempo de cómputo.

### **2.3.2.2.1 Probabilidad global de error.**

En este apartado se presentan los resultados de evaluar la probabilidad de error de la divergencia en un proceso de segmentación. La formulación del problema es la siguiente: fijados los tamaños de ventana y téxeles, y dados los histogramas de cada téxel (diferentes), estimar la probabilidad de que la divergencia produzca una segmentación correcta.

En este estudio se excluye el caso de que los histogramas de los téxeles sean iguales, el cual se estudia más adelante. Además sólo se analizan aquellos casos en los que existe un único máximo de la divergencia, descartándose el resto de posibilidades (nivel de exclusión 5).

#### 2.3.2.2.1.1 Experimento A.

En este experimento se presentan los resultados de 10.000 segmentaciones en las que se exige la aparición de un único máximo de la divergencia (nivel 5). Los téxeles tienen tamaño 4x4, al igual que las semiventanas.

En este experimento los histogramas son muy diferentes, teniendo como frecuencias absolutas {0,0,0,1,13,0,1,1} y {2,1,1,2,3,2,3,2}

Para conseguir la muestra de 10.000 casos con máximo único se han descartado los siguientes eventos:

Nivel 1: 0

Nivel 2 : 58167

Nivel 3: 0

Nivel 4: 69

Nivel 5: 0

Los bordes más alejados de la posición teórica del borde son

Borde izquierdo más alejado: -1

Borde derecho más alejado: 1

Posición media del borde: 0.02540000

Desviación típica: 0.18042960

En la Figura 5 se muestra gráficamente el resultado de la simulación por Montecarlo. Como puede apreciarse, en la mayoría de los casos la divergencia detecta el borde en su sitio, siendo despreciable el número de veces que el borde aparece fuera del lugar teórico (posición 0). Esto indica que la divergencia produce segmentaciones correctas en la mayoría de los casos. Además, aun en los pocos casos en los que el máximo no se localiza en su sitio, se detecta a distancia máxima de 1 pixel de la posición teórica.

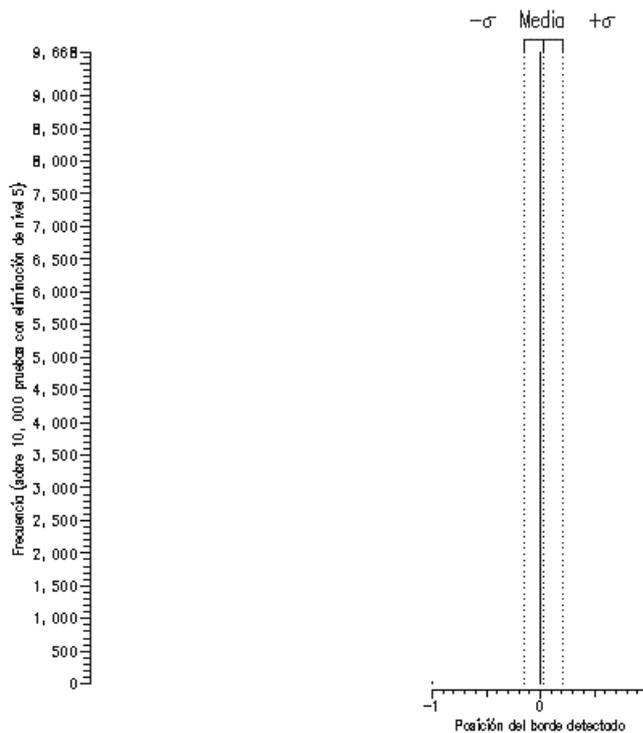


Figura 5.

#### 2.3.2.2.1.2 Experimento B.

En este experimento se pretende poner de manifiesto la importancia de la relación de tamaños semiventana deslizante-téxel. Para ello, se repite el experimento A, salvo que ahora la semiventana y el téxel no tienen el mismo tamaño, siendo los tamaños primos entre sí. En concreto, se ha tomado un tamaño de  $7 \times 7$  para la semiventana y de  $4 \times 4$  para el téxel.

Para conseguir la muestra de 10.000 casos con máximo único se han descartado los siguientes eventos:

Nivel 1: 0

Nivel 2: 57367

Nivel 3: 0

Nivel 4: 3

Nivel 5: 0

Los bordes más alejados de la posición teórica del borde son:

Borde izquierdo más alejado: -2

Borde izquierdo más alejado: 2

Posición media del borde: -0.06180000

Desviación típica: 0.51863355

Los resultados gráficos de la segmentación pueden observarse en la Figura 6.

Como consecuencia de la relación de tamaños de semiventana y téxel, puede observarse que ahora se detectan ligeramente más casos de borde desplazado de su posición teórica que en el caso anterior, aunque en general la divergencia sigue mostrando un comportamiento más que aceptable.

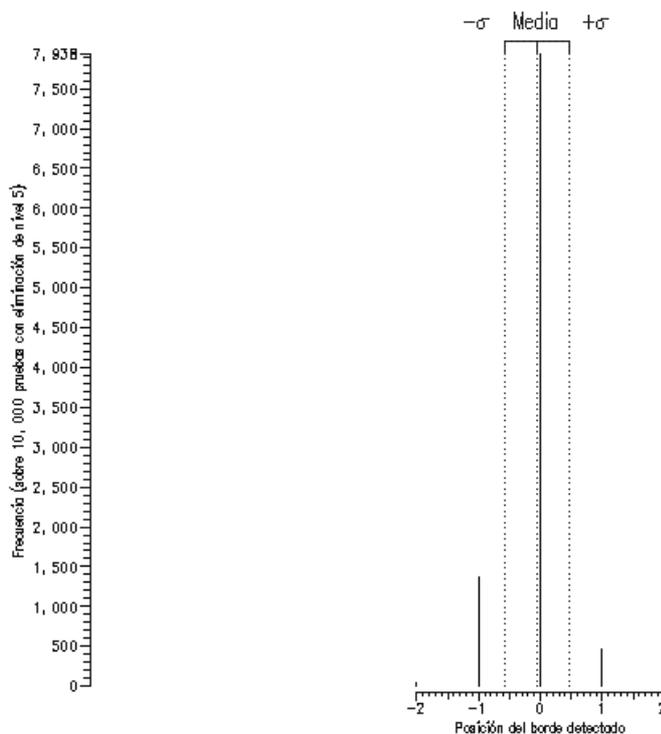


Figura 6.

### 2.3.2.2.1.3 Experimento C.

El papel fundamental del histograma de cada téxel se pone de manifiesto en este otro experimento, en el que los histogramas son muy parecidos, al contrario que en los dos casos anteriores. En este caso se han generados téxeles con tamaños  $4 \times 4$ , y de frecuencias absolutas  $\{2,1,1,2,3,2,3,2\}$  y  $\{2,3,2,3,2,1,1,2\}$ . El tamaño de la semiventana se ha tomado de  $4 \times 4$ , igual que los téxeles.

Para conseguir la muestra de 10.000 casos con máximo único se han descartado los siguientes eventos:

Nivel 1: 0

Nivel 2: 17661

Nivel 3: 0

Nivel 4: 295

Nivel 5: 61

Los bordes más alejados de la posición teórica del borde son:

Borde izquierdo más alejado: -3

Borde izquierdo más alejado: 3

Posición media del borde: -0.02830000

Desviación típica: 1.42460490

Los resultados gráficos de la segmentación pueden observarse en la Figura 7.

Como puede observarse en la gráfica, el hecho de que los histogramas sean parecidos provoca que la divergencia falle en la mayoría de los casos en la detección del borde. Esto es lógico, pues en el caso límite en el que los dos histogramas son iguales, la divergencia toma valor nulo justamente cuando la ventana contiene una semiventana en cada textura (esta situación se estudiará en el apartado 2). Sin embargo, esto no invalida el uso de la divergencia. En efecto, en la mayoría de los casos el máximo está a distancia de 1 o 2 píxeles respecto de la posición teórica del borde, en incluso en bastantes casos la detección tiene lugar en su posición correcta.

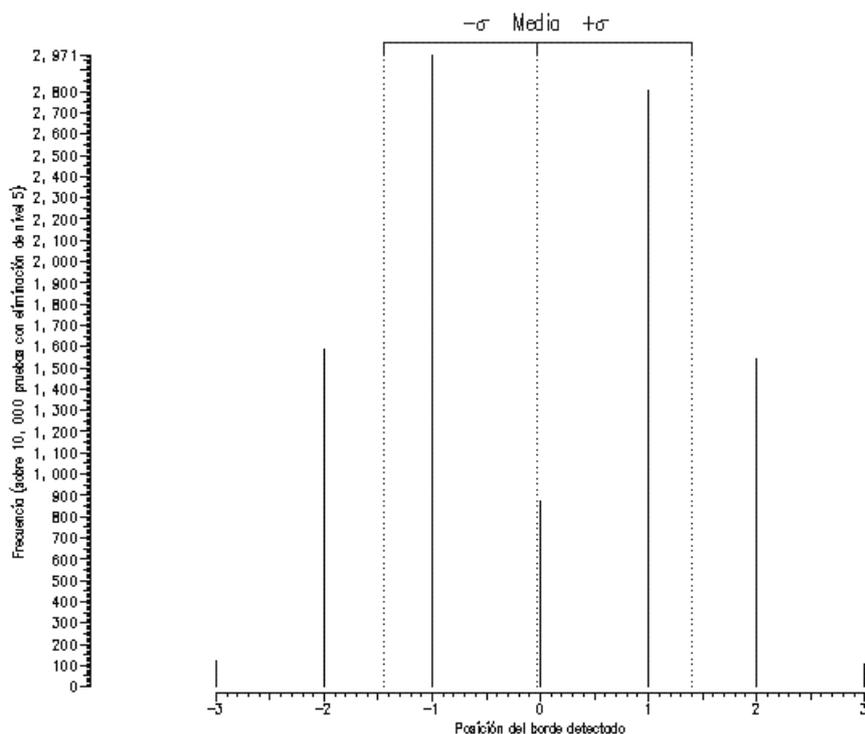


Figura 7.

2.3.2.2.1.4 Probabilidad de acierto.

En este apartado se presentan los resultados de estimar la probabilidad de acierto de la divergencia en situaciones en las que normalmente no debería producirse un máximo en la posición correcta. Este caso se presenta cuando las dos regiones poseen el mismo histograma. En este estudio se distinguen dos casos distintos. El primero que se analiza es aquél en el que los téxeles tienen el mismo histograma (fluctuaciones por residuos). El segundo, o son idénticos salvo una permutación en filas y/o columnas en los téxeles (cambios de fase).

La formulación del problema es la siguiente: fijados los tamaños de ventana y texeles, y dado un histograma, calcular la probabilidad de que la divergencia produzca una segmentación correcta.

Después de realizar varias pruebas con diferentes histogramas, se ha podido formular la siguiente conjetura: dados dos téxeles de tamaño mayor que  $2 \times 2$  y con idéntico histograma, y usando un tamaño de semiventana igual al del téxel, entonces no se detecta

ningún caso de exclusión del nivel 4. Este hecho (ninguna aparición de máximo único o doble y separados por un pixel de distancia) se ha comprobado con tamaños de texel  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$  y  $8 \times 8$ . En el caso de tamaño  $2 \times 2$  sí aparecen casos de máximos dobles separados un pixel de distancia.

Por lo tanto, para poder aplicar el nivel de exclusión 5 (máximo único) las pruebas deben realizarse con tamaños de ventana primos respecto del texel.

### 2.3.2.2.2 Fluctuaciones por residuos.

En este apartado se analiza la probabilidad de que la divergencia acierte, cuando los téxeles de las dos regiones poseen igual histograma, pero sin imponer otra relación entre los téxeles constituyentes. Si el tamaño de la ventana coincide con el de los téxeles, la divergencia ciertamente poseerá valor cero cuando la ventana se centre en la separación de las dos texturas. Sin embargo, esto no es cierto en el caso de ventanas mayores que el texel y de tamaño primo con él, puesto que la hipótesis de homogeneidad estadística no se cumple.

#### 2.3.2.2.2.1 Experimento D.

En este apartado se presentan los resultados de aplicar el método de Montecarlo al caso de histogramas idénticos de los téxeles de las dos regiones. Se han generado 10.000 téxeles con histograma de frecuencias absolutas  $\{2,1,1,2,3,2,3,2\}$ , y tamaño  $4 \times 4$ . El tamaño de la semiventana se ha tomado de  $7 \times 7$ , y se ha aplicado el nivel de exclusión 5.

Para conseguir la muestra de 10.000 casos con máximo único se han descartado los siguientes eventos:

Nivel 1: 0  
 Nivel 2: 23163  
 Nivel 3: 0  
 Nivel 4: 66  
 Nivel 5: 0

Los bordes más alejados de la posición teórica del borde son:

Borde izquierdo más alejado: -7

Borde izquierdo más alejado: 7

Posición media del borde: 0.00350000

Desviación típica: 1.55489156

Los resultados gráficos de la segmentación pueden observarse en la Figura 8.

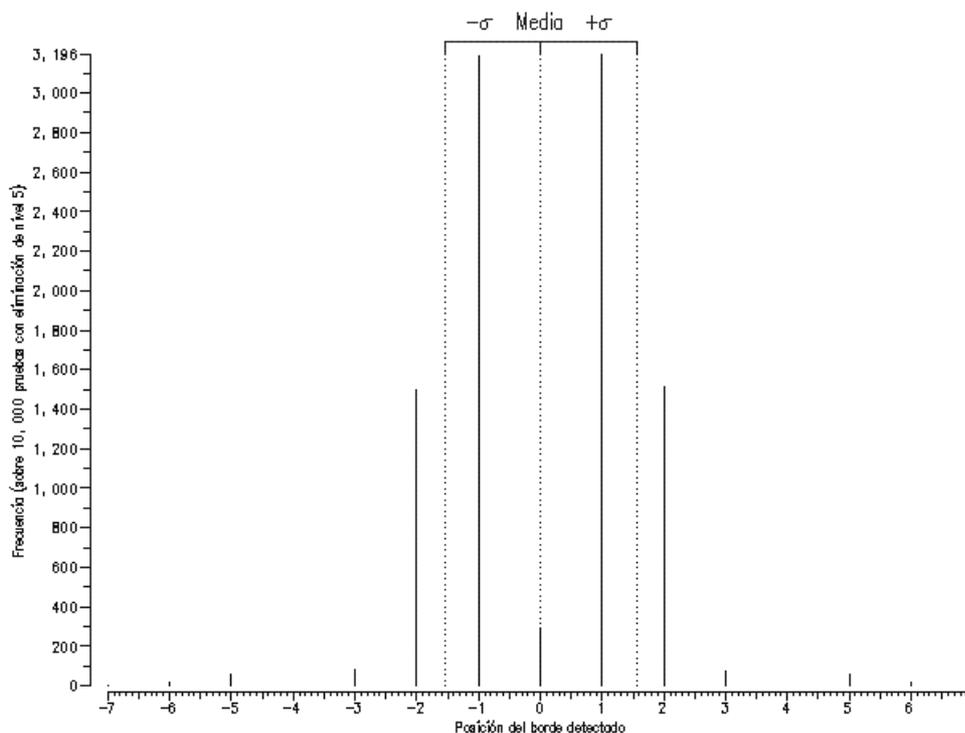


Figura 8.

Puede observarse que en la mayoría de los casos el borde se detecta a distancia de un pixel respecto de la posición correcta. El hecho de que en algunas ocasiones se detecte el borde en su sitio se debe a la disparidad tamaños del téxel y la semiventana, o, mejor dicho, a la ausencia de factores comunes entre ambos. En efecto, esta relación numérica implica el no cumplimiento de la hipótesis de homogeneidad estadística, y por tanto aparecen algunos casos en los que los histogramas observados en cada semiventana son algo diferentes cuando cada semiventana está en una región, permitiendo la aparición de máximos de la divergencia.

#### 2.3.2.2.2.2 Cambios de fase.

En este apartado se estudian los cambios de fase, que consisten en un caso particular de téxeles con histogramas idénticos. En efecto, ahora se cumple también que el téxel de una región es idéntico al de la otra, salvo en una permutación cíclica vertical de las columnas (u horizontal de las filas) del téxel.

##### 2.3.2.2.2.2.1 Desplazamiento perpendicular al borde.

En este apartado se muestran los resultados de realizar un cambio de fase en dirección perpendicular al borde. Se han generado aleatoriamente 10.000 pruebas de téxeles de tamaño  $4 \times 4$ , con nivel de exclusión 5. Las frecuencias absolutas de los téxeles se han escogido con valores  $\{2,1,1,2,3,2,3,2\}$ , y el tamaño de la semiventana deslizante se ha tomado de  $5 \times 5$ .

Para conseguir la muestra de 10.000 casos con máximo único se han descartado los siguientes eventos:

Nivel 1: 20801

Nivel 2: 31602

Nivel 3: 0

Nivel 4: 20491

Nivel 5: 0

Los bordes más alejados de la posición teórica del borde son:

Borde izquierdo más alejado: -3

Borde izquierdo más alejado: 3

Posición media del borde: -0.03900000

Desviación típica: 2.94999644

Los resultados gráficos de la segmentación pueden observarse en la Figura 9.

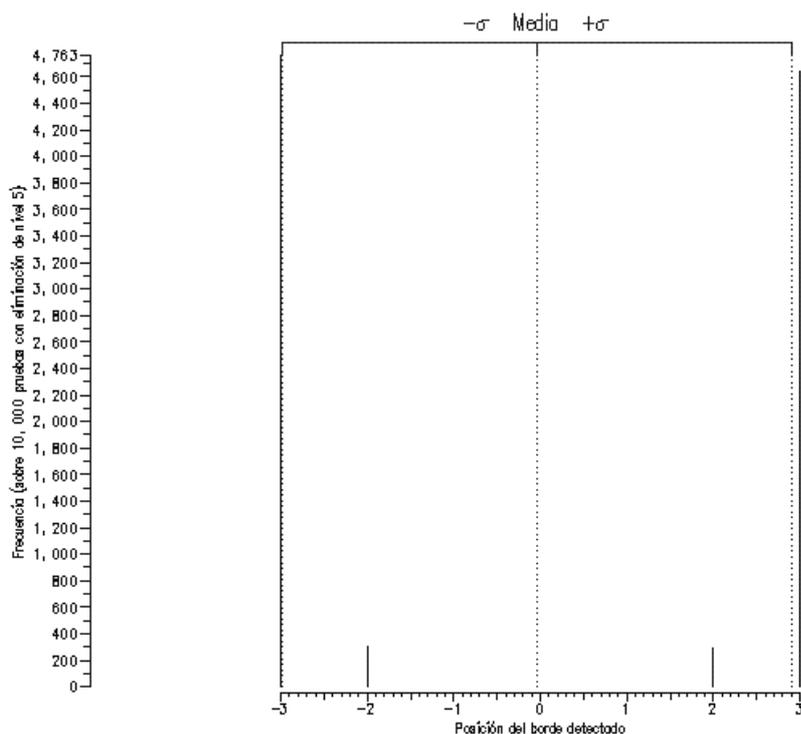


Figura 9.

Como puede observarse en la gráfica, en la mayoría de los casos se detecta el borde a una distancia de 3 píxeles respecto de la posición correcta.

#### 2.3.2.2.2.2 Desplazamiento paralelo al borde.

En este apartado se analizan los resultados de realizar un cambio de fase en dirección paralela al borde. Se han tomado los mismos parámetros que en el experimento anterior, variando únicamente la dirección del desplazamiento.

Para conseguir la muestra de 10.000 casos con máximo único se han descartado los siguientes eventos:

Nivel 1: 5782

Nivel 2: 7767

Nivel 3: 0

Nivel 4: 9

Nivel 5: 3

Los bordes más alejados de la posición teórica del borde son:

Borde izquierdo más alejado: -3

Borde derecho más alejado: 5

Posición media del borde: 0.00930000

Desviación típica: 1.22809345

Los resultados gráficos de la segmentación pueden observarse en la Figura 10.

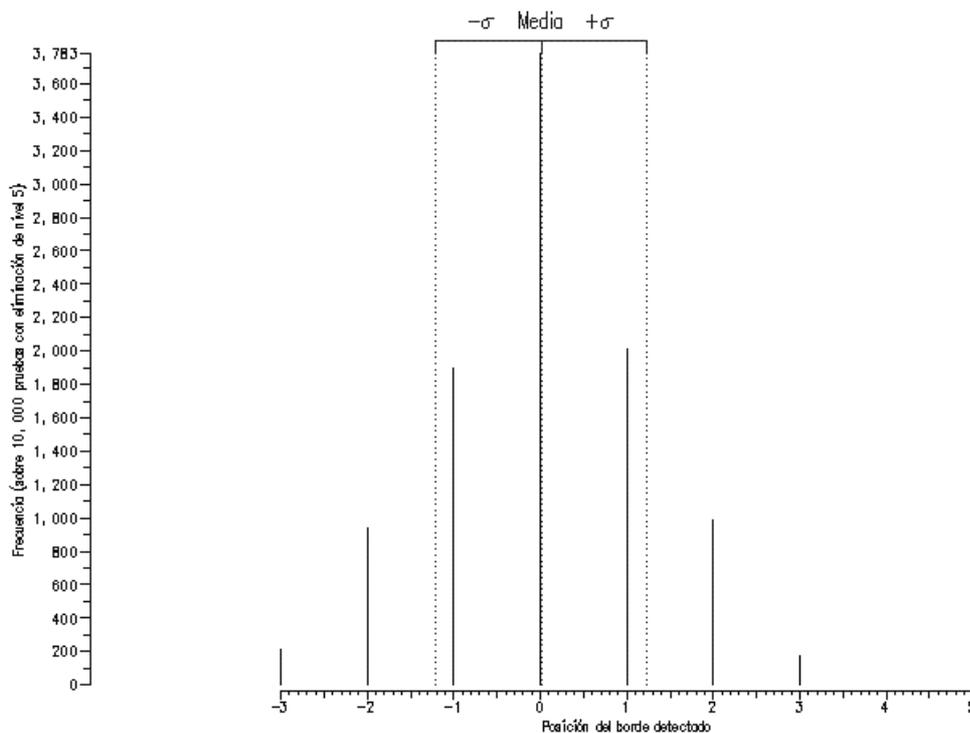


Figura 10.

Como puede observarse, para este tipo de cambio de fase se detecta el borde correctamente en la mayoría de los casos, al contrario que en el cambio de fase perpendicular al borde.

### 2.3.3 Influencia del ruido.

En este último apartado referente a fundamentos se retoma la situación idealizada de la subsección 2.2.1, en la que se asume la hipótesis de homogeneidad, para estudiar tanto la variación del máximo de la divergencia de Jensen-Shannon como la de su pendiente en el mismo punto, con relación a la introducción de ruido impulsivo en la imagen.

Es obvio que si antes de la contaminación por ruido impulsivo se tenía  $P_a \neq P_b$  entonces, aunque el ruido altera los histogramas, no puede hacer que éstos coincidan (en media), salvo que afecte a la totalidad de los píxeles. La consecuencia inmediata es que sigue existiendo un máximo de JS en la misma posición, y la detección del borde no se ve mermada (siempre hablando en términos de media estadística). No obstante, hay que tener en cuenta que la aparición de ruido provoca un decrecimiento en el valor del máximo de JS, y una atenuación de su pendiente. Lo primero es importante si se emplean métodos que empleen umbralización de las divergencias, mientras que lo segundo disminuye la robustez de los métodos que buscan máximos de las mismas, al hacerlos más sensibles a las fluctuaciones mencionadas en esta sección.

## ***2.4 Influencia de la escala de grises sobre la divergencia JS.***

El tratamiento de imágenes con escala de grises muy fina (alta resolución cromática), y con ventanas de tamaño normal, resulta que el número de píxeles es menor que el número de niveles de gris de la escala, lo que da lugar a vectores de frecuencia con muchos ceros. Al calcular la divergencia entre dos histogramas de una imagen en estas condiciones, puede suceder que los ceros de ambos histogramas no se correspondan, o más generalmente, que dichos histogramas estén *cruzados*.

Por otra parte, la divergencia JS está acotada, problema que ha sido analizado por nuestro grupo. El estudio de la cota aparece en el apéndice A6, y de acuerdo con el mismo, la cota es  $\min\{\log K, \log (N^\circ \text{ de distribuciones})\}$ . En nuestro caso se reduce a  $\log_2(\text{cota-plancha})$  para el caso general de dos semiventanas), valor fácilmente aproximable con una escala de gris fina e histogramas cruzados.

El resultado es que la conjunción de una escala fina de grises y un tamaño de ventana no muy grande (digamos  $|A| \geq N$ ), puede conducir fácilmente a un efecto de saturación de la divergencia, haciendo difícil la detección de máximos significativos.

La cuestión planteada en esta subsección es la de estudiar cómo influye este comportamiento de saturación de la divergencia de Jensen-Shannon al tratar con imágenes de gran escala de grises. Por fortuna, algunos resultados hablan en favor de

una cierta robustez de la divergencia contra este fenómeno, como veremos en el párrafo que sigue.

## 2.5 Propiedad de ramificación de la divergencia de Jensen-Shannon.

Sea  $JS(W)$  la divergencia de Jensen-Shannon entre los histogramas  $P_1 = P(W_1)$ ,  $P_2 = P(W_2)$  de las dos semiventanas, para una posición dada de la ventana deslizante. Supongamos que la escala de grises original  $K = \{0,1,\dots,K-1\}$  es ampliada a  $K' = \{0,1,\dots,K'-1\}$  de tal forma que cada nivel  $k \in K$  en la escala original corresponde a todo un rango de niveles consecutivos  $R_k = \{k'_k, k'_k+1, \dots, k'_k+n_k\}$  en la escala ampliada, y recíprocamente cada nivel  $k' \in K'$  de la escala ampliada proviene de un único nivel  $\kappa(k')$  de la escala original. Obviamente, para que la ampliación sea consistente se requiere que el conjunto  $\{R_0, R_1, \dots, R_K\}$  de rangos sea una partición de  $K'$ . Si realizamos ahora una nueva observación de la imagen empleando la escala ampliada (sin variar de posición la ventana deslizante), obtendremos sendos histogramas ampliados  $P'_1, P'_2$  cuya relación con los originales se expresa como  $p_{1,k} = p'_{1,k'_k} + p'_{1,k'_k+1} + \dots + p'_{1,k'_k+n_k}$  o, recíprocamente,

$$p'_{1,k'} = q_{1,k'} p_{1,\kappa(k')} \quad \text{donde} \quad q_{1,k'} = \frac{p'_{1,k'}}{p_{1,\kappa(k')}} \quad \text{es la frecuencia relativa de aparición del nivel } k'$$

en los píxeles de  $W_1$  con nivel original  $\kappa(k')$  y verifica  $q_{1,k'} \in [0,1] \quad \forall k' \in K'$ ,  $\sum_{j=0}^{n_k} q_{1,k'_k+j} = 1$

$\forall k \in K$ , dándose relaciones análogas para el histograma  $P'_2$ .

Así, para cada nivel de gris original  $k$  existen sendas distribuciones de probabilidad asociadas  $Q_{1,k}, Q_{2,k}$  con  $Q_{1,k} = \{q_{1,k'_k}, q_{1,k'_k+1}, \dots, q_{1,k'_k+n_k}\}$  y análogamente para  $Q_{2,k}$ . En términos de teoría de la información estamos hablando de una ampliación del *alfabeto*, en nuestro caso la escala de grises, para la cual se conocen las distribuciones de probabilidad del alfabeto ampliado con respecto al alfabeto reducido.

Teorema 2. En las condiciones descritas, se tiene

$$JS(\mathbf{P}'_1, \mathbf{P}'_2) = JS(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) + \sum_{k=0}^K \frac{p_{1,k} + p_{2,k}}{2} JS_{\pi_k}(\mathbf{Q}_{1,k}, \mathbf{Q}_{2,k})$$

donde  $JS_{\pi_k}$  representa la divergencia de Jensen-Shannon entre dos distribuciones de

probabilidad, ponderada con pesos  $\pi_{1,k} = \frac{p_{1,k}}{p_{1,k} + p_{2,k}}$ ,  $\pi_{2,k} = \frac{p_{2,k}}{p_{1,k} + p_{2,k}}$ . (Conviene

subrayar aquí que  $JS = JS_{\left\{ \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{smallmatrix} \right\}}$ ).

Demostración. Sean  $\mathbf{P} = (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)/2$  y  $\mathbf{Q}_k = \pi_{1,k}\mathbf{Q}_{1,k} + \pi_{2,k}\mathbf{Q}_{2,k}$ . Desarrollando el miembro izquierdo de la ecuación enunciada y aplicando la conocida propiedad de ramificación (*branching*) de la entropía de Shannon, podemos escribir

$$\begin{aligned} JS(\mathbf{P}'_1, \mathbf{P}'_2) &= H\left( (\mathbf{P}'_1 + \mathbf{P}'_2)/2 \right) - \left( H(\mathbf{P}'_1) + H(\mathbf{P}'_2) \right) / 2 \\ &= H(\mathbf{P}) + \sum_{k=0}^K p_k H(\mathbf{Q}_k) - \left( H(\mathbf{P}_1) + \sum_{k=0}^K p_{1,k} H(\mathbf{Q}_{1,k}) \right) / 2 \\ &\quad - \left( H(\mathbf{P}_2) + \sum_{k=0}^K p_{2,k} H(\mathbf{Q}_{2,k}) \right) / 2 \\ &= JS(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) + \sum_{k=0}^K p_k \left( H(\mathbf{Q}_k) - \pi_{1,k} H(\mathbf{Q}_{1,k}) - \pi_{2,k} H(\mathbf{Q}_{2,k}) \right) \end{aligned}$$

(C.Q.D)

Aunque no sea directamente útil al contexto presente, este resultado es extensible de forma inmediata a divergencias ponderadas, como sigue :

Teorema 3. Sea  $\omega = \{\omega_1, \omega_2\}$  una distribución arbitraria de pesos, y sea  $JS_{\omega}(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)$  la divergencia ponderada correspondiente. En las mismas condiciones del teorema anterior, se tiene

$$JS_{\omega}(\mathbf{P}'_1, \mathbf{P}'_2) = JS_{\omega}(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) + \sum_{k=0}^K (\omega_1 p_{1,k} + \omega_2 p_{2,k}) JS_{\omega\pi_k}(\mathbf{Q}_{1,k}, \mathbf{Q}_{2,k})$$

donde ahora  $\omega\pi_{1,k} = \frac{\omega_1 p_{1,k}}{\omega_1 p_{1,k} + \omega_2 p_{2,k}}$ ,  $\omega\pi_{2,k} = \frac{\omega_2 p_{2,k}}{\omega_1 p_{1,k} + \omega_2 p_{2,k}}$ .

Demostración. Se obtiene por cálculo directo en la misma forma que la del teorema anterior, el cual queda como caso particular de éste último, para  $\varpi = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$ .

De estos resultado se sigue que el incremento de divergencia  $\Delta JS = \sum_{k=0}^K p_k JS_{\pi_k}(\mathcal{Q}_{1,k}, \mathcal{Q}_{2,k})$  experimentado al ampliar la escala de grises depende de las distribuciones de expansión de escala  $\mathcal{Q}_{1,k}, \mathcal{Q}_{2,k}$  y de los histogramas. Por consiguiente dicho incremento es nulo solamente para el caso de que para cada nivel de gris  $k$  se tenga  $\mathcal{Q}_{1,k} = \mathcal{Q}_{2,k}$  o bien los pesos en  $\pi_k$  son degenerados, estos es, uno de ellos es nulo y el otro la unidad. En nuestro caso, esto se interpreta como que los niveles de gris que aparecen simultáneamente en ambas semiventanas han de expandirse en niveles ampliados siguiendo una misma distribución común, no importando la expansión de niveles que solo aparecen en una de las semiventanas y no en la otra. Si se cumple esta condición, entonces el cambio de escala no introduce variación en la divergencia de Jensen-Shannon.

El incumplimiento de la citada condición puede deberse a factores diversos. Por ejemplo, una observación a resolución (espacial) pobre ocultaría detalles de pequeño tamaño, que podrían tener cierta riqueza cromática. Otro caso plausible es el de una imagen que fue adquirida con escala de grises reducida y se almacena con escala fina, dando lugar a un histograma que presenta saltos o huecos con frecuencias nulas. Si ahora se procesa la imagen en alguna forma que altere levemente su luminosidad por regiones, se puede presentar un efecto secundario de fuerte incremento de la divergencia de Jensen-Shannon.

En conclusión puede decirse que, como norma general, lo aconsejable es tomar escalas de grises lo más reducidas posible, siempre que con ello no haya merma apreciable en la apreciación de detalles.



## 3. MÉTODO.

### *3.1 Descripción del método.*

La propiedad que presenta la divergencia de Jensen-Shannon de crecer cuando lo hace la diferencia de sus argumentos (distribuciones de probabilidad), puede ser aprovechada para detectar bordes entre regiones texturadas en una imagen. En efecto, en esencia basta con obtener dos distribuciones de probabilidad a partir del histograma de dos subventanas de una ventana deslizante. Tales distribuciones actúan como argumentos de la divergencia de Jensen-Shannon, la cual detecta cuándo existen diferencias notables entre las dos regiones en estudio. Esta situación aparece cuando tales regiones tengan distinto histograma.

Existen diferentes maneras de llevar a cabo esta idea. La forma, disposición, tamaño y número de las subventanas, y la manera de computar los argumentos de la divergencia de Jensen-Shannon son posibles alternativas que han sido refrendadas por la experiencia, hasta determinar la elección más idónea en cada situación. Para ello se han implementado las diferentes estrategias, y se han realizado detecciones de borde sobre imágenes de prueba. La comparación de los resultados, entre sí y con respecto a otros métodos comunes en la literatura especializada, permiten determinar el método operativo más eficaz, que es el que pasamos a describir.

#### **3.1.1 Fase 1.**

##### *3.1.1.1 Cálculo de la matriz de divergencias.*

Es posible demostrar [BAR95] que si la ventana deslizante se compone de dos subventanas, y penetra perpendicularmente en un borde recto entre dos diferentes regiones texturadas, entonces la divergencia de Jensen-Shannon entre los histogramas normalizados de las subventanas alcanza su máximo cuando cada subventana cae

completamente dentro de una textura, lo cual coincide con lo esperado teóricamente. En otras palabras, el máximo de la divergencia aparece cuando el centro de la ventana está en el borde que divide las regiones.

Si el acercamiento de la ventana al borde en cuestión no se realiza de forma perpendicular, la aplicación de la divergencia presenta dos problemas :

- A) el máximo de la divergencia de Jensen-Shannon alcanza valores menores que en el caso de incidencia normal; este valor depende del ángulo que formen las direcciones del borde y de desplazamiento de la ventana, pudiendo llegar a ser tan bajo que no se detecte el borde,
- B) la posición del máximo detectado por la divergencia se encuentra desplazado hacia la región que posea un histograma de mayor entropía.

Por lo tanto, existirán orientaciones de la ventana deslizante que sean más apropiadas que otras. Como las direcciones de los bordes en la imagen son desconocidos *a priori*, la solución más ventajosa parece ser la de realizar la medida de la divergencia en cada punto de la imagen a partir de la información proporcionada por diferentes orientaciones de la ventana. Debido a la discretización impuesta por trabajar con imágenes digitales, sólo pueden colocarse ventanas de forma vertical, horizontal y diagonal izquierda y diagonal derecha. Se empleará entonces una ventana en las cuatro orientaciones antedichas, calculando para cada una de ellas la divergencia de Jensen-Shannon. De los cuatro valores obtenidos, se asignará el máximo al píxel central de la ventana.

De esta manera, repitiendo el proceso para la totalidad de la imagen, se calcula una *matriz de divergencias*, que contiene posiciones donde la divergencia de Jensen-Shannon es elevada, y por lo tanto, donde la presencia de un borde es más probable. Cabe destacar que el empleo de esta estrategia presenta anomalías en los límites físicos de la imagen, puesto que en los píxeles próximos a ellos no puede realizarse correctamente el posicionamiento de la ventana en sus diferentes orientaciones, debido a que partes de las

subventanas caen fuera de la imagen. Sin embargo, dicho problema no es exclusivo del método propuesto, ya que afecta a cualquier procedimiento de segmentación que utilice ventanas. Además, es despreciable si el tamaño de la imagen es suficientemente grande.

### 3.1.1.2 Coeficiente de atenuación.

Las propiedades de la divergencia la hacen una herramienta potente para segmentar imágenes texturadas. Concretamente, la divergencia no varía si se realiza una permutación de los niveles de gris de la imagen. Por tanto, detecta de la misma manera el borde existente entre dos regiones homogéneas que se diferencien tanto en unos pocos niveles de gris, como en toda la escala.

Sin embargo, existen algunos tipos de imágenes para los cuales la aplicación directa del método descrito arriba no produce buenos resultados, debido a la propiedad anterior. Tal es el caso de las imágenes contaminadas con ruido gaussiano. Otro caso los constituyen algunos tipos de imágenes reales con zonas con nivel de gris con pequeñas fluctuaciones.

Para este tipo de situaciones es posible modificar la obtención de la matriz de divergencias, de forma que tenga en cuenta la información local que proporcionan los niveles de gris de las regiones cuya divergencia va a calcularse. Si dichos niveles de gris son parecidos, entonces el borde entre las regiones será poco evidente; mientras que si los niveles de gris de las regiones adyacentes son muy dispares, el borde detectado debe ser muy marcado.

Este comportamiento no aparece si se emplea tan solo la divergencia de Jensen-Shannon, puesto que ésta no emplea más que la información contenida en los histogramas. Por esta razón, es mejor construir la matriz de divergencias a partir de la siguiente expresión:

$$JS_{i,j}^* = JS_{i,j} \cdot (1 - \alpha + \alpha W_{ij}) \quad (2)$$

donde  $W_{ij} = \frac{|N_{w1} - N_{w2}|}{N_w}$ , siendo  $N_{w1}$  y  $N_{w2}$  los niveles de gris medio de las subventanas

$W_1$  y  $W_2$ ; y  $N_w$  el máximo nivel de gris de la ventana (factor de normalización). El factor  $\alpha \in [0,1]$  es el *coeficiente de atenuación*, y determina si la información de la divergencia de Jensen-Shannon ha de ser predominante o no frente a la contenida en los niveles de gris de las subventanas. La detección de los bordes a partir de la imagen de divergencias sigue el método ya explicado. A partir de ahora se denominará *divergencia atenuada* a la divergencia de Jensen-Shannon con coeficiente de atenuación diferente de 0, y divergencia sin atenuar (o simplemente divergencia) cuando el coeficiente de atenuación sea 0.

Esta modificación permite a la divergencia de J-S ser flexible frente a diferentes tipos de imágenes (imágenes texturadas, imágenes de niveles de gris...) convirtiendo nuestro algoritmo en un híbrido entre los algoritmos basados en texturas (matriz de co-ocurrencia[PAR94a], divergencia JS [BAR95b] (Apéndice A2...) y los algoritmos basados en el nivel de gris (gradiente, laplaciano...) ([PRA91],[MAR80]...).

### **3.1.2 Fase 2.**

A continuación hay que determinar los píxeles que se consideran como parte del borde, a partir de la información contenida en la matriz de divergencias. El realizar una umbralización tradicional (global) sobre la matriz de divergencias no lleva siempre a resultados satisfactorios. Ello se debe a que la divergencia alcanza máximos relativos en la separación de dos texturas, que dependen de la composición de las mismas. Por lo tanto, utilizar un procedimiento de detección de máximos idéntico para todas las partes de la imagen no produce buenos resultados. En lugar de esto conviene utilizar un procedimiento de detección de máximos locales.

Debe exigirse, pues, una detección de bordes basada en estadística local. En nuestro caso se ha decidido realizar, para cada posición, una búsqueda del máximo valor de la divergencia en cada una de las cuatro posibles orientaciones, mediante una ventana

monodimensional de tamaño impar centrada en el píxel a examinar. Consideraremos que un píxel pertenece al borde entre dos regiones texturadas cuando es un máximo local de la divergencia de Jensen-Shannon en al menos una dirección. Denominando  $JS$  a la divergencia de Jensen-Shannon, la condición que debe satisfacer entonces un píxel para ser considerado borde es que, en al menos una dirección,

$$\left| JS_{central} - JS_j \right| > T_d \quad (3)$$

El valor del parámetro  $T_d$  (tolerancia) determina la exigencia a la hora de declarar un punto de la imagen como punto de borde. Si  $T_d$  es pequeño, la exigencia será grande y se declararán como borde pocos puntos. Si  $T_d$  es grande, se exigirá poco y se declararán muchos puntos como borde. Su valor, pues, debe ser definido por el usuario, aunque podría fijarse para aplicaciones determinadas.

Para obtener una detección de bordes adecuada, es necesario realizar un pequeño preprocesamiento en la matriz de divergencias, suavizándola mediante la aplicación reiterada de un filtro de media, con pesos mostrados en la figura 1. El número de iteraciones lo debe fijar el usuario. De este modo se eliminan posibles máximos locales que no son debidos a diferencias reales entre los histogramas de las diferentes regiones, sino a fluctuaciones de origen estadístico durante el desplazamiento de las dos subventanas dentro de una única región, y que provocarían la aparición de bordes espurios.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Figura 1. Pesos del filtro de media.

### **3.2 Análisis del método.**

En este apartado se va a analizar en profundidad el comportamiento del método de segmentación que se ha desarrollado durante el proyecto de investigación. Se estudiará la influencia de los distintos parámetros operativos sobre el método, y se aportarán conclusiones sobre la mejor elección de dichos parámetros en cada situación. Para ello se han construido una serie de imágenes de prueba, que pueden verse en el apéndice A1 (Ap1 a partir de este momento).

#### **3.2.1 Ventanas.**

En la tabla 1 se muestran todas las ventanas que se han utilizado en la implementación práctica del método de segmentación. En ella se incluyen la disposición de las subventanas que forman la ventana deslizante, así como el tipo de borde que se obtiene con cada una de ellas. En todas las ventanas se asigna el valor de la divergencia al pixel que se ha marcado en negro. Cada semiventana por separado se ha marcado con nivel de gris claro.

#### **3.2.2 Selección de la ventana óptima.**

Al comienzo de este trabajo, se disponía solamente de las ocho ventanas A1, A2, B1, B2, C1, C2, D1 y D2, que difieren unas de otras en la forma y distribución de las subventanas que forman la ventana deslizante. Para dilucidar cual de ellas produce mejores resultados en general, se segmentaron las imágenes de las figuras 3 y 4 (Ap1) con cada ventana.

Los resultados numéricos de las medidas de calidad para las antedichas segmentaciones para las imágenes de la figura 3 (Ap1) se muestran en las figuras 2 y 3. Los correspondientes a las imágenes de la figura 4 (Ap1) se muestran en las figuras 4 y 5. Para todas las segmentaciones se ha escogido el mejor resultado posible con el método propuesto, y todos los experimentos se llevaron a cabo con una ventana de tamaño  $7 \times 7$ .

VENTANA	FORMA DE LAS SEMIVENTANAS	MODO
A1		JUNTAS
A2		SEPARADAS
B1		JUNTAS
B2		SEPARADAS
C1		JUNTAS
C2		SEPARADAS
D1		JUNTAS
D2		SEPARADAS

Tabla1. Ventanas implementadas.

VENTANA	FORMA DE LAS SEMIVENTANAS	MODO
E1		JUNTAS

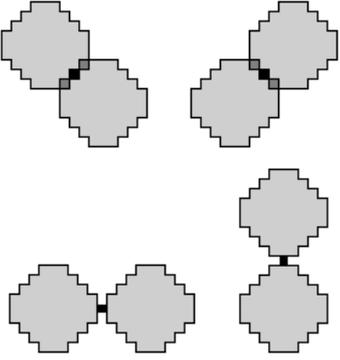
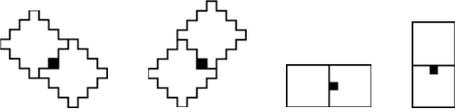
<b>E2</b>		SEPARADAS
<b>F1</b>		JUNTAS

Tabla 1. Ventanas implementadas (cont.)

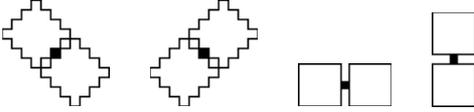
<b>VENTANA</b>	<b>FORMA DE LAS SEMIVENTANAS</b>	<b>MODO</b>
<b>F2</b>		SEPARADAS

Tabla 1. Ventanas implementadas (fin).

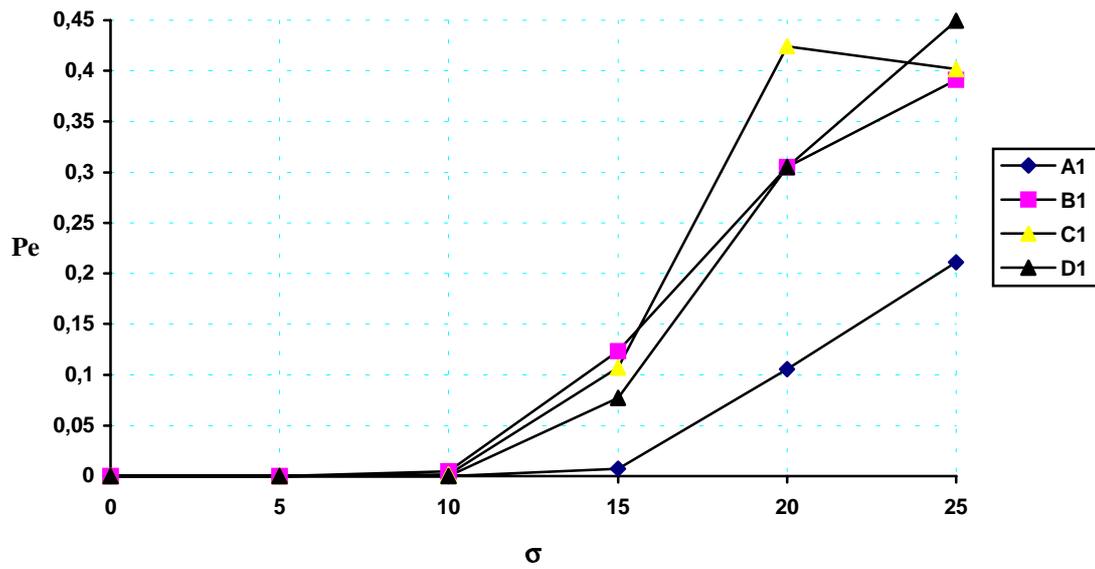


Figura 3. Representación de  $P_e$  para las imágenes de la figura 3 (Ap1).

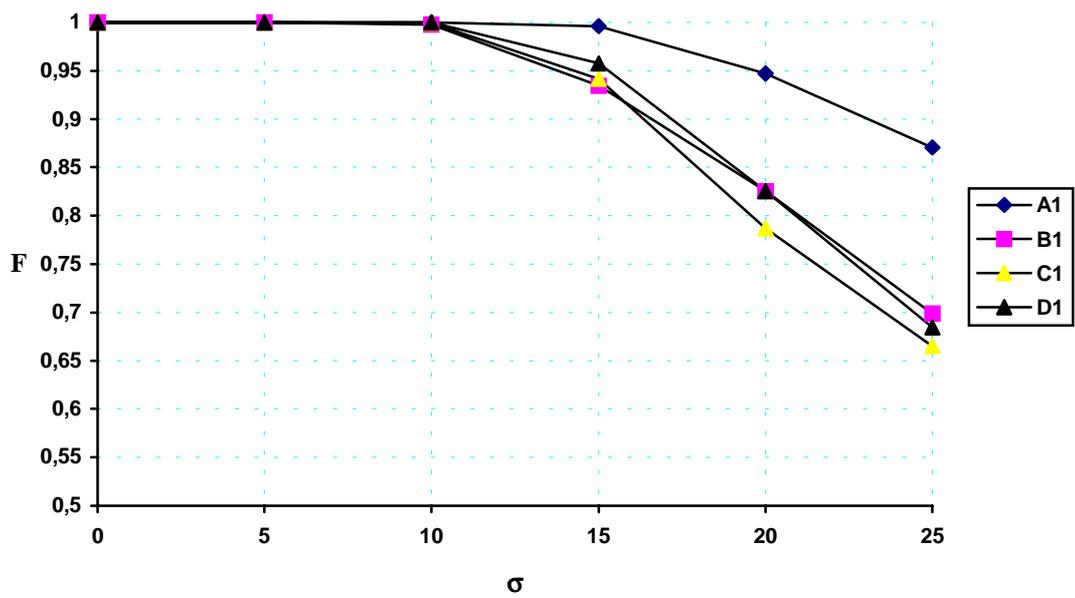


Figura 3. Representación de  $F$  para las imágenes de la figura 3 (Ap1).

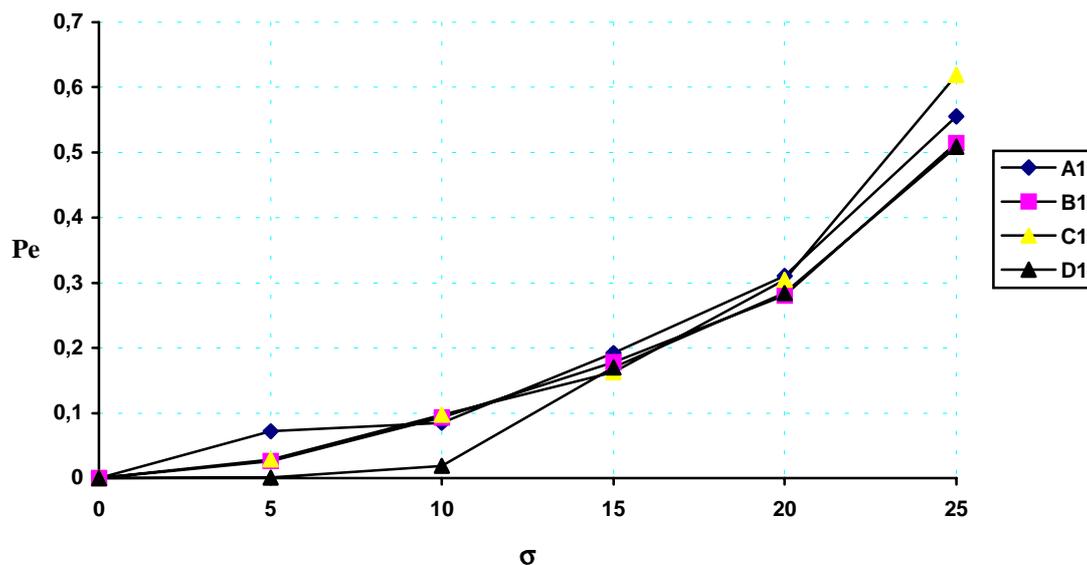


Figura 4. Representación de  $P_e$  para las imágenes de la figura 4 (Ap1).

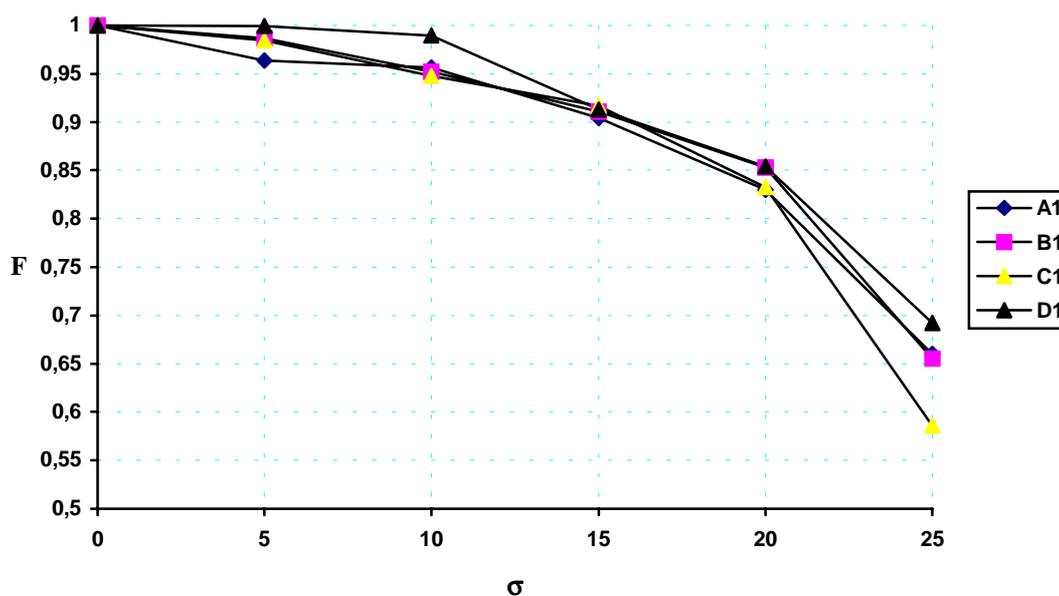


Figura 5. Representación de  $F$  para las imágenes de la figura 4 (Ap1).

Puede observarse que, para imágenes sintéticas homogéneas de bandas verticales, la mejor ventana es A1. Para imágenes de bandas diagonales la mejor es D1. Esto lleva a pensar que la ventana deslizante que funcionase bien en una situación general tendría que estar compuesta por una batería de ventanas en las direcciones vertical, horizontal, diagonal y antidiagonal.

Un detalle que debe tenerse en cuenta es que la ventana A1 aplicada sobre imágenes de bandas verticales produce una imagen binaria con bordes simples, mientras que la ventana D1 aplicada sobre imágenes de bandas diagonales produce una imagen binaria con bordes dobles. Por tanto, deberá buscarse una ventana que produzca siempre borde único en la imagen binaria, tanto para bandas verticales como diagonales.

Teniendo en cuenta lo anterior, se diseñaron otras cuatro ventanas: E1, E2, F1 y F2. Todas éstas están formadas por una batería de ventanas dispuestas en cuatro direcciones del plano, a 45° de separación. Para estas ventanas, cuando las subventanas están juntas producen bordes simples en la imagen binaria, y dobles si están separadas.

A continuación se analizan los resultados que se obtienen con estas dos ventanas, cuando las subventanas están separadas. En las figuras 6 y 7 se muestran los resultados de segmentar las imágenes de la figura 3 (Ap1) con estas dos ventanas. Los resultados del mismo experimento, pero para las imágenes de la figura 4 (Ap1), se muestran en las figuras 8 y 9.

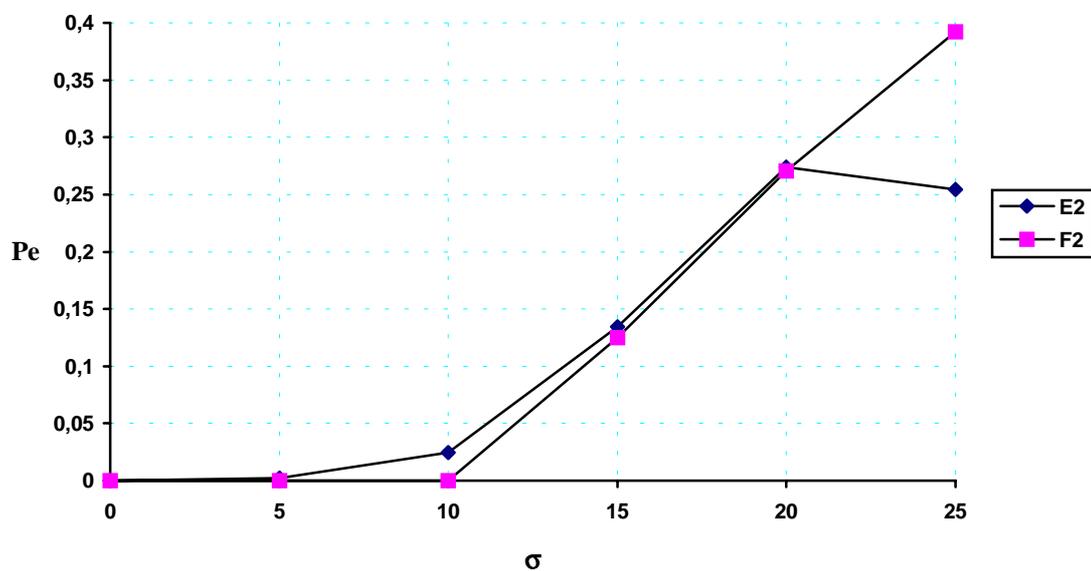


Figura 6. Representación de  $P_e$  para las imágenes de la figura 3 (Ap1).

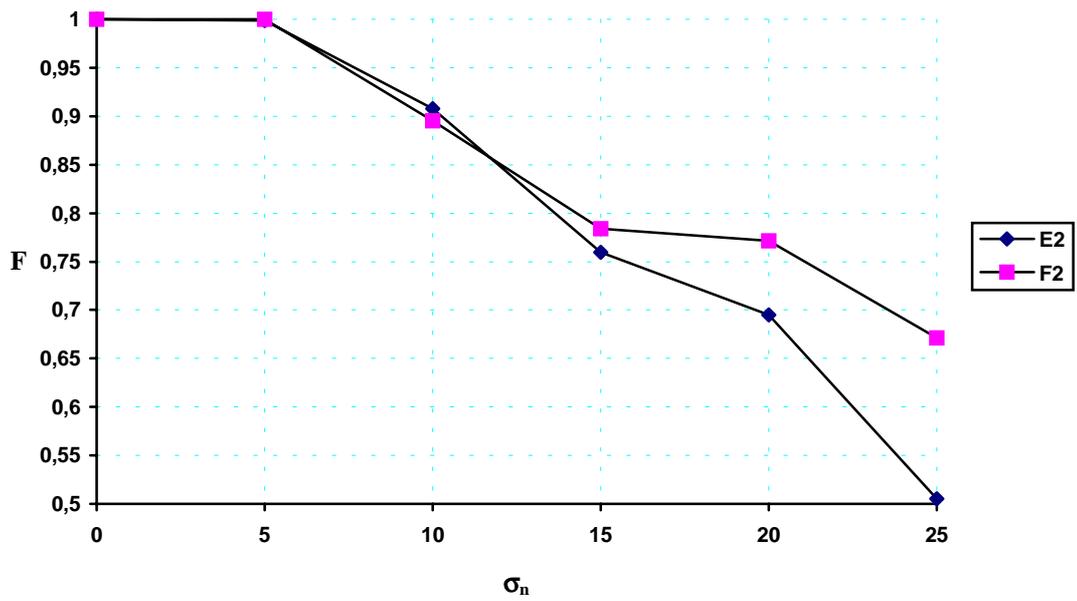


Figura 7. Representación de F para las imágenes de la figura 3 (Ap1).

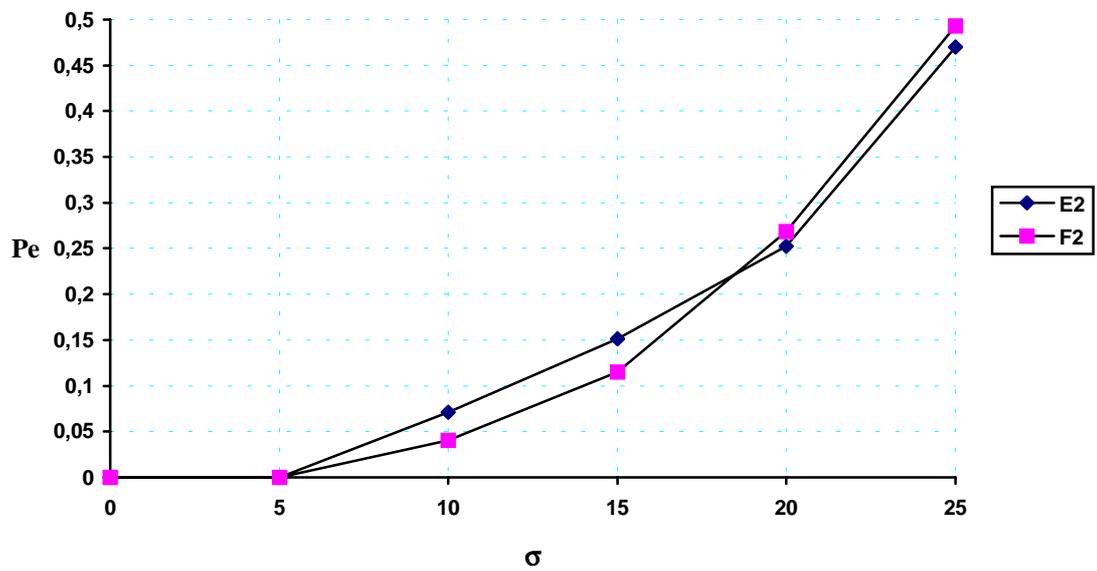


Figura 8. Representación de  $P_e$  para las imágenes de la figura 4 (Ap1).

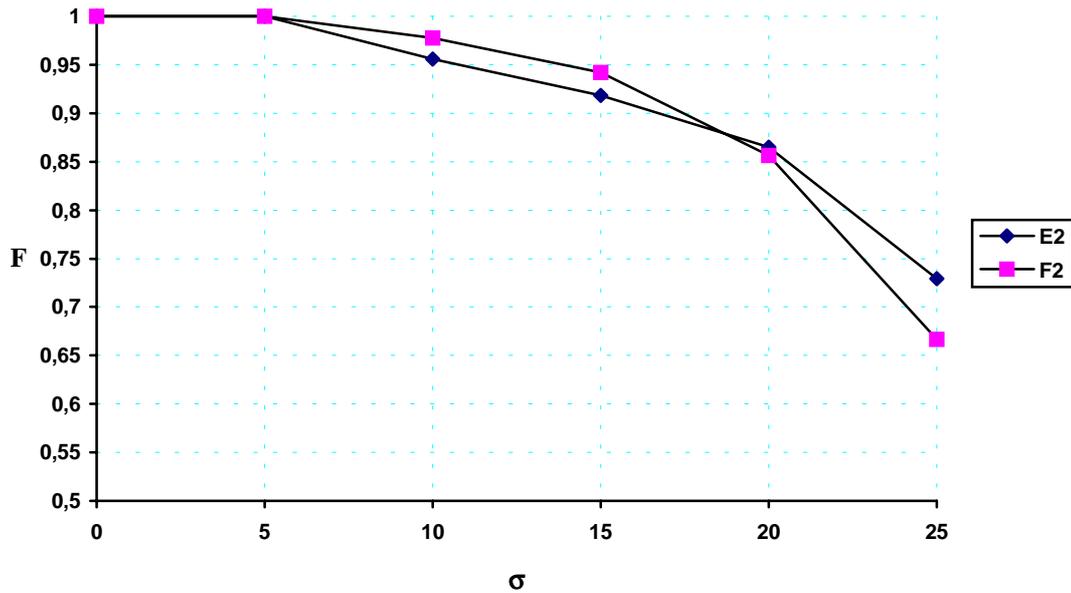


Figura 9. Representación de F para las imágenes de la figura 4 (Ap1).

Estas dos ventanas no son estrictamente iguales. Por tanto, cada una de ellas contendrá un número distinto de píxeles. Sin embargo, la diferencia no es grande, habiéndose utilizado una ventana de 57 píxeles para la ventana E2, y de 49 para F2. Como se verá más adelante, en presencia de ruido el método de segmentación propuesto mejora conforme las dimensiones de las ventanas aumentan, luego cabría esperar que los resultados con la ventana E2 fueran mejores que los de la F2. Sin embargo, ocurre lo contrario para ruido gaussiano bajo, y los resultados son comparables cuando el ruido es alto. Por tanto, esto lleva a pensar que la ventana F2 para obtener borde doble o la F1 para borde simple, es la más apropiada. Por lo tanto la F1 será la utilizada en el resto de este trabajo.

### 3.2.3 Influencia de la forma de la ventana.

La ventana deslizante, compuesta de dos semiventanas, recorre todas las posiciones de la imagen buscando bordes. Es importante favorecer tanto cuanto se pueda el que cada una de las semiventanas se encuentre con la mayor frecuencia posible en una región distinta. La forma que tengan aquellas y la manera en que entren en contacto son factores que influyen sobre la capacidad de la ventana para acomodar sus semiventanas en regiones

distintas, y por ende para detectar bordes. Por otra parte es claro que también el tipo de bordes presentes en una imagen particular influye en el éxito de la ventana en realizar su función. A tal efecto podemos establecer las siguientes líneas generales:

1. Las ventanas de tamaño grande producen divergencias menos sensibles a fluctuaciones debidas a texturas, ruidos u otras pequeñas irregularidades o perturbaciones en los píxeles. Por el contrario, las ventanas de tamaño pequeño producen divergencias cuyo máximo corre mayor riesgo de ser enmascarado por tales fluctuaciones.
2. Una imagen con bordes poco curvados y regiones amplias admite el uso de semiventanas grandes con contacto rectilíneo, favoreciendo una detección robusta. Sin embargo, una imagen con bordes muy curvados y angulosos y regiones pequeñas y/o angostas requiere el uso de ventanas pequeñas si se quiere facilitar la perfecta ubicación de semiventanas en regiones distintas, sobre todo en la parte interior de las curvas o ángulos.

Conviene, pues, buscar un equilibrio entre estas dos circunstancias enfrentadas. En primer lugar se puede proponer una medida para evaluar el nivel de facilidad que ofrece una imagen para detectar sus bordes, en lo que se refiere a formas, para lo cual supondremos la imagen segmentada en regiones disjuntas: el coeficiente de borde de una imagen (*CBI*) se define como el cociente medio entre la longitud del borde de cada región y la raíz cuadrada de su área.

$$CBI = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \frac{L_r}{\sqrt{S_r}},$$

donde  $R$  denota el número de regiones en la imagen,  $L_r$  la longitud del borde en la región  $r$ , y  $S_r$  el área en píxeles de la misma. Como casos ilustrativos podemos citar los siguientes:

- Imagen formada por una malla triangular regular de regiones.  $CBI = 2\sqrt{3}\sqrt{\sqrt{3}} \approx 4.56$
- Imagen en cuadrícula, en la que cada región es un cuadrado adyacente a otros del mismo tamaño.  $CBI = 4$ .

- Imagen en panal, en la que cada región es un hexágono.  $CBI = 2\sqrt{2\sqrt{3}} \approx 3.72$

El caso ideal más favorable corresponde al de una imagen cuyas regiones tengan todas la forma de menor perímetro a igual área, que es la circular (cosa por otro lado matemáticamente imposible), correspondiendo a un valor (inalcanzable) de  $CBI = 2\sqrt{\pi} \approx 3.54$

Esta medida, el coeficiente de borde, es independiente del tamaño de la imagen, y localmente independiente del tamaño de cada región. Sin embargo, como las regiones han de encajar unas con otras como las piezas de un *puzzle*, sus formas no son totalmente independientes y la medida *CBI* puede dar buena cuenta de enmarañado de sus bordes.

Por otra parte, se pueden definir otras medidas, esta vez relativas a la ventana deslizante, para valorar su capacidad de detección de bordes enmarañados. Una ventana deslizante puede detectar mejor los bordes si sus dos semiventanas pueden colocarse rápidamente en regiones disjuntas. Por *rápidamente* queremos decir aquí con muy poco desplazamiento. Está claro que a igualdad de tamaño de semiventanas, diferentes formas pueden hacer variar la característica citada. Por ejemplo, supongamos el caso de un borde vertical y una ventana que desliza horizontalmente con semiventanas cuadradas. En la figura 10 se muestran las fracciones de cada región que corresponden a cada semiventana, conforme la ventana se desliza de una región a otra.

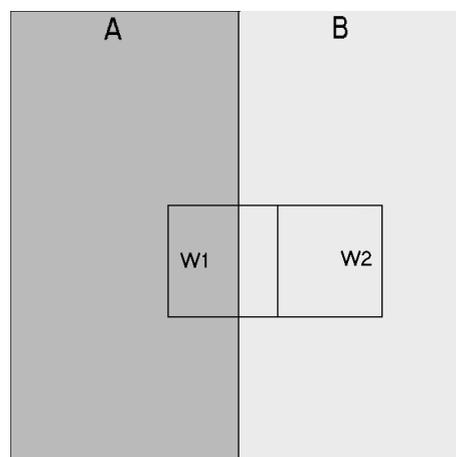


Figura 10. Ventana de subventanas cuadradas, en fase de penetración en región A desde B.

Puede demostrarse que si se verifica la hipótesis de homogeneidad estadística, el valor de la divergencia depende de la superficie de la porción de región en cada subventana. Ahora realicemos una operación similar pero empleando una ventana compuesta por dos semiventanas *triangulares* unidas por un lado común vertical. En la Figura 11 podemos ver las fracciones de cada región que corresponden a cada semiventana, conforme la ventana se desliza de una región a otra. Como se aprecia claramente, la entrada o salida en las regiones de cada semiventana se produce de modo que la superficie de la región en cada subventana es menor que en el caso de las semiventanas cuadradas, y por tanto favorecerá un máximo de la divergencia más agudo e insensible a fluctuaciones.

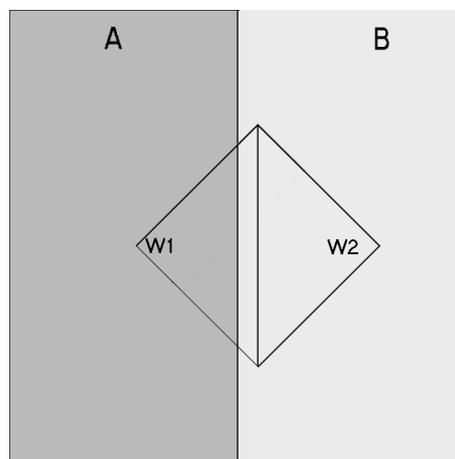


Figura 11. Ventana de subventanas cuadradas, en fase de penetración en región A desde B.

La medida propuesta para valorar la capacidad de una ventana deslizante en la agudización del máximo de la divergencia, mide la capacidad de penetración o salida brusca de sus semiventanas. Se define el coeficiente de penetración como la derivada de la superficie de la ventana sobre una región ( $S_{vr}$ ) con respecto al desplazamiento de esta en sentido horizontal ( $D_x$ ).

$$CP = \frac{d(S_{vr})}{d(D_x)}$$

Claro está que puede haber un caso límite con  $CP \rightarrow \infty$ , como es el de dos semiventanas formadas por dos trazos rectilíneos verticales en contacto (Figura 12).

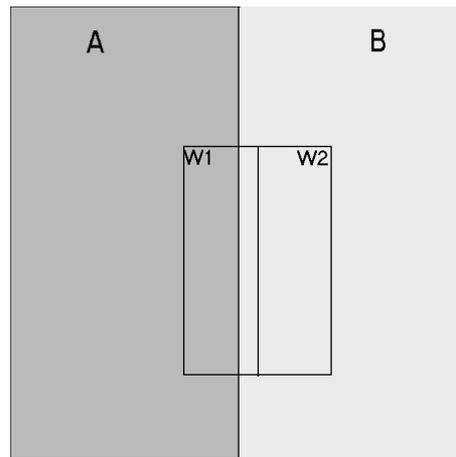


Figura 12. Ventana vertical degenerada, donde  $CP \rightarrow \infty$ .

Sin embargo, este no es un caso útil en la práctica, porque para conseguir un tamaño aceptable (significativo) de semiventanas, éstas han de tener considerable altura y por tanto los bordes a detectar han de ser muy poco o nada curvados.

Nótese que los dos últimos coeficientes dependen de la forma de la ventana. Para el método propuesto se han ensayado ventanas cuadradas, rectangulares y octogonales, dispuestas de diferentes maneras. Para una imagen con alto coeficiente de bordes y bajo nivel de ruido-textura-irregularidades, interesa utilizar ventanas pequeñas con alto coeficiente de penetración; mientras que para una imagen con bajo coeficiente de bordes y/o alto nivel de ruido-texturas-irregularidades, interesa usar ventanas grandes con coeficiente de penetración normal. Como conclusión, puede decirse que para una imagen general, la forma de ventana menos segada es la correspondiente a ventanas cuadradas. Es la de mejor comportamiento en general, a falta de información previa sobre los bordes de la imagen.

### 3.2.4 Influencia del tamaño de la ventana.

El tamaño de la ventana deslizante es un parámetro que influye en gran medida sobre los resultados de la segmentación. La selección de un tamaño de ventana concreto depende de las características de la imagen que se desee segmentar. En una situación general, el tamaño de la semiventana deberá ser grande comparado con el del patrón de textura,

para que el desplazamiento de la ventana dentro de la región no produzca cambios sensibles del histograma de la semiventana. Pero deberá ser pequeño comparado con el tamaño de las regiones de la imagen para que cada una pueda ser detectada como tal. Con esta condición, la divergencia será pequeña (pero en general distinta de cero), dentro de una misma región.

Fundamentalmente, el tamaño de la ventana está relacionado con los tres siguientes aspectos: agudeza de los máximos de la divergencia, la relación de multiplicidad entre los tamaños de la ventana y el téxel, y el ruido que posee la imagen. A continuación se estudiarán estos tres factores.

#### **3.2.4.1.1 Agudeza de los máximos locales de la divergencia.**

Tras el proceso de cálculo de la matriz de divergencias, el método de segmentación continúa con la detección de máximos locales. Cuanto más agudo sea un máximo de dicha matriz (más alto y estrecho), es más probable que exista un borde en la imagen en la posición de dicho máximo.

El tamaño de la ventana deslizante influye sobre la agudeza de los máximos obtenidos durante la segmentación. En efecto, cuanto menor sea el tamaño de la ventana, más estrecho resultará el máximo correspondiente a un borde entre dos regiones texturadas diferentes. Esto es así debido a que en las cercanías de la separación de dos regiones con texturas diferentes, una de las subventanas de la ventana deslizante empieza a caer en parte en las dos regiones. Y por lo tanto comienzan a obtenerse valores no nulos de la divergencia de Jensen-Shannon. Por lo tanto, cuanto mayor sea el tamaño de la ventana (en la dirección perpendicular al borde), más extenso será el máximo, y por lo tanto menos agudo. Este hecho se ilustra a continuación, en la que se muestran los resultados de la segmentación de la imagen 1a con la ventana F, con dos tamaños de ventana diferentes:  $3 \times 3$  y  $15 \times 15$ . En la figura 13 se muestran las correspondientes matrices de divergencias, convertida a niveles de gris, resultado de las anteriores segmentaciones.

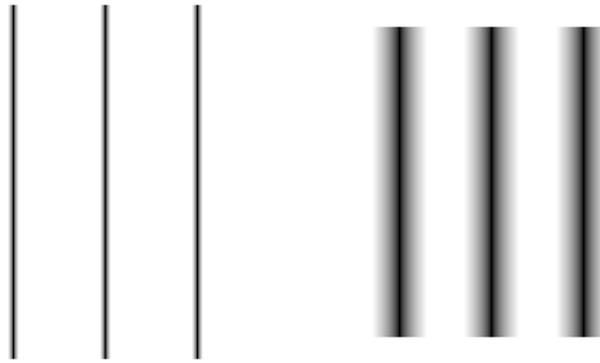


Figura 13. Imágenes de divergencias resultado de la segmentación de la imagen 1a utilizando dos tamaños de ventana diferentes. a)  $3 \times 3$ . b)  $15 \times 15$ .

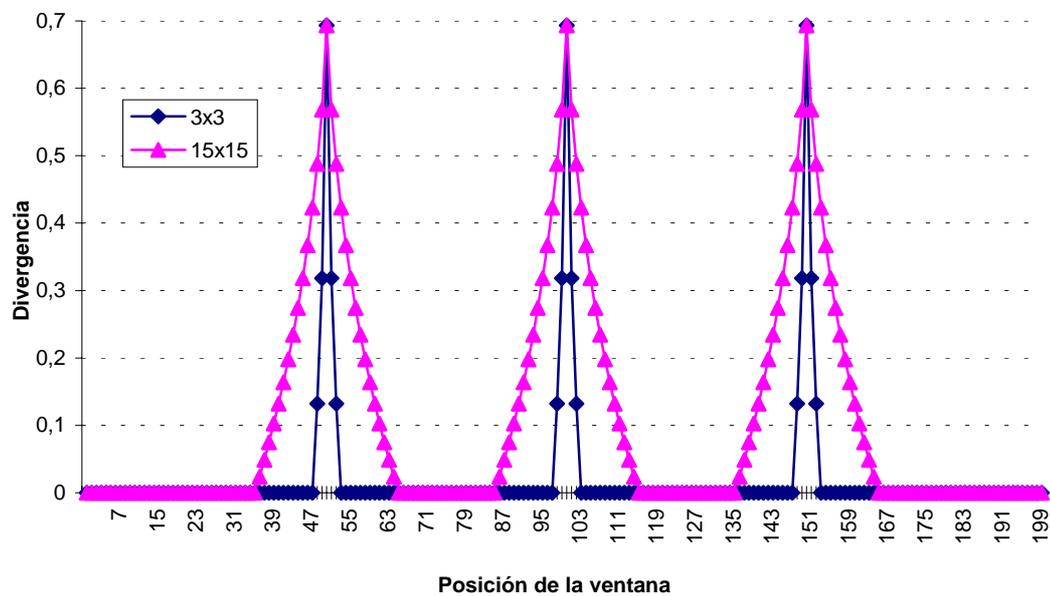


Figura 14. Evolución de la divergencia para ventanas  $3 \times 3$  y  $15 \times 15$ .

En la figura 14 se muestra un gráfico de la evolución de la divergencia en función de la posición de la ventana, según avanza dirección normal al borde. Puede verse claramente que los máximos proporcionados por la ventana de tamaño  $3 \times 3$  son más agudos (y por tanto más fáciles de detectar) que los obtenidos con una ventana de  $15 \times 15$ . Por lo tanto, la conclusión de este apartado es que cuanto menor sea el tamaño de la ventana, más destacados serán los máximos de la divergencia.

### 3.2.4.2 Relación de tamaños de ventana y téxel.

En este apartado se va a analizar el papel de la relación de tamaños de ventana y de téxel en el método de segmentación propuesto. El análisis consta de dos partes. En la primera se estudia el salto de la ventana deslizante, y en la segunda la importancia de la relación de multiplicidad de los tamaños de ventana y téxel.

#### 3.2.4.2.1 Salto de la ventana deslizante.

Dado que la segmentación ocupa un tiempo de cómputo relativamente alto, podría pensarse en aligerar los cálculos desplazando sobre la imagen la ventana deslizante a intervalos mayores que un píxel. Esta distancia es lo que se conoce como *salto* de la ventana deslizante. En este apartado se estudia la influencia del salto en los resultados de la segmentación.

Sea una imagen formada por tres bandas verticales correspondientes a tres regiones de distinta textura, con los téxeles descritos en la figura 15.

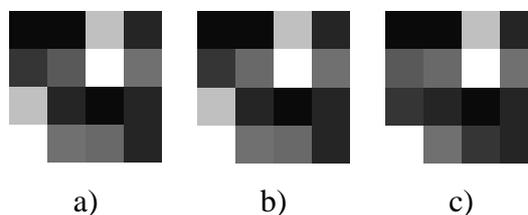


Figura 15. Composición de téxeles para formar una imagen sintética.

Los téxeles se han escogido muy parecidos en su composición. Numerando los píxeles de cada téxel del 1 al 16 (de izquierda a derecha y de arriba a abajo), el primer y segundo téxel difieren en el nivel de gris del píxel número 6 (90 para el primero, 105 para el segundo). El segundo y tercer téxel difieren en los píxeles número 5, 9 y 15 (53, 192 y 105 para el primero, 90, 53 y 53 para el segundo). En la figura 16 se muestra la imagen sintética, en la que se ha resaltado la frontera entre las bandas, ya que ésta difícilmente sería visible de otra manera.

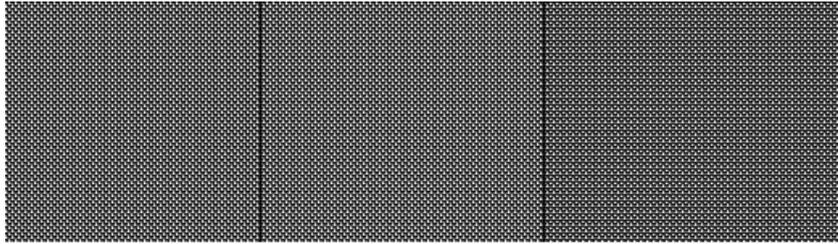


Figura 16. Imagen sintética construida con los téxeles de la imagen 15.

Sea  $S_w$  el tamaño de la ventana deslizante,  $S_t$  el tamaño del téxel y  $D$  el valor del salto. Como ejemplo se ha tomado  $S_t=4\times 4$ . En la figura 17 se muestra la evolución de la divergencia, en función de la posición de la ventana deslizante, para distintos valores del salto. Los valores escogidos son los siguientes.

- 1º) Si el salto es menor que las dimensiones del patrón ( $D=1$ , figura 17a), se detectan perfectamente las fronteras entre regiones texturadas.
- 2º) Si el salto es igual a las dimensiones del téxel ( $D=4$ , figura 17b) o múltiplo entero ( $D=4n$ , figura 17c), se detectan perfectamente las fronteras entre regiones texturadas, igual que en el punto anterior. Esto es cierto siempre que el salto no sea excesivamente grande, y la ventana deslizante no se coloque nunca encima de alguna de la texturas. No obstante, este proceder no es recomendable porque los bordes pueden no detectarse exactamente en su posición real.
- 3º) Si el salto es mayor que la dimensión del patrón y no es un múltiplo entero ( $D=6$ , figura 17d), puede que no se detecten algunas fronteras entre regiones texturadas. Esto se debe a una combinación del valor del salto y la composición de los téxeles de cada textura.

En general, el tamaño de los téxeles de la imagen es desconocido a priori. Por lo tanto, de acuerdo con el análisis del presenta subapartado, en un caso general debe escogerse el valor del salto 1, para no perder bordes en la segmentación.

### 3.2.4.2.2 Relación de multiplicidad de tamaños de ventana y téxel.

Para imágenes cuyas regiones consisten en texturas estrictamente periódicas, la elección óptima del tamaño de semiventana se produce cuando cada una tiene un tamaño igual a un múltiplo entero del tamaño del téxel de la región sobre la que está situada. De este modo se asegura que la divergencia tome valor 0 en el interior de la región. Si los patrones de textura son de distintos tamaños, la situación óptima se produce cuando las dimensiones de la semiventana son un múltiplo entero del mínimo común múltiplo de los tamaños de los téxeles, por igual motivo.

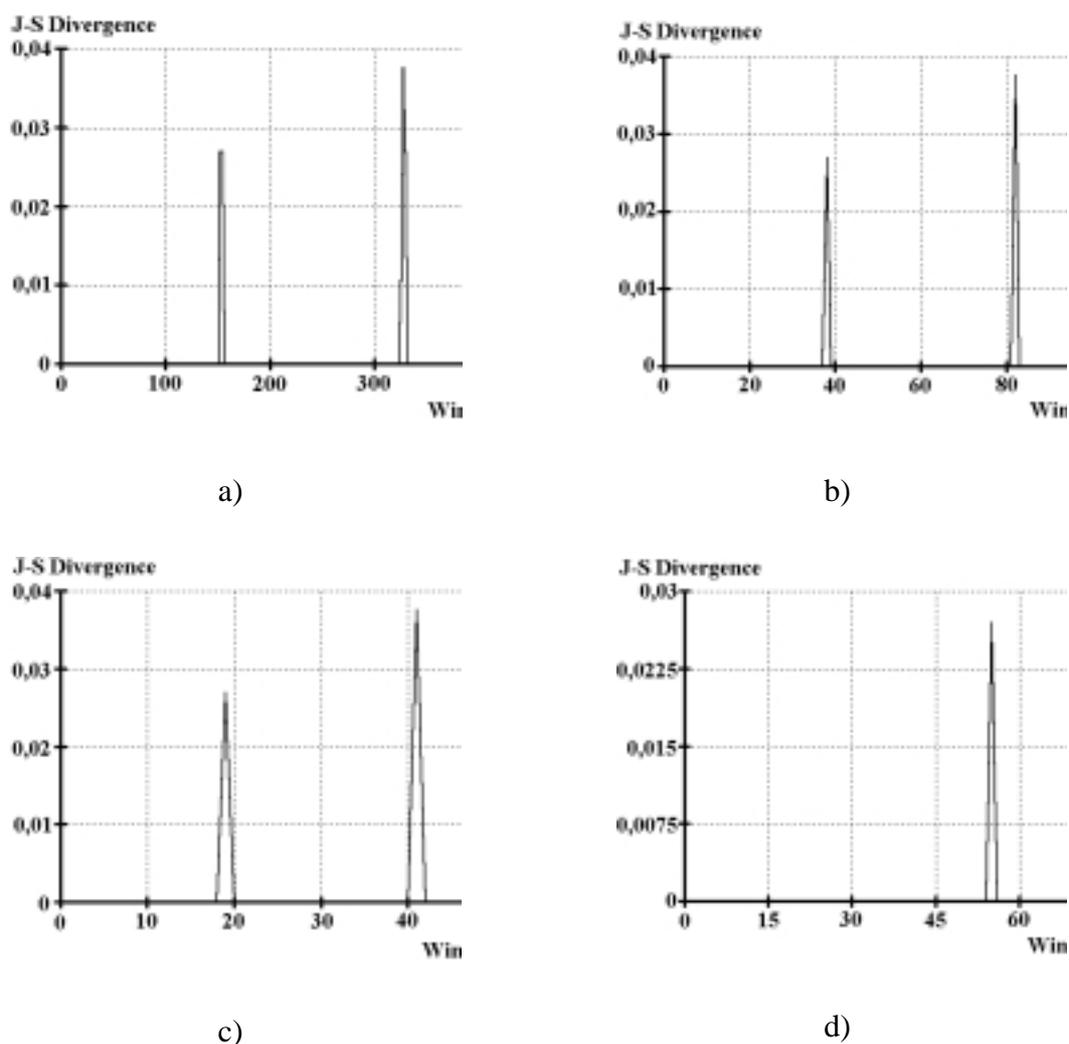


Figura 17. Resultados de la segmentación de la imagen 16 con diferentes saltos. a) D=1. b) D=4. c) D=8. d) D=6.

A continuación se presenta un ejemplo aclaratorio sobre la importancia de la relación tamaño de ventana-tamaño de téxel. En la figura 18 se muestran los resultados de segmentar la imagen de la figura 16 ( $S_t = 4 \times 4$ ), para diferentes tamaños de semiventana y téxel, y para un salto de cuatro píxeles ( $D = 4$ )

1. Con semiventana deslizante de dimensión menor que las dimensiones del téxel ( $S_w = 2 \times 2$ ), no se detectan algunos bordes, como se muestra en la figura 18a.
2. Con semiventana deslizante de dimensión igual o múltiplo entero de las dimensiones del patrón ( $S_w = 4 \times 4$ ,  $S_w = n(4 \times 4)$  con  $n=2$ ) se detectan todas las fronteras. Además, la divergencia sólo es diferente de cero cerca de los bordes, como se muestra en las figuras 18b y 18c.
3. Con semiventana deslizante de dimensión mayor que las dimensiones del patrón, pero no múltiplo entero ( $S_w = 5 \times 5$ ) se detectan todos los bordes. Sin embargo, ahora la divergencia no es cero en el centro de cada región, sino que existe un ruido de fondo en el interior de cada una de ellas, como se muestra en la figura 18d.

El comportamiento puesto de relieve en el punto 3 se debe a que con estas dimensiones la hipótesis de homogeneidad estadística en el interior de las regiones no se cumple y por tanto aparecen valores diferentes de cero en el interior de las regiones.

En general, no se conoce a priori el tamaño de téxel de cada región al comienzo del tratamiento. Por este motivo, el tamaño de ventana ha de ser un parámetro ajustable que dependa, en principio, no sólo de la imagen concreta a tratar, sino también de la región de la misma en proceso. Puesto que realizar la segmentación con un tamaño de ventana adaptable a las características locales de la imagen es una complicación añadida, en este trabajo se ha optado por utilizar ventanas de tamaño fijo en cada segmentación. No obstante, el tamaño se puede variar de un experimento a otro.

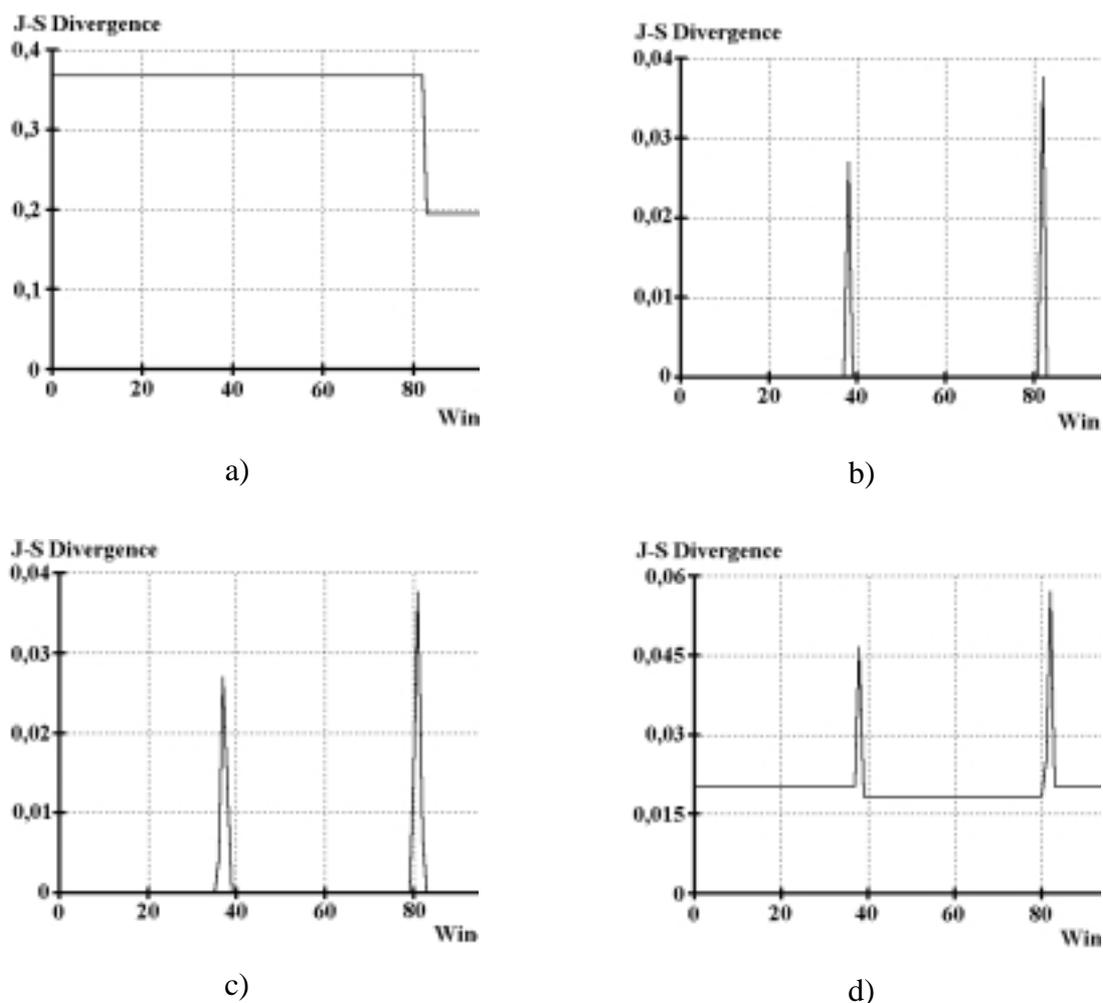


Figura 18. Resultados de la segmentación de la imagen de la figura 26 con diferentes relaciones de multiplicidad entre tamaños de semiventana y téxel. a)  $S_w=2 \times 2$ . b)  $S_w=4 \times 4$ . c)  $S_w=8 \times 8$ . d)  $S_w=5 \times 5$ .

### 3.2.4.3 Influencia del ruido.

El ruido es el tercer factor que influye sobre el tamaño de la ventana. En efecto, mientras mayor sea la cantidad de ruido que contamine la imagen, será necesario escoger un tamaño de ventana mayor. La razón es que para ventanas pequeñas, las agrupaciones de píxeles ruidosos producen mayores fluctuaciones en los valores de la divergencia que para ventanas grandes. Y por tanto, será más probable que aparezcan bordes incorrectos, o que desaparezcan bordes debido al ruido. La discusión en profundidad de la eficacia del método frente a la contaminación de ruido se realizará en el apartado 3.2.9.

### 3.2.5 Coeficiente de atenuación.

Como ya se mencionó en la sección 3.1, existen situaciones en las que la divergencia de Jensen-Shannon no resulta del todo apropiada para realizar la segmentación. Para cubrir estas situaciones se definió el coeficiente de atenuación, añadiendo a la información del histograma de cada semiventana la proporcionada por el nivel de gris medio de dicho histograma. En este apartado se va a estudiar, pues, la eficacia de la divergencia atenuada.

#### 3.2.5.1 Ruido gaussiano.

En esta apartado se muestran los resultados de segmentar las imágenes de las figuras 3 y 4 (Ap1) aplicando la divergencia, con y sin atenuación, con la ventana F1. En las figuras 19 y 20 se representan los resultados numéricos de las medidas de calidad de la segmentación con y sin el coeficiente de atenuación, en función de la varianza del ruido. A la vista de los resultados, puede concluirse que la aplicación del coeficiente de atenuación produce mejores resultados para este tipo de ruido. Sin embargo, en el apartado siguiente se comparará que este resultado no es general con el análisis del método para el ruido impulsivo sal y pimienta.

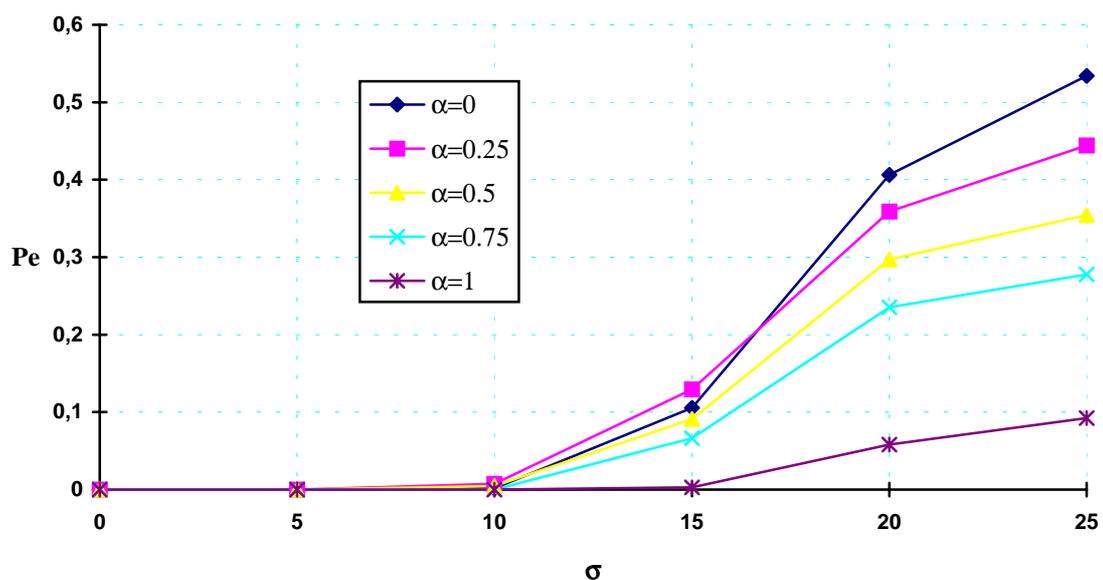


Figura 19. Representación de  $P_e$  en función de la varianza en la segmentación de las imágenes de la figura 3 (Ap1).

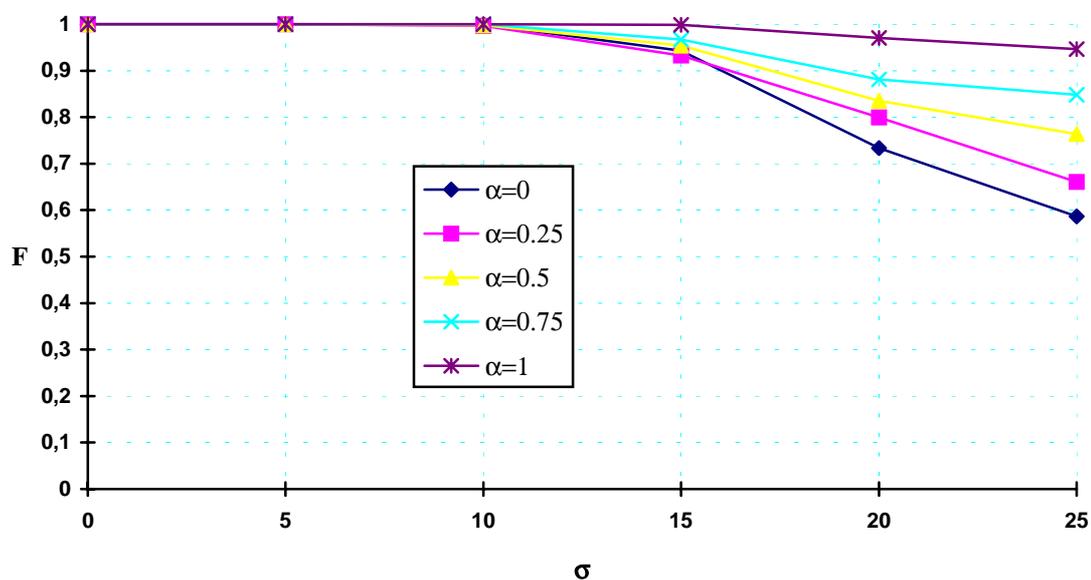


Figura 20. Representación de F en función de la varianza en la segmentación de las imágenes de la figura 3 (Ap1).

### 3.2.5.2 Ruido impulsivo sal y pimienta.

Contrariamente a lo obtenido en el apartado anterior, la aplicación de la divergencia atenuada a imágenes afectadas de ruido impulsivo funciona peor que la divergencia sin atenuar. Para ponerlo de manifiesto, se han segmentado (en las mismas condiciones que en el apartado anterior) las imágenes de las figuras 7 y 8 (Ap1). Los resultados numéricos de la segmentación se muestran en las figuras 21 y 22, para los casos  $\alpha=0$  (sin atenuación) y  $\alpha=1$  (atenuación máxima).

Como puede observarse, la divergencia atenuada se comporta peor que sin atenuar para el ruido impulsivo. La tendencia es obtener mejores resultados conforme el coeficiente de atenuación es menor. La explicación de este comportamiento es la siguiente. Cuando una imagen se contamina con ruido, los histogramas de las regiones tienden a igualarse, con lo que la divergencia entre dos regiones texturadas disminuirá conforme aumente la cantidad de ruido.

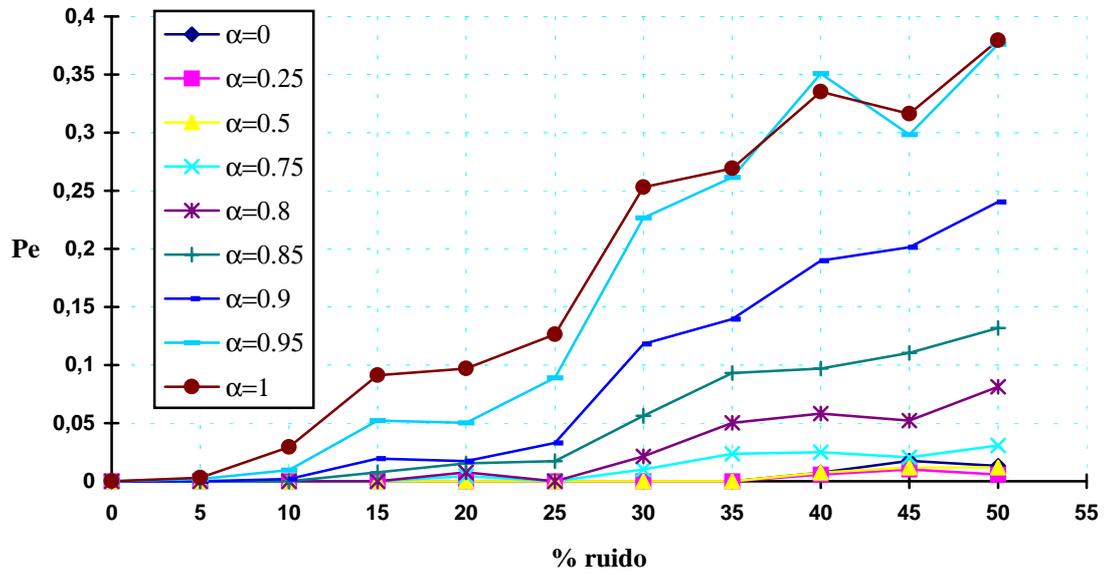


Figura 21. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 7 (Ap1).

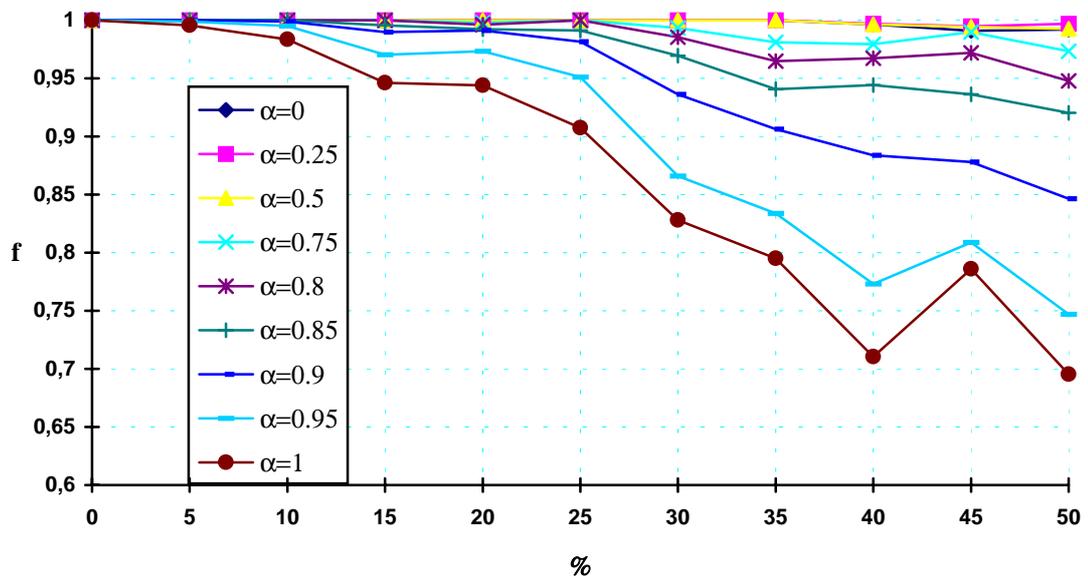


Figura 22. Representación de  $F$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 7 (Ap1).

Tenemos entonces los siguientes casos:

a) Ruido gaussiano.

El ruido gaussiano blanco es de media cero. Por lo tanto, el nivel de gris medio de las regiones no variará (salvo fluctuaciones estadísticas) por contaminación de este tipo de ruido. Por lo tanto, aunque la divergencia disminuya, el nivel de gris promedio de la semiventana deslizante mantendrá aproximadamente el mismo valor con y sin ruido. Así, la divergencia atenuada resulta más adecuada que sin atenuar en el caso de contaminación por ruido gaussiano.

b) Ruido impulsivo sal y pimienta.

Al contrario que el anterior, el ruido impulsivo sal y pimienta no es de media cero. Por tanto, cuando se aplique a una imagen, también variarán los niveles de gris medios de la ventana deslizante. La tendencia será la de acercarse al nivel de la mitad de la escala de grises. Por lo tanto, con este tipo de ruido se modificarán de manera desfavorable tanto los valores de la divergencia como los niveles de gris promedio de las semiventanas deslizantes. Como consecuencia, los resultados de la divergencia atenuada serán peores que sin atenuar, pues se toma información errónea por dos vías.

Como comentario adicional, decir que en los experimentos anteriores puede observarse que la evolución de la segmentación es no lineal respecto del parámetro  $\alpha$ .

Como se ha visto ya, la divergencia está indicada cuando el ruido presente en las imágenes es gaussiano. Pero no se limita a este caso su interés, puesto que, como se expone en la sección 4, las imágenes de escenas reales se segmentan mejor con la divergencia atenuada.

### 3.2.5.3 Ruido impulsivo gris uniforme.

En este apartado se muestra la segmentación de las imágenes de las figuras 11 y 12 (Ap1) con diferentes valores del coeficiente de atenuación. Los resultados se muestran en las figuras 23, 24, 25 y 26.

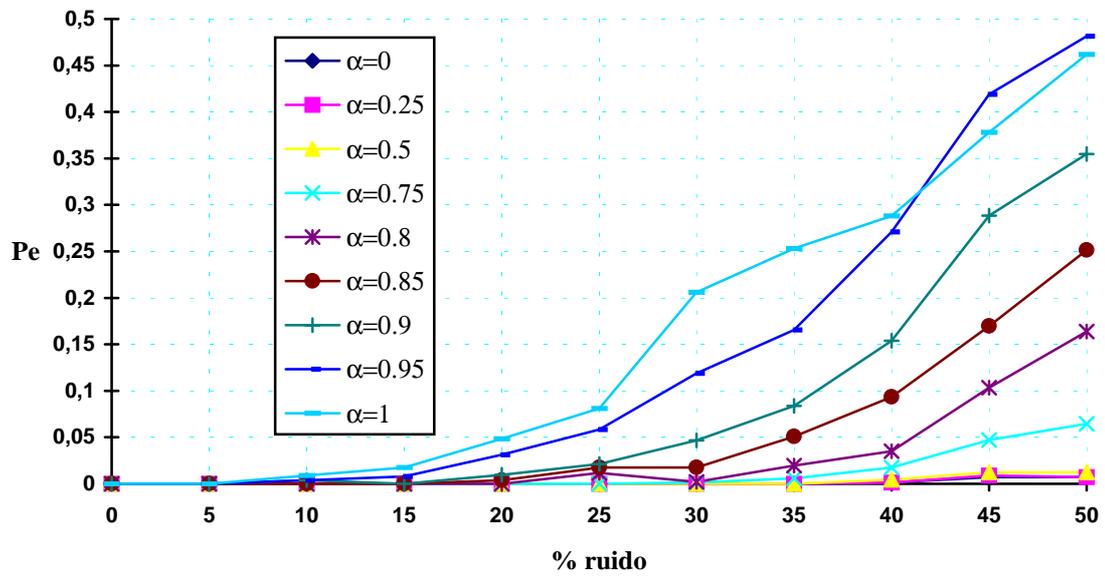


Figura 23. Representación de Pe en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 11 (Ap1).

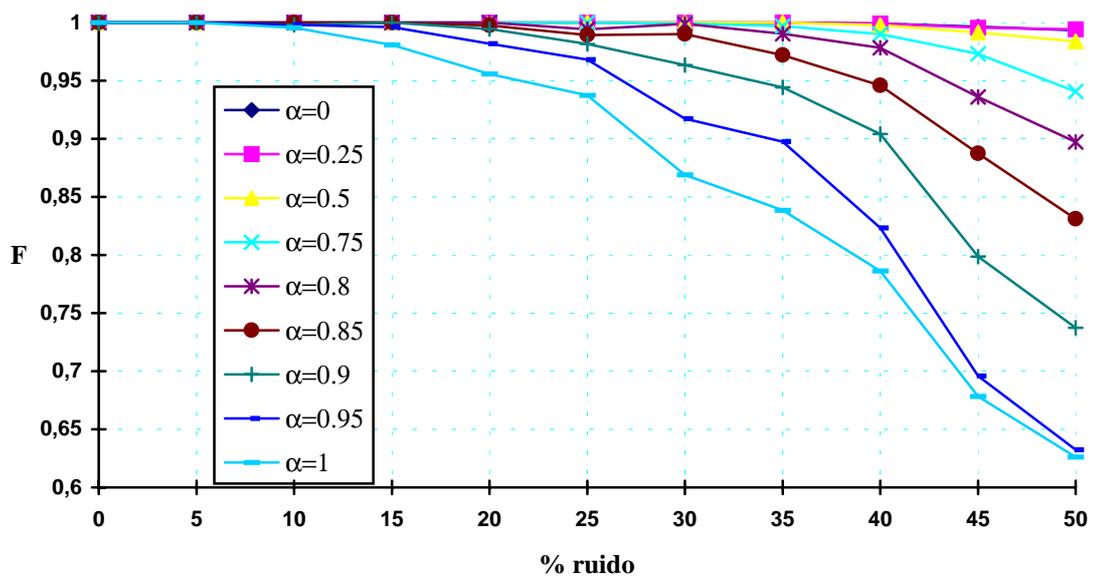


Figura 24. Representación de F en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 11 (Ap1).

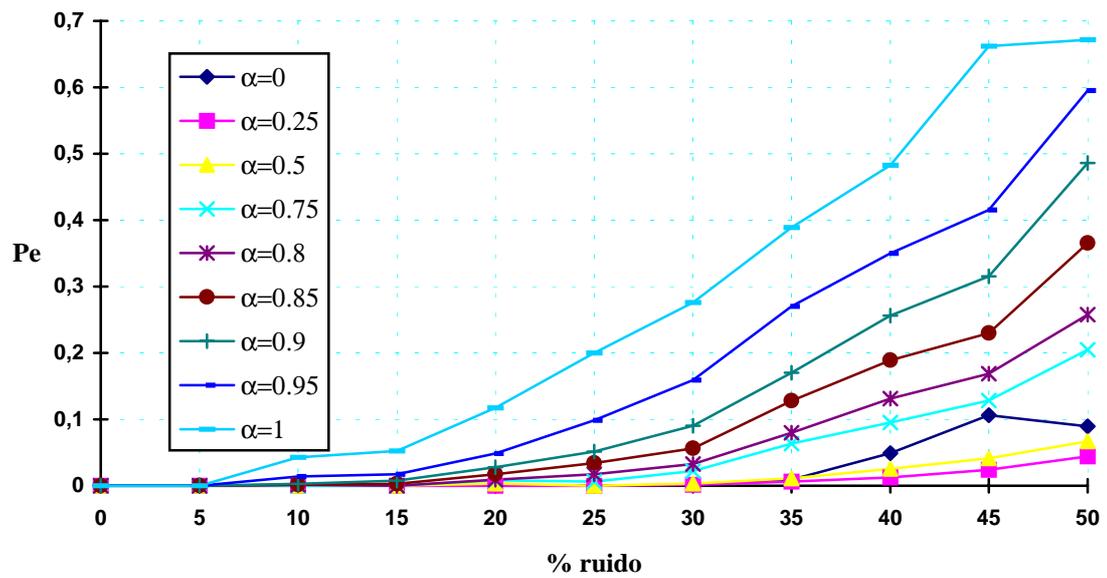


Figura 25. Representación de Pe en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 12 (Ap1).

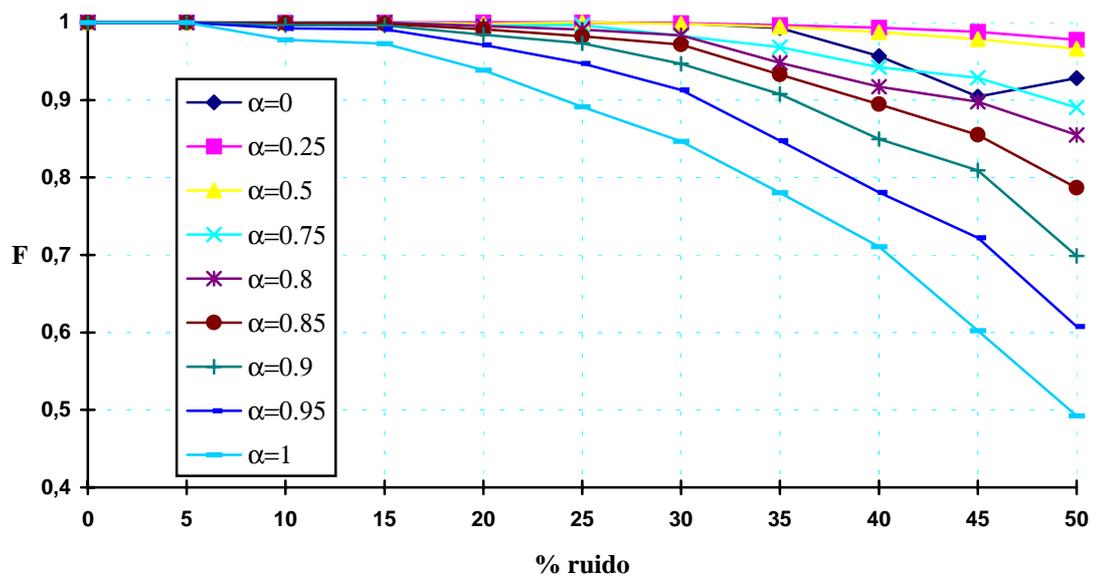


Figura 26. Representación de F en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 12 (Ap1).

Como se observa en las gráficas, el comportamiento es muy similar al obtenido para ruido impulsivo sal y pimienta. La tendencia es obtener mejor resultado en la segmentación conforme el coeficiente de atenuación es menor. La explicación es similar a la formulada en el apartado anterior.

### 3.2.6 Influencia del número de suavizaciones.

En este apartado se analiza la influencia del número de suavizaciones realizadas (en la matriz de divergencias) sobre el resultado obtenido: la imagen binaria.

En la figura 27a se muestra la imagen de divergencias correspondiente a la imagen original de la figura 1d (Ap1), contaminada con ruido gaussiano. La figura 27b contiene la imagen binaria correspondiente a la detección de bordes cuando no se ha efectuado ninguna suavización. Por último, la figura 27c muestra la imagen binaria obtenida de la misma imagen de divergencias, pero realizando una suavización. En esta figura puede observarse un borde difuso alrededor de toda la imagen. Debe ignorarse, y se debe a la actuación de la ventana en las cercanías de los límites de la imagen.

Como puede verse, es conveniente realizar un cierto número de suavizaciones, pues así la detección de bordes es de mejor calidad. Esto se debe a que las suavizaciones rebajan la importancia de los máximos espurios que se producen en el interior de las regiones de la imagen por la presencia de ruido.

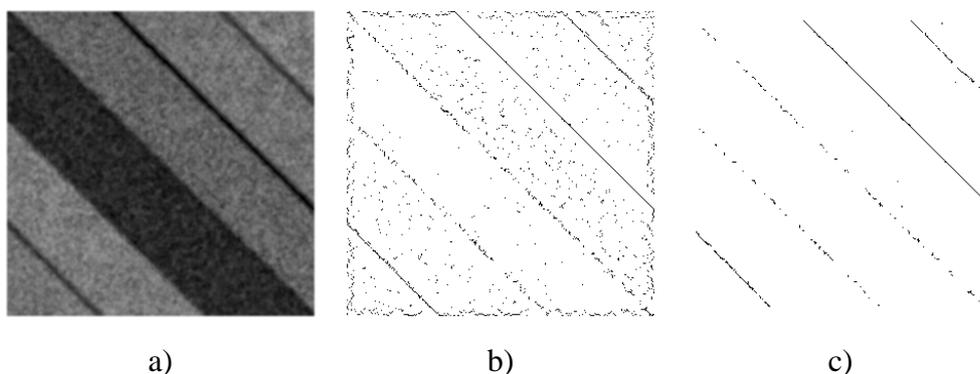


Figura 27. Segmentación variando el número de suavizaciones. a) Imagen de divergencias. b) Imagen binaria sin suavizar. c) Imagen binaria con una suavización.

### **3.2.7 Influencia de la tolerancia.**

En este apartado se analiza la influencia de la tolerancia sobre la segmentación. En la figura 28 se muestran los resultados de segmentar la imagen 7g (Ap1), con valores de la tolerancia desde 0 a 0.9, aumentando de 0,1 en 0,1.

Como puede observarse en la figura, la tolerancia influye de manera importante sobre el resultado de la segmentación. Cuanto menor sea la tolerancia, menos se exige a un máximo local para declararlo como borde, y por lo tanto será más probable que aparezcan puntos de borde espurios, debido al ruido de la imagen. Cuanto mayor sea la tolerancia, más se exige a un máximo local para declararlo como borde. Esto implica que se detectan menos puntos de borde incorrectos, pero a la vez se dejan de detectar puntos de borde correctos, provocando desconexiones en la imagen binaria de borde.

La elección de una tolerancia apropiada es fundamental a la hora de obtener una buena segmentación. En general, la tolerancia es un parámetro que depende de las texturas, del ruido presente en la imagen y de la aplicación concreta a la que se destine la imagen segmentada. Por lo, es un parámetro que debe ser seleccionado por el usuario, y en la práctica, la selección de la tolerancia adecuada debe hacerse por tanteo, hasta la obtención de una imagen acorde con las necesidades del usuario. En definitiva, el usuario debe realizar una valoración subjetiva de los resultados y cambiar la tolerancia en función de esta valoración.

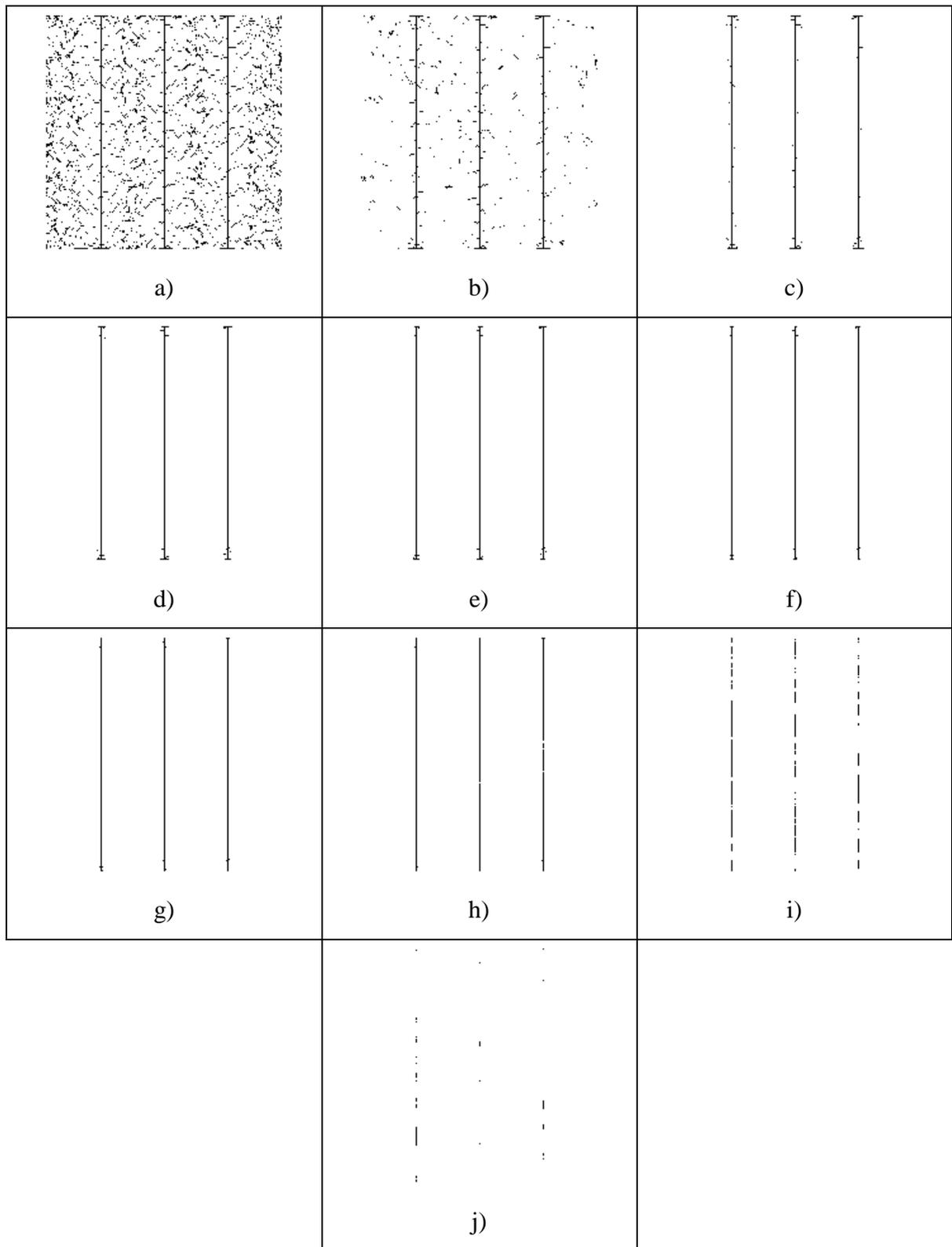


Figura 28. Segmentación de la imagen 7g para diferentes valores de la tolerancia.

a) 0. b) 0,1. c) 0,2. d) 0,3. e) 0,4. f) 0,5. g) 0,6. h) 0,7. i) 0,8. j) 0,9.

### **3.2.8 Comparación entre umbralización global y detección local de máximos.**

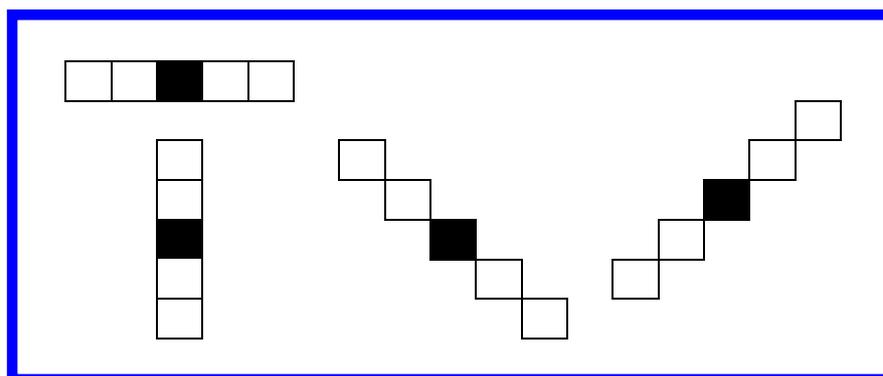
En este apartado se realizará un estudio comparado entre un método ampliamente utilizado en la literatura para marcar los píxeles de borde de la imagen (lo que venimos llamando fase 2), y el método propuesto por nuestro grupo.

#### **3.2.8.1 Notaciones y definiciones.**

En apartados posteriores se van a utilizar los conceptos definidos en esta sección.

- a)  $O(x,y)$  = imagen original (matriz de niveles de gris).
- b)  $M(x,y)$  = matriz de números reales positivos, resultante de la aplicación de un operador de detección de bordes (fase 1, sección 3.1.2) sobre  $O(x,y)$ . Contiene la información de la magnitud del operador para cada punto de la imagen.
- c)  $B(x,y)$  = imagen binaria, conteniendo los bordes de  $O(x,y)$ .
- d) Rendija.

Usualmente en la literatura se utiliza con frecuencia la noción de ventana, pero aquí utilizaremos una nueva noción que llamaremos ventana monodimensional (rendija). Esta ventana se centra en el pixel en curso de estudio (y por tanto de tamaño impar), y que puede seguir cuatro direcciones posibles: vertical, horizontal, diagonal y anti-diagonal. En la siguiente figura se muestran las 4 orientaciones posibles de una rendija, señalándose en negro el pixel central de la misma.



La primera noción que cambia con la introducción de la ventana monodimensional es la vecindad; ya que anteriormente se hablaba de vecindad geométrica, según el grado de cercanía del píxel a uno dado; mientras que ahora se emplea vecindad angular, hablándose de que un píxel es vecino a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  del píxel central en una rendija.

El tamaño óptimo de la rendija depende del tamaño de la ventana y del operador utilizado en la primera fase. En el caso de la divergencia de J-S, si la ventana es de tamaño  $\nu \times \nu$  la rendija ha de ser como máximo de tamaño  $2\nu+1$ . Para un operador en general, esta relación sigue cumpliéndose. En efecto, el tamaño de ventana del operador debe escogerse de manera que no se incluyan más de dos bordes dentro de ella. Esto limita por tanto el tamaño de la rendija, pues tampoco debe incluirse más de un máximo local (correspondientes a bordes diferentes) en cada rendija.

Se llamará *magnitud del operador* (o simplemente magnitud) al valor del operador de primera fase en un píxel dado de la imagen. Dada una rendija de tamaño  $2\nu+1$ , las magnitudes de los píxeles vecinos al píxel central se denotarán, por orden de posición,  $k_{-\nu}, \dots, k_{-1}, k_0, k_1, \dots, k_\nu$ , siendo  $k_0$  la magnitud del píxel central.

$k_{-5}$	$k_{-4}$	$k_{-3}$	$k_{-2}$	$k_{-1}$	$k_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
----------	----------	----------	----------	----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Una vez ordenadas las magnitudes los píxeles de una rendija en orden ascendente, las denotaremos por  $k_{[1]} \leq k_{[2]} \leq \dots \leq k_{[2\nu]} \leq k_{[2\nu+1]}$ , donde en la ordenación se incluye también el píxel central.

### 3.2.8.1 Umbralización global.

A partir de la matriz de divergencias obtenida en la fase 1, ha de decidirse qué píxeles son bordes con mayor probabilidad. Un posible procedimiento de selección sencillo consiste en realizar una umbralización[ROS82]: sólo los elementos de dicha matriz con valores mayores que un cierto umbral se declaran como bordes de la imagen.

Sea  $t$  un número real positivo. El resultado de la umbralización de  $M(x,y)$  es una matriz binaria de las mismas dimensiones,  $B(x,y)$ , definida como sigue:

$$B(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{si } M(x,y) < t \\ 1 & \text{si } M(x,y) \geq t \end{cases}$$

En  $B(x,y)$  los puntos de borde se señalan, pues, mediante píxeles negros.

Nótese que la umbralización deja mucho que desear. En primer lugar, no suele producir bordes con anchura unidad (sobre todo en imágenes con más de un objeto). En el caso de que la imagen no tenga una iluminación constante, o de tener más de un objeto en la misma, es fácil perder algunos puntos de borde. Además el resultado de la umbralización depende mucho del operador de bordes utilizado. Sin embargo, es un proceso sencillo y rápido de ejecutar, y para algunas aplicaciones concretas puede resultar válido.

### **3.2.8.2 Umbralización local 1.**

Debido que la umbralización global produce bordes gruesos, se pensó que una umbralización local puede dar mejores resultados. Por este razón se presenta aquí un algoritmo capaz de extraer la imagen binaria con bordes menos gruesos que los obtenidos utilizando la umbralización global.

El algoritmo se divide en tres fases que se detallan a continuación:

a) Corte en las magnitudes.

En esta fase se realiza un corte en el la matriz resultante de la primera fase. Este corte se realiza para eliminar máximos locales, presentes en las zonas de la imagen donde realmente no existen bordes, y que pueden aparecer debido al ruido u otras causas. Este corte puede realizarse de dos maneras diferentes: la primera es aplicar un umbral sobre  $M(x,y)$ , y la segunda un percentil.

En cuanto al umbral, se ponen a 0 los píxeles de  $O(x,y)$  que poseen una magnitud menor que un cierto valor. Simbólicamente, si  $u$  es el umbral, se tiene

$$M'(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } M(x,y) < u \\ M(x,y) & \text{si } M(x,y) \geq u \end{cases}$$

donde  $M'(x,y)$  es la nueva matriz de magnitudes.

En cuanto al percentil, se ponen a 0 un tanto por ciento del área  $M(x,y)$ . Este área se computa desde menor a mayor valor de la magnitud del borde. Así se obtiene la nueva matriz de magnitudes. Para una imagen dada, existe una correspondencia biunívoca entre un umbral y un percentil.

b) Ecuación.

La segunda etapa del algoritmo es la ecuación (o renormalización) de las magnitudes  $M'(x,y)$  en el intervalo  $[0,1]$ . El objetivo de esta etapa es la de facilitar el uso del algoritmo.

c) Búsqueda de máximos locales.

La última etapa de este algoritmo es la búsqueda de máximos. Un píxel es considerado como borde si es máximo amplio en al menos una de las cuatro rendijas. Es decir, si  $k_0$  es la magnitud del píxel examinado tiene que cumplir:

1.  $k_0 \neq 0$
2.  $k_0 = k_{[2v+1]}$ .

### 3.2.8.4 Umbralización local 2.

Este algoritmo es una modificación del anterior, lo que significa que se realizan los mismos pasos en la primera y la segunda etapa. Las modificaciones respecto del algoritmo anterior se encuentran en la tercera etapa. Las etapas son las siguientes:

- a) Corte en las magnitudes.
- b) Ecuación.
- c) Búsqueda de máximos locales.

Esta etapa se modifica de tal manera ahora sólo se seleccionan como puntos de borde los máximos estrictos en alguna de las 4 orientaciones posibles de la rendija. Simbólicamente se tiene:

1.  $k_0 \neq 0$ .
2.  $k_0 = k_{[2v+1]}$ .
3.  $k_0 > k_{[2v]}$ .

Obviamente, esta nueva etapa es más selectiva que la tercera etapa del algoritmo anterior. Lo que se pretende con esta modificación se evita la aparición de 2 o más pixeles 8-vecinos con la misma magnitud. Este algoritmo sólo producirá resultados diferentes al anterior en el caso de su aplicación sobre imágenes sintéticas.

### 3.2.8.5 Tolerancia.

Este algoritmo opera según dos etapas.

a) Suavización.

La primera fase es la suavización de la  $M(x,y)$ , que se realiza convolucionando un filtro de media de  $3 \times 3$  con la matriz de magnitudes. Los pesos del filtro son:

$$S(i,j)=1/10 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

El proceso se repite un cierto número de veces ( $n$ ), definido por el usuario. Simbólicamente se tiene

$$M'(x,y) = \left( \left( (M(x,y) * S(i,j)) * S(i,j) \right) \dots \right)^n$$

b) Búsqueda de máximos locales.

La segunda fase es la búsqueda de máximos en la imagen resultante, un pixel se considera borde si es un máximo destacado en al menos una de las cuatro orientaciones de la rendijas. Simbólicamente se tiene

1.  $k_0 \neq 0$ .
2.  $k_0 = k_{[2v+1]}$
3.  $k_0 > k_{[1]} + T, \quad T > 0$

El parámetro  $T$  se llama *tolerancia*. La característica de este algoritmo es que mejora los anteriores especificando un margen mínimo de magnitudes para poder declarar un pixel como borde. Es decir, sólo declara como pixeles de borde los máximos locales

claramente destacados respecto de su entorno. Por este motivo, este algoritmo es más selectivo que los anteriormente presentados.

### ***3.2.8.3 Comparación de los algoritmos de selección de píxeles bordes.***

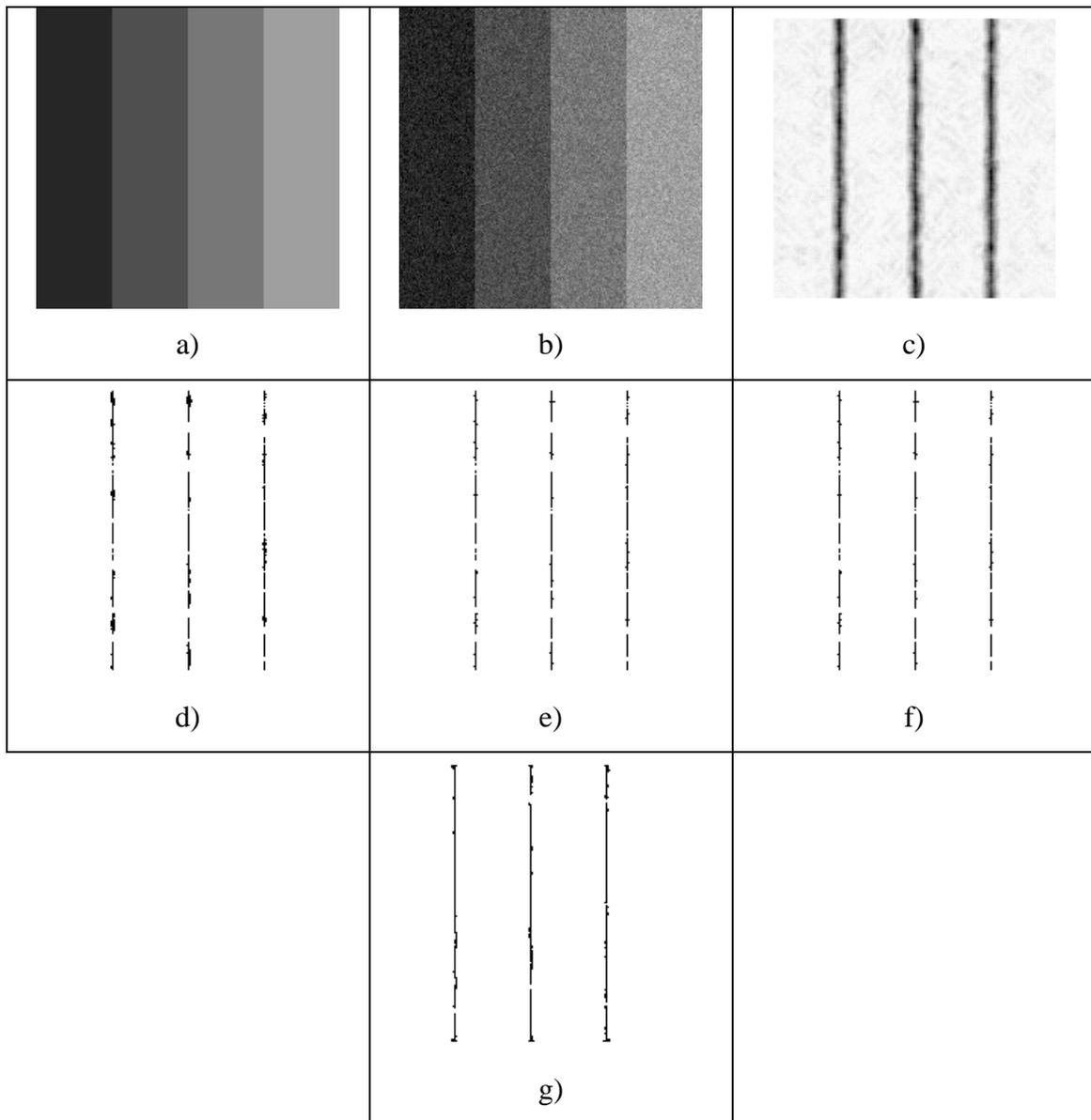
En este apartado se presentan los resultados de aplicar los diferentes algoritmos de selección de píxeles de borde con varios operadores de cálculo de matriz de magnitudes. Se muestran los resultados de aplicar los algoritmos a imágenes sintéticas y escenas reales.

#### **3.2.8.3.1 Imágenes sintéticas.**

En este apartado se presentan los resultados de segmentar imágenes sintéticas contaminadas con diferentes cantidades de ruido gaussiano de media 0 y varianza variable. Las imágenes originales poseen 256 niveles de gris, con bandas de nivel de gris constante y de bordes verticales y diagonales. Entre un borde y el contiguo existe una diferencia de 40 niveles de gris. La matriz de magnitudes se ha calculado mediante la divergencia de Jensen-Shannon, con tamaño de ventana de  $7 \times 7$ . Los resultados de los distintos métodos se comparan usando las medidas de calidad Pe, F y R (Apéndice A2). Se han realizado 3 suavizaciones en el algoritmo Tolerancia. La longitud de la rendija es de 13 píxeles, y en todos los casos se ha buscado siempre el conjunto de parámetros que mejor segmentación proporciona.

La comparación se basa en la utilización de unas mismas imágenes de divergencias obtenidas utilizando una ventana de  $7 \times 7$  y un tamaño de rendijas que es 13.

Las imágenes y las gráficas siguientes muestran los resultados de la comparación de estos algoritmos, utilizando imágenes con bordes verticales.



*Figura 29.* a) Imagen original verticales. b) Imagen original contaminada con ruido gaussiano de  $\sigma=15$ . c) Matriz de divergencias atenuadas. d) Imagen de bordes aplicando umbralización global. e) Imagen de bordes aplicando umbralización local 1. f) Imagen de bordes aplicando umbralización local 2. g) Imagen de bordes aplicando tolerancia.

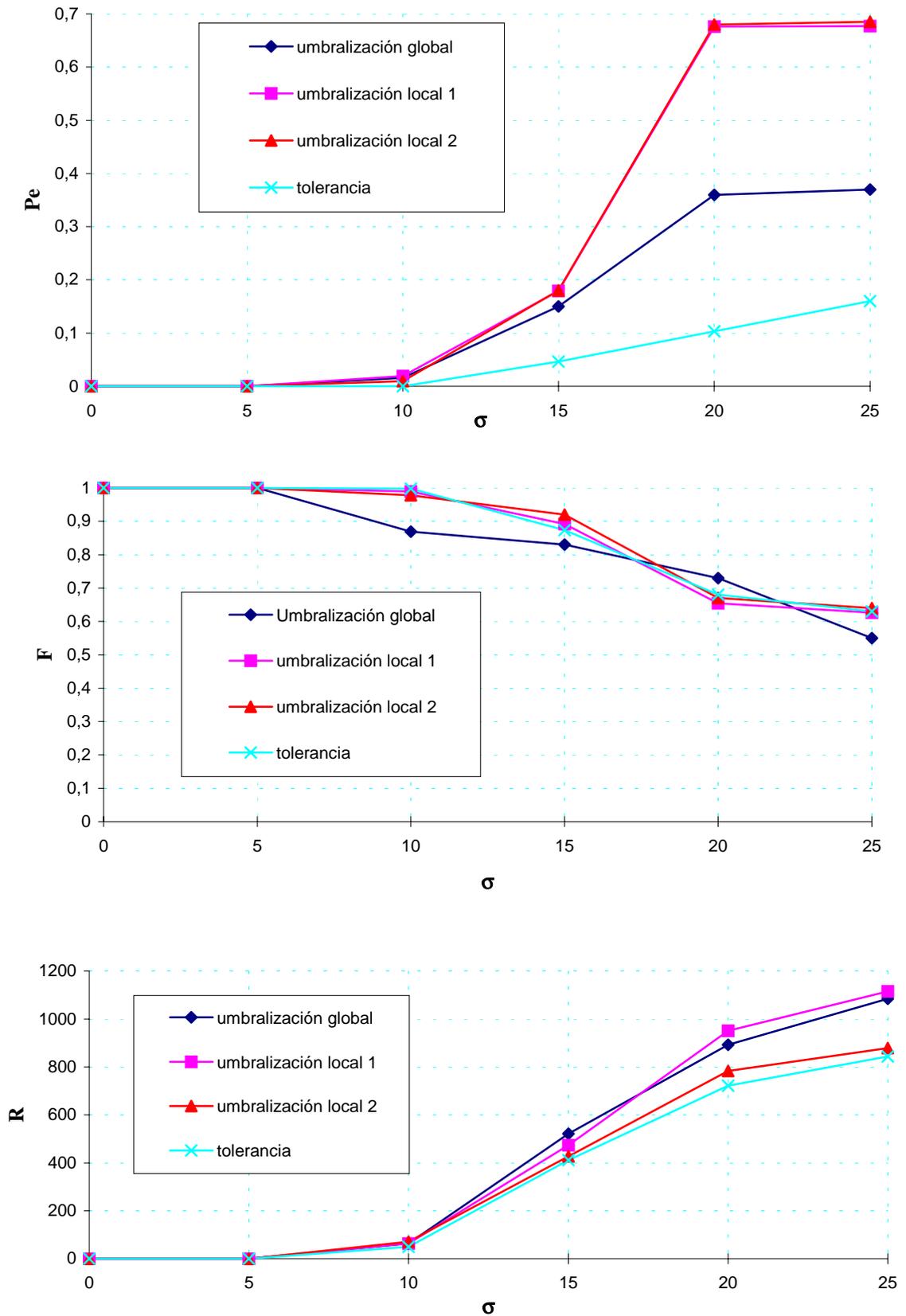
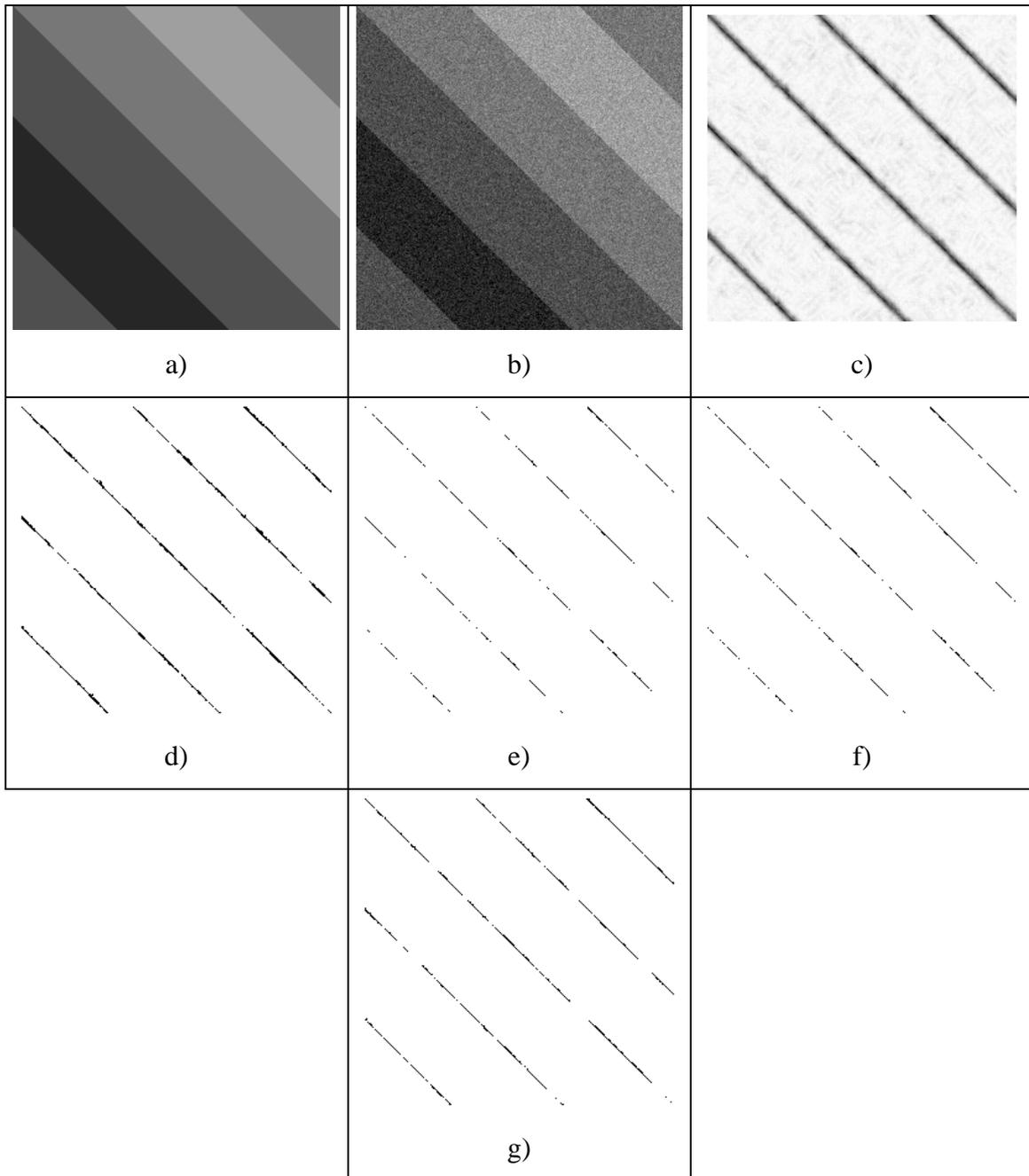


Figura 30. Resultados de  $P_e$  (arriba); resultados de  $F$  (centro); y resultados de  $R$ .

Las imágenes y las gráficas siguientes muestran los resultados de la comparación de los algoritmos de selección utilizando imágenes con bordes diagonales.



*Figura 31.* a) Imagen original de bandas diagonales. b) Imagen original contaminada con ruido gaussiano de  $\sigma=15$ . c) Matriz de divergencias atenuadas. d) Imagen de bordes aplicando umbralización global. e) Imagen de bordes aplicando umbralización local 1. f) Imagen de bordes aplicando umbralización local 2. g) Imagen de bordes aplicando tolerancia.

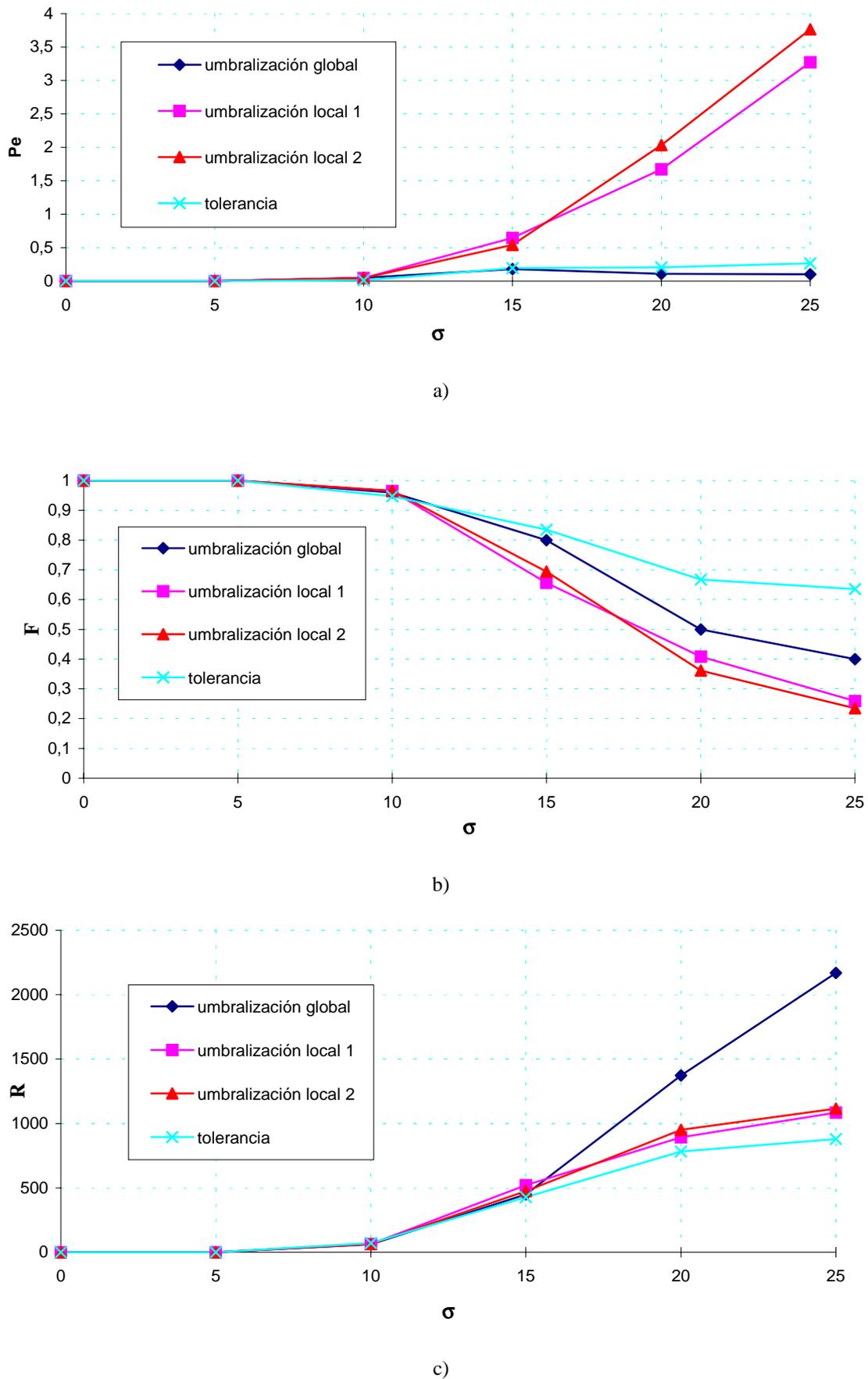


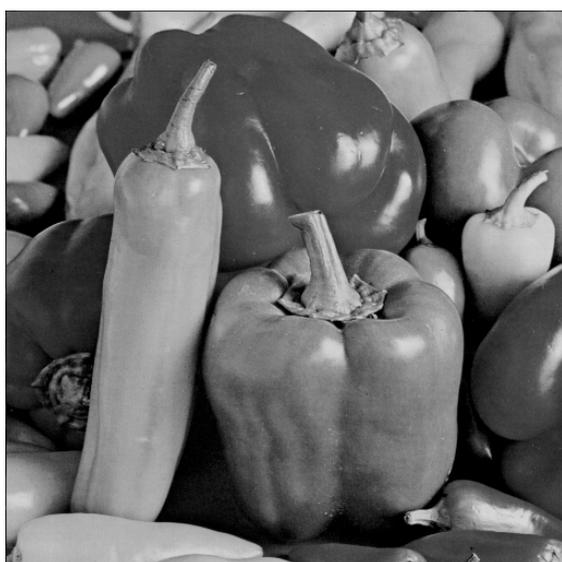
Figura 32. a) Resultados de  $P_e$ . b) Resultados de  $F$ . c) Resultados de  $R$ .

De los resultados mostrados en este apartado, pueden extraerse dos conclusiones:

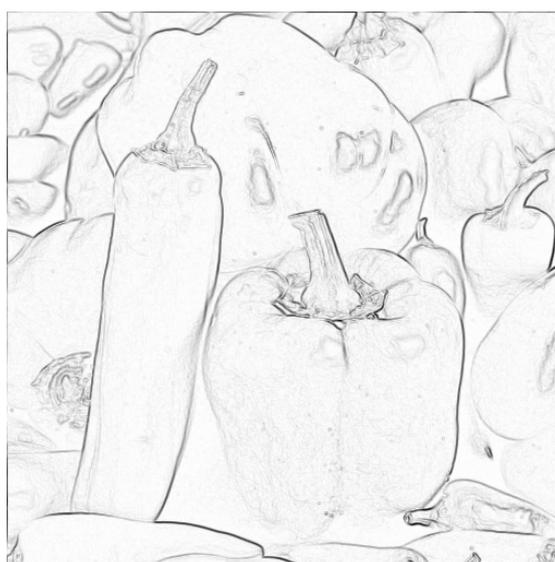
- a) El algoritmo Tolerancia es mejor que los métodos de umbralización.
- b) La medida de calidad Pe deja mucho que desear en cuanto a su evaluación de la serie de imágenes utilizadas. Esto se pone de manifiesto si se comparan sus resultados con los de las medidas F y R. En efecto, mientras que Pe indica que la umbralización global proporciona mejores resultados que las umbralizaciones locales, esto no es cierto ni visualmente ni con los resultados de F y R.

### 3.2.8.3.2 Imágenes reales.

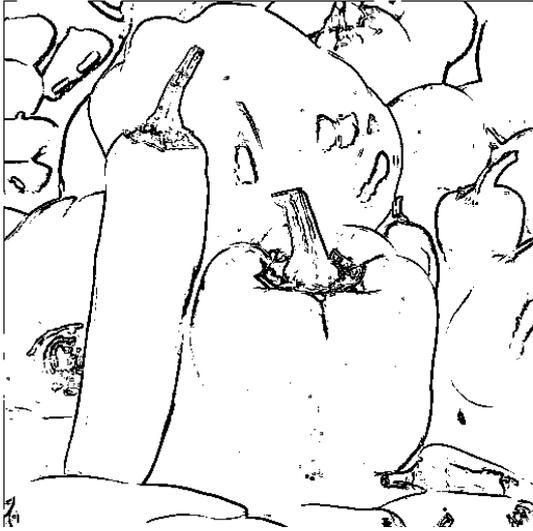
En este apartado se presentan los resultados de aplicar los algoritmos de selección de píxeles de borde a una matriz de magnitudes calculadas mediante el operador gradiente (Sobel). La escena real escogida se caracteriza por contener muchos objetos. La rendija utilizada es de 5 píxeles de longitud, y el número de salvajes es 4. Para cada algoritmo se presentan, de nuevo, los resultados escogiendo los parámetros que producen la mejor segmentación cada caso. Las imágenes se muestran en la figura 33.



a)



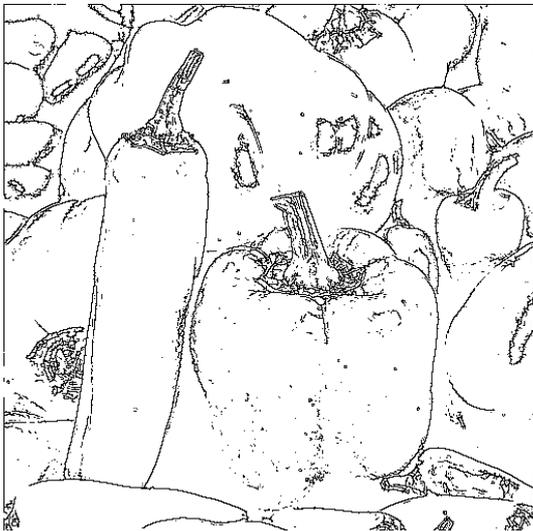
b)



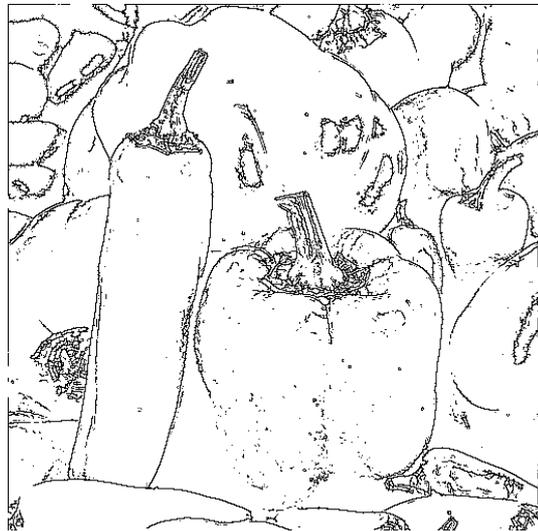
c)



d)



e)



f)



g)

*Figura 33.* a) Imagen original de escena real. b) Matriz de gradiente c) Imagen de bordes aplicando umbralización global con parámetros permisibles. d) Imagen de bordes aplicando umbralización global con parámetros restringidos. e) Imagen de bordes aplicando umbralización local 1. f) Imagen de bordes aplicando umbralización local 2. g) Imagen de bordes aplicando tolerancia.

A la vista de las imágenes, puede afirmarse que el algoritmo Tolerancia produce los mejores resultados, tanto en detección de píxeles de ruido como en cuanto a conectividad de los bordes detectados.

### **3.2.9 Comportamiento frente al ruido.**

En este apartado se va a analizar la robustez frente al ruido del algoritmo de segmentación propuesto. Se estudia el comportamiento frente a la contaminación con ruido gaussiano blanco, impulsivo sal y pimienta, e impulsivo gris uniforme. Se muestran los resultados de la segmentación de las imágenes, utilizando diferentes tamaños de ventana.

#### ***3.2.9.1 Ruido gaussiano.***

En este apartado se muestran los resultados de segmentar las imágenes de la figuras 3 y 4 (Ap1) con ventanas deslizantes tamaños de  $7 \times 7$ ,  $15 \times 15$  y  $31 \times 31$  respectivamente. Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 34 y 35.

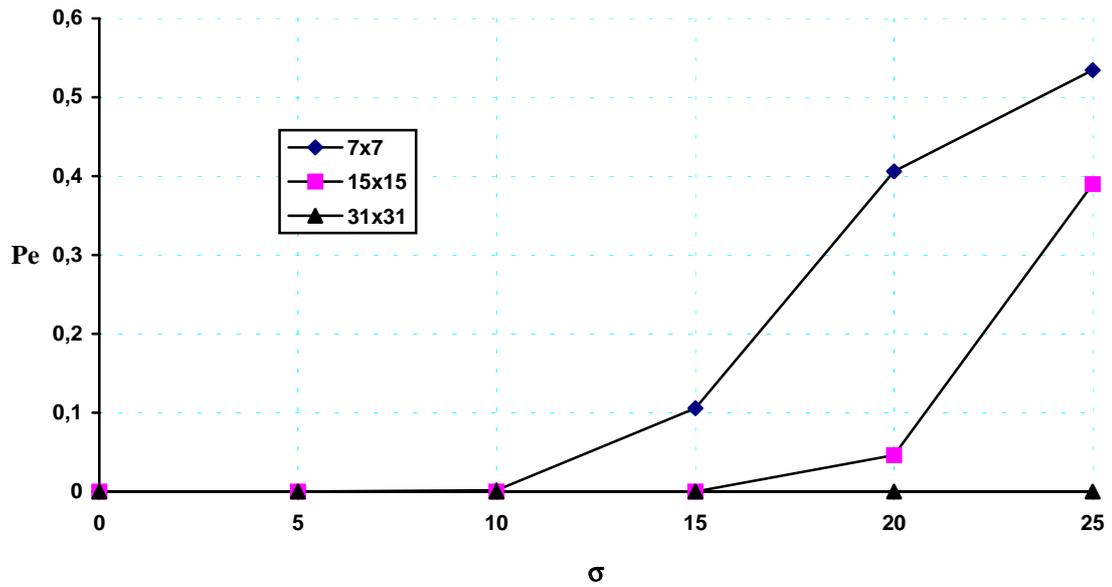


Figura 34. Representación del  $P_e$  en función de la varianza del ruido gaussiano en la segmentación de las imágenes de la figura 3 (Ap1).

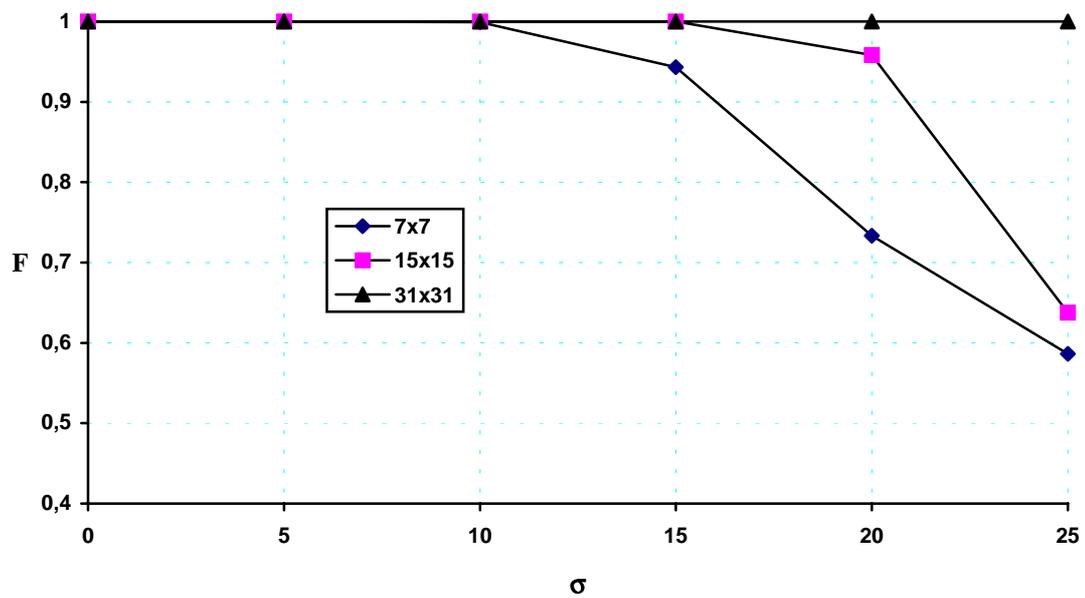


Figura 35. Representación de  $F$  en función de la varianza del ruido gaussiano en la segmentación de las imágenes de la figura 3 (Ap1).

En las figuras 36 y 37 se muestran los resultados del mismo experimento, pero para las imágenes de la figura 4 (Ap1).

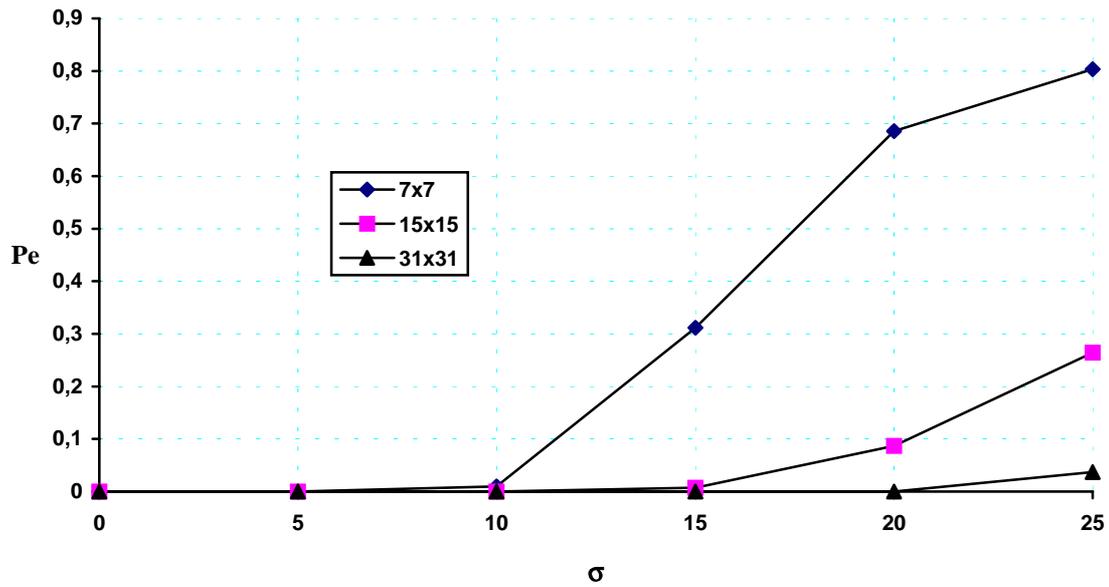


Figura 36. Representación del  $P_e$  en función de la varianza del ruido gaussiano en la segmentación de las imágenes de la figura 4 (Ap1).

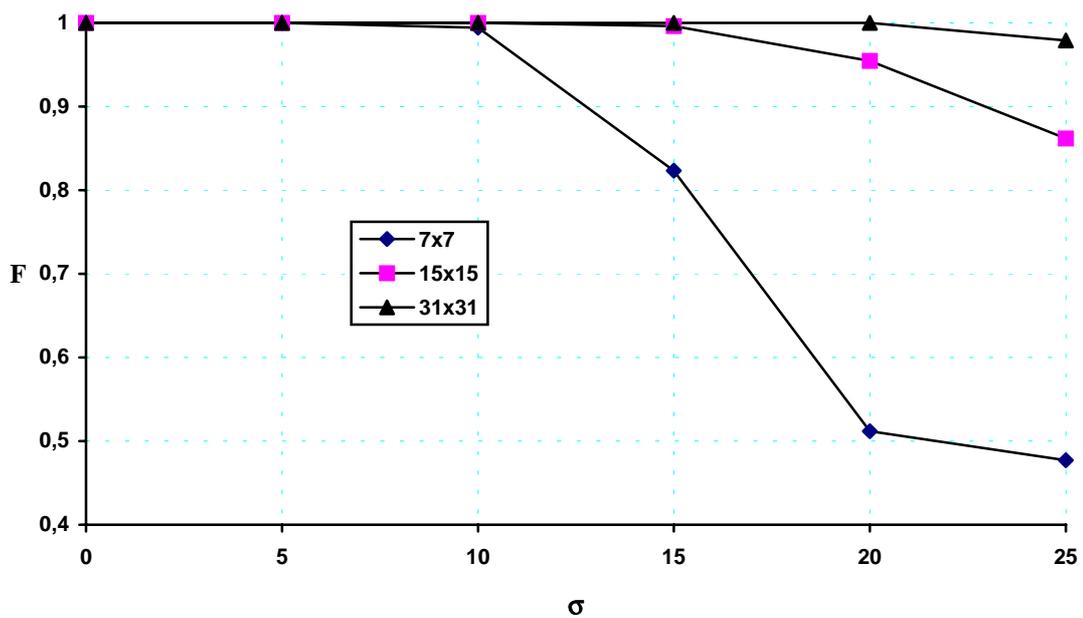


Figura 37. Representación de  $F$  en función de la varianza del ruido gaussiano en la segmentación de las imágenes de la figura 4 (Ap1).

Como puede observarse, los resultados numéricos de la segmentación son mejores cuanto mayor sea el tamaño de la semiventana deslizante. Esto es lógico, puesto que mientras mayor sea el tamaño, más superficie de la imagen se observará. Y por tanto, menor será la importancia de las posibles fluctuaciones estadísticas del ruido en la

imagen. Cabe destacar también que en ambos casos la segmentación con una ventana de tamaño  $31 \times 31$  es casi perfecta.

### 3.2.9.2 Ruido impulsivo sal y pimienta.

En este apartado se muestran los resultados de segmentar las imágenes de la figuras 7 y 8 (Ap1) con ventanas deslizantes tamaños de  $7 \times 7$ ,  $15 \times 15$  y  $31 \times 31$  respectivamente. Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 38 y 39.

En las figuras 40 y 41 se muestran los resultados del mismo experimento, pero para las imágenes de la figura 8 (Ap1).

Como puede comprobarse en las gráficas, la segmentación con este tipo de ruido es también perfecta, pero ahora incluso con una ventana de  $15 \times 15$ , menor que para el ruido gaussiano. Nótese que en una imagen contaminada con un 50% de ruido impulsivo, el 50% de los píxeles aproximadamente ha cambiado su nivel de gris a blanco o negro.

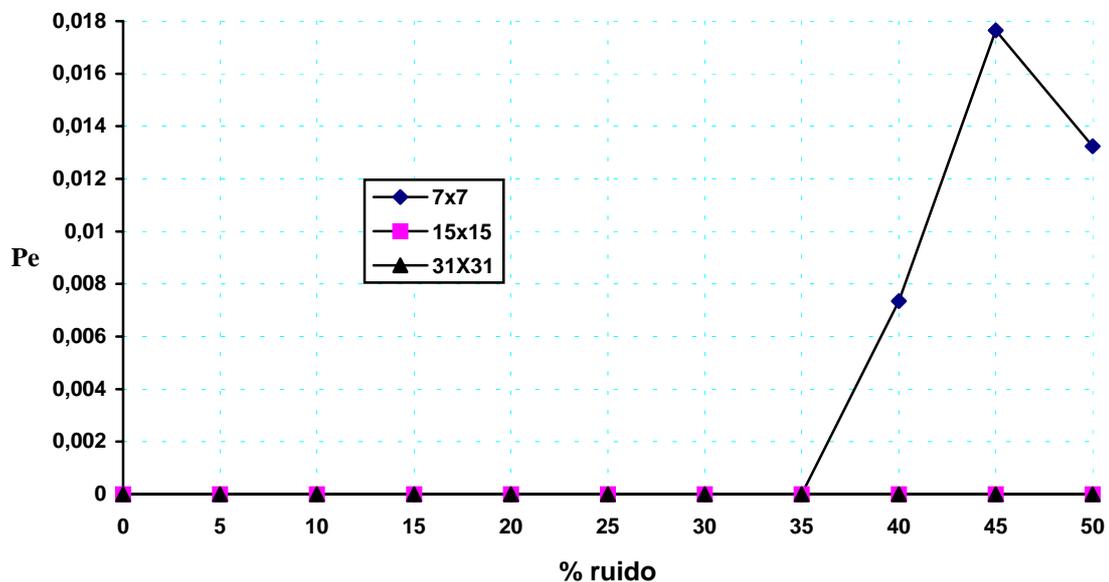


Figura 38. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido impulsivo sal y pimienta en la segmentación de las imágenes de la figura 7 (Ap1).

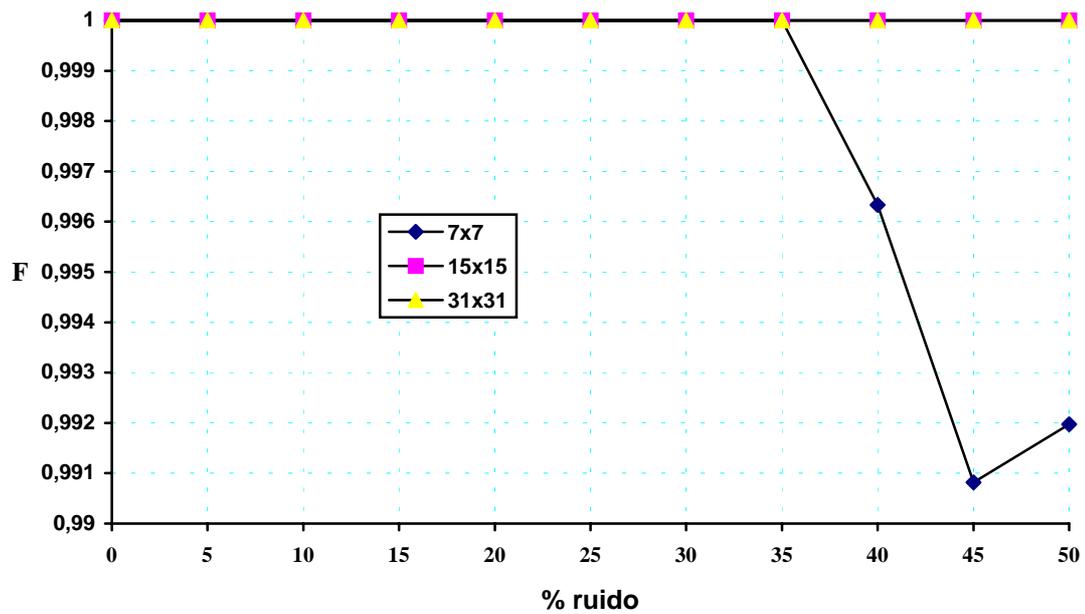


Figura 39. Representación de F en función del % de ruido impulsivo sal y pimienta en la segmentación de las imágenes de la figura 7 (Ap1).

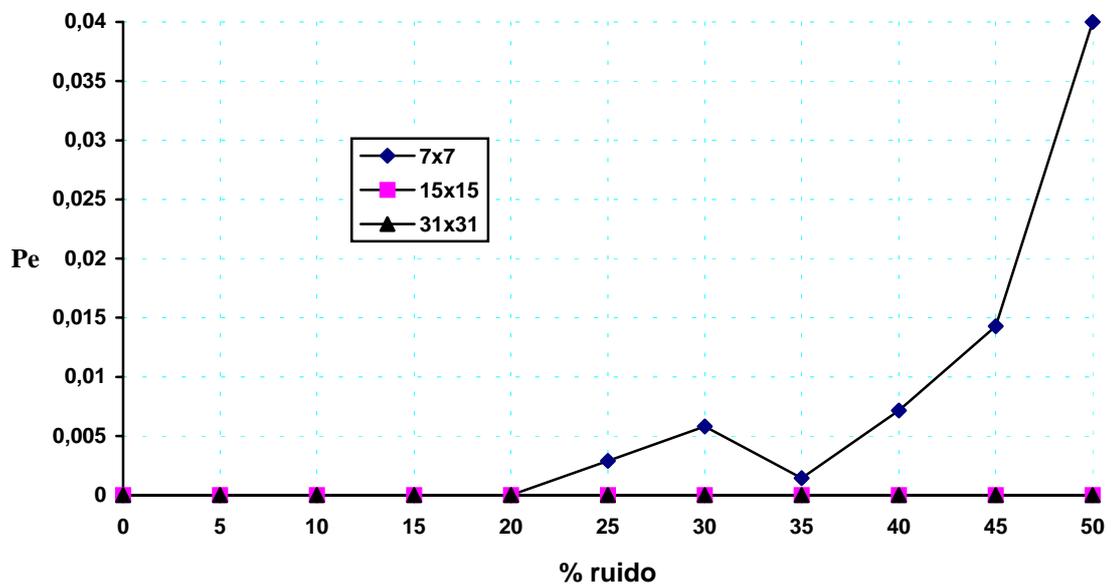


Figura 40. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido impulsivo sal y pimienta en la segmentación de las imágenes de la figura 8 (Ap1).

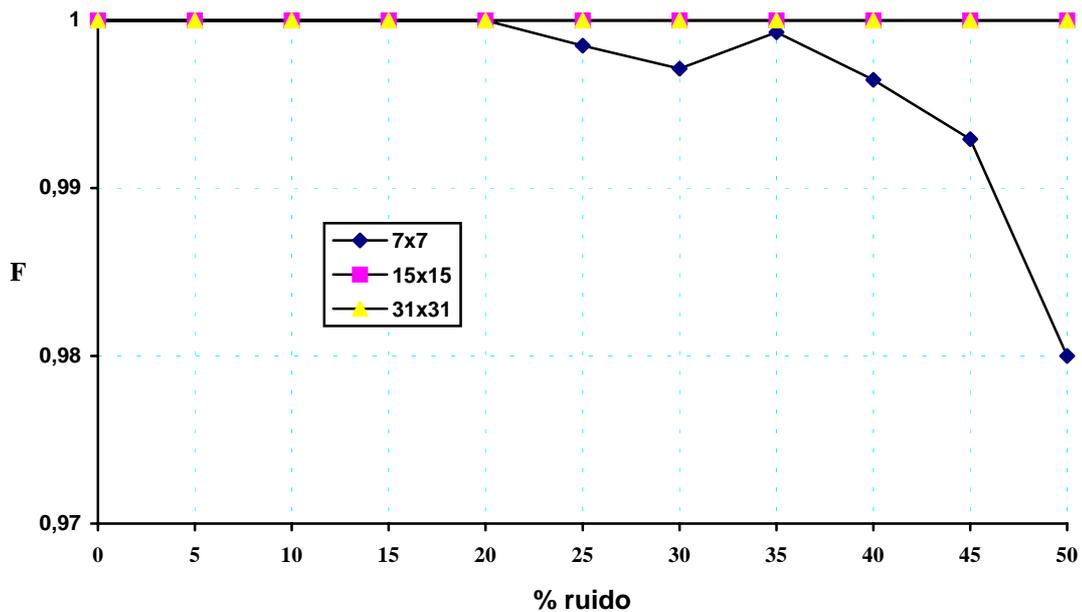


Figura 41. Representación de F en función del % de ruido impulsivo sal y pimienta en la segmentación de las imágenes de la figura 8 (Ap1).

Hay que resaltar que en las cuatro gráficas anteriormente mostradas hay repuntes en el valor de la medida de calidad para un tamaño de ventana 15×15. Esto no es realmente importante, y se debe al proceso de detección de máximo locales de la divergencia, que en algunos casos se ha podido ajustar mejor que en otros. Además, la diferencia entre los valores es realmente pequeño (0,005 como máximo en Pe, 0,001 en F), indicando que los errores se deben a un número reducido de píxeles, (1 ó 2).

### 3.2.9.3 Ruido impulsivo gris uniforme.

En este apartado se muestran los resultados de segmentar las imágenes de la figuras 7 y 8 (Ap1) con ventanas deslizantes tamaños de 7×7, 15×15 y 31×31 respectivamente. Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 42 a 45. Como puede observarse, también para este tipo de ruido se obtiene una segmentación perfecta para una ventana de tamaño 31×31, mayor que en el caso del ruido impulsivo sal y pimienta. Los repuntes producidos tienen la misma explicación que en el apartado 3.2.9.3.

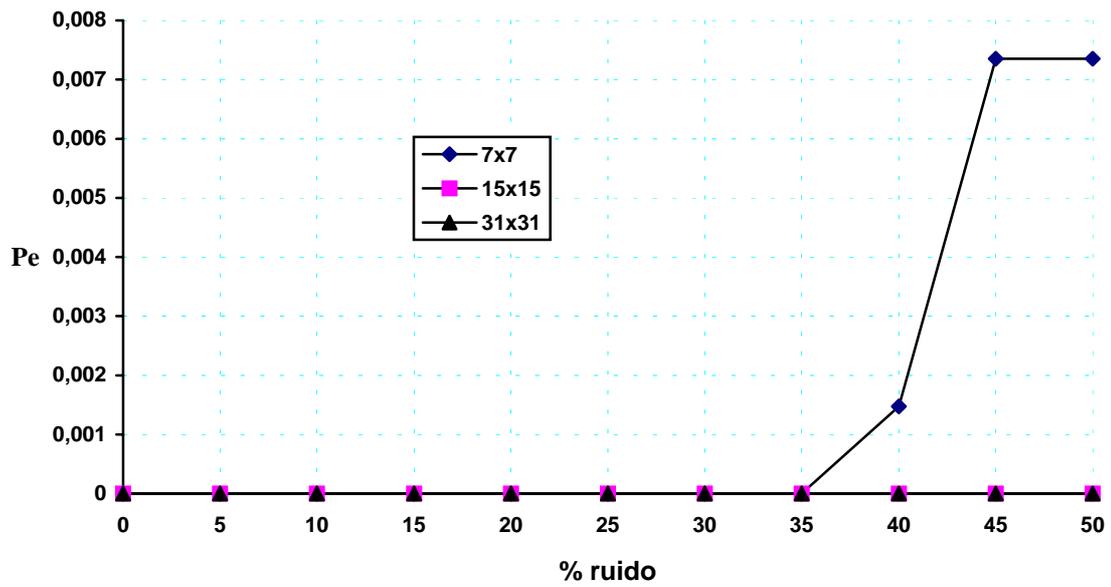


Figura 42. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido impulsivo gris en la segmentación de las imágenes de la figura 7 (Ap1).

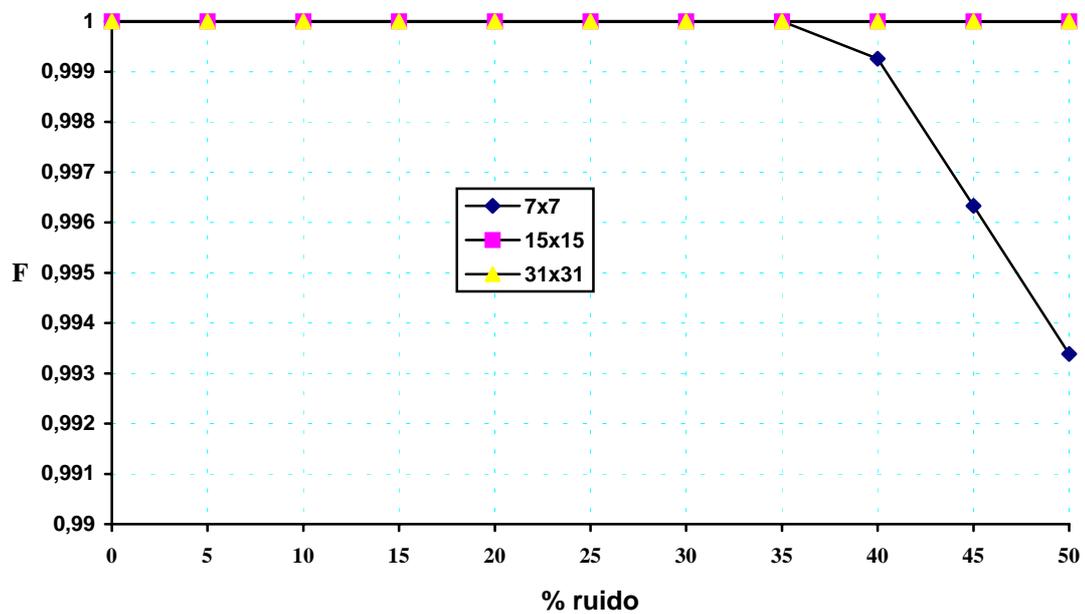


Figura 43. Representación de  $F$  en función del % de ruido impulsivo gris en la segmentación de las imágenes de la figura 7 (p1).

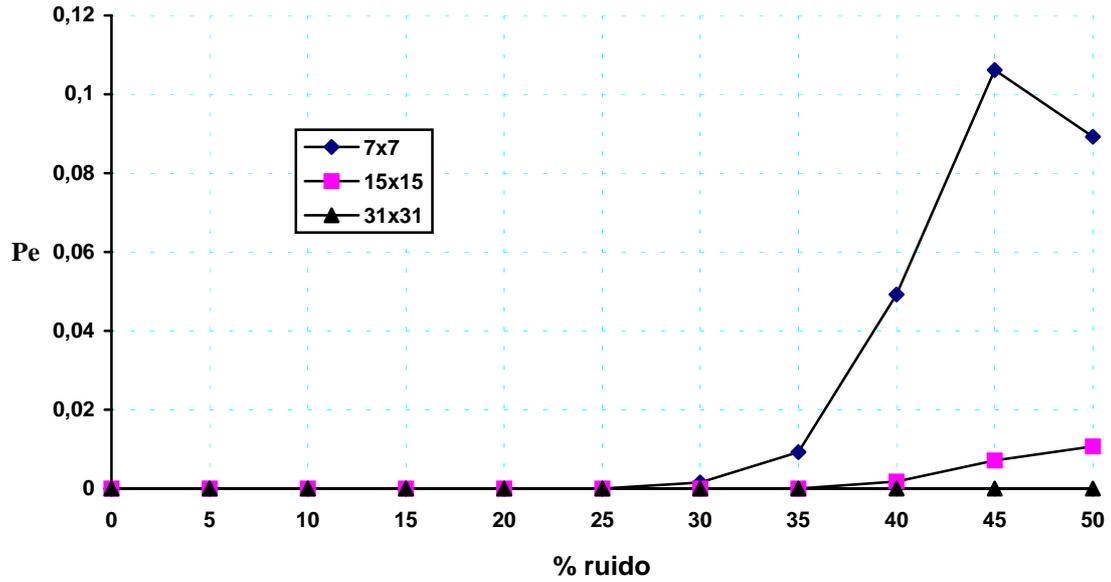


Figura 44. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido impulsivo gris en la segmentación de las imágenes de la figura 8 (Ap1).

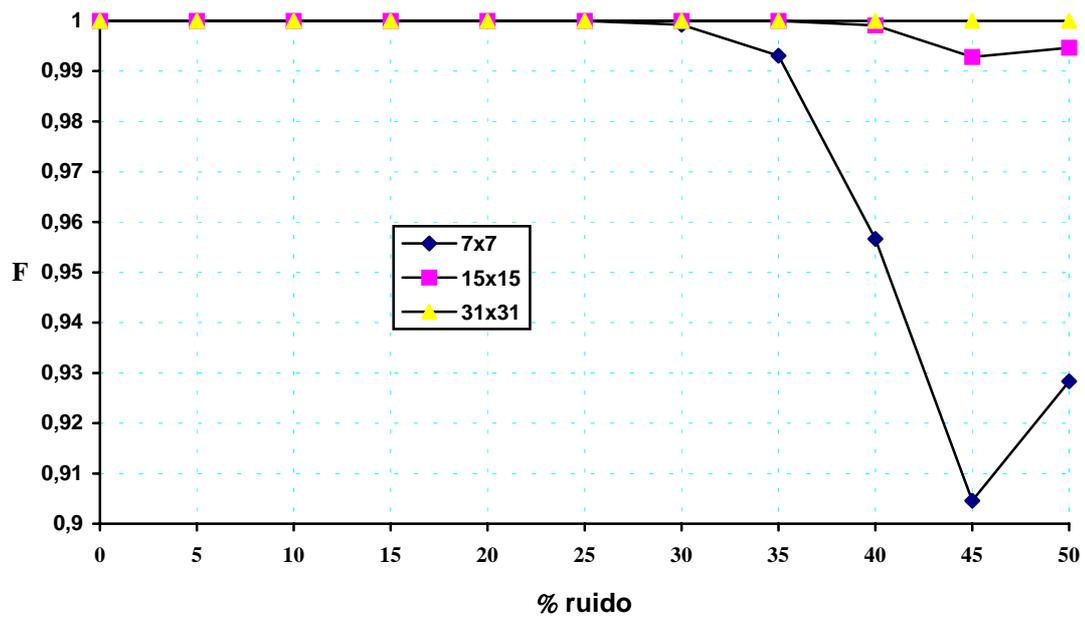


Figura 45. Representación de  $F$  en función del % de ruido impulsivo gris en la segmentación de las imágenes de la figura 8 (Ap1).



## 4. RESULTADOS.

### 4.1 Texturas sintéticas.

En este apartado se demuestra que el método propuesto es válido para segmentar texturas sintéticas. A tal efecto se mostrarán los resultados numéricos de la segmentación de las imágenes de las figuras 1c y 1d del apéndice 1 (Ap1), contaminadas con ruido.

Con el fin de evaluar la medida de calidad R, desarrollada durante el transcurso del proyecto (Apéndice A2), se muestran los resultados de la segmentación de las medidas de calidad Pe, F y R para este tipo de imágenes.

#### 4.1.1 Ruido gaussiano.

En las figuras 1 a 3 se muestran los resultados de segmentar las imágenes de la figuras 5 (Ap1) con nuestro método de segmentación, con unos tamaños de semiventana de  $7 \times 7$ ,  $15 \times 15$  y  $31 \times 31$ .

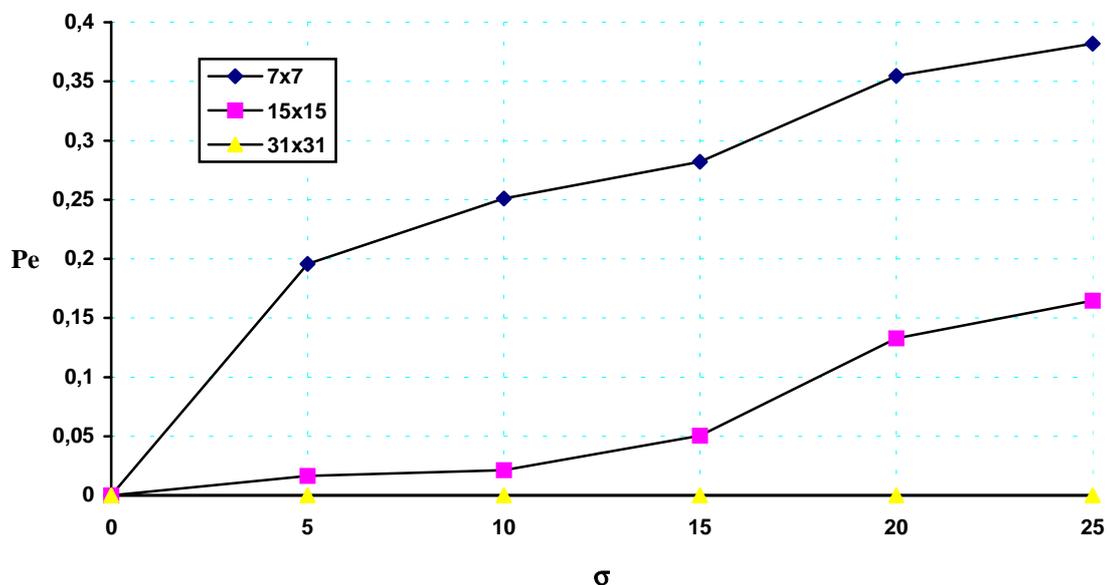


Figura 1. Representación de  $P_e$  en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 5 (Ap1).

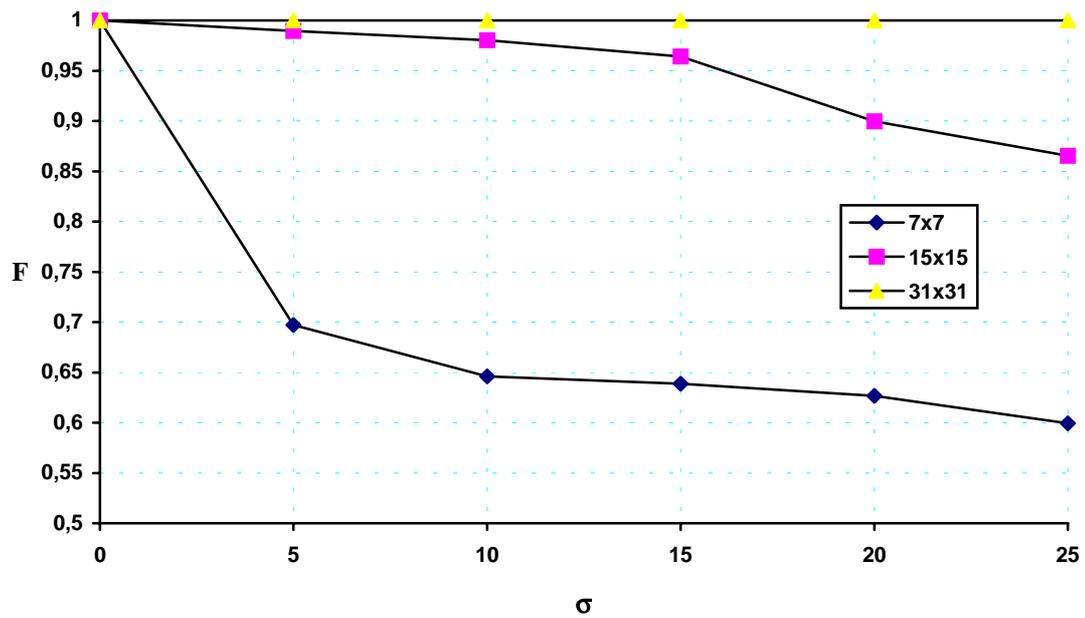


Figura 2. Representación de F en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 5 (Ap1).

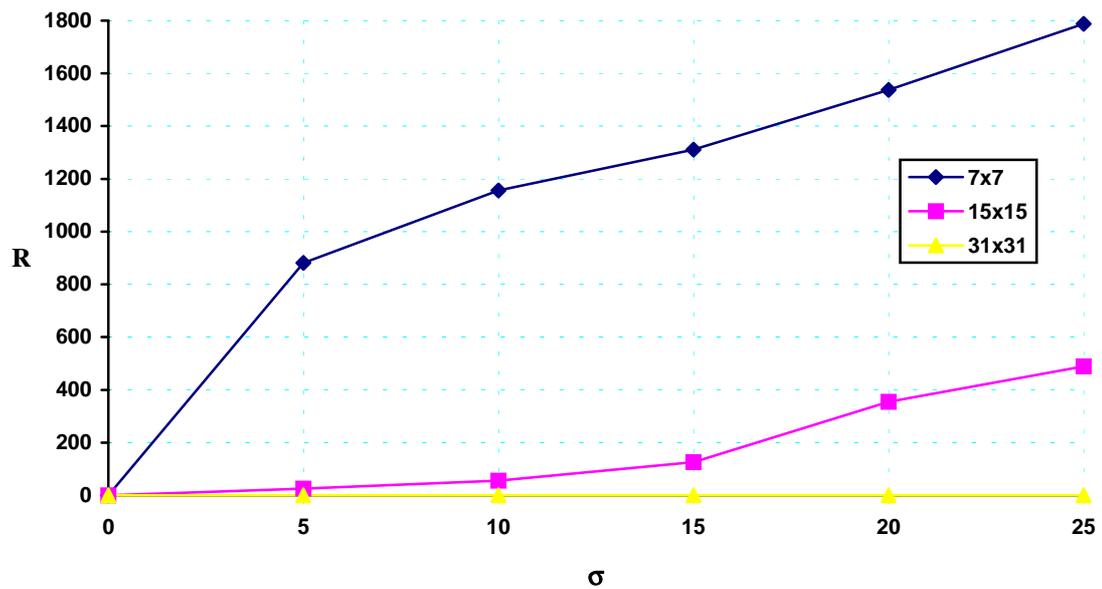


Figura 3. Representación de R en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 5 (Ap1).

En las figuras 4 a 6 se muestran los resultados para el mismo experimento anterior, pero para las imágenes de la figura 6 (Ap1).

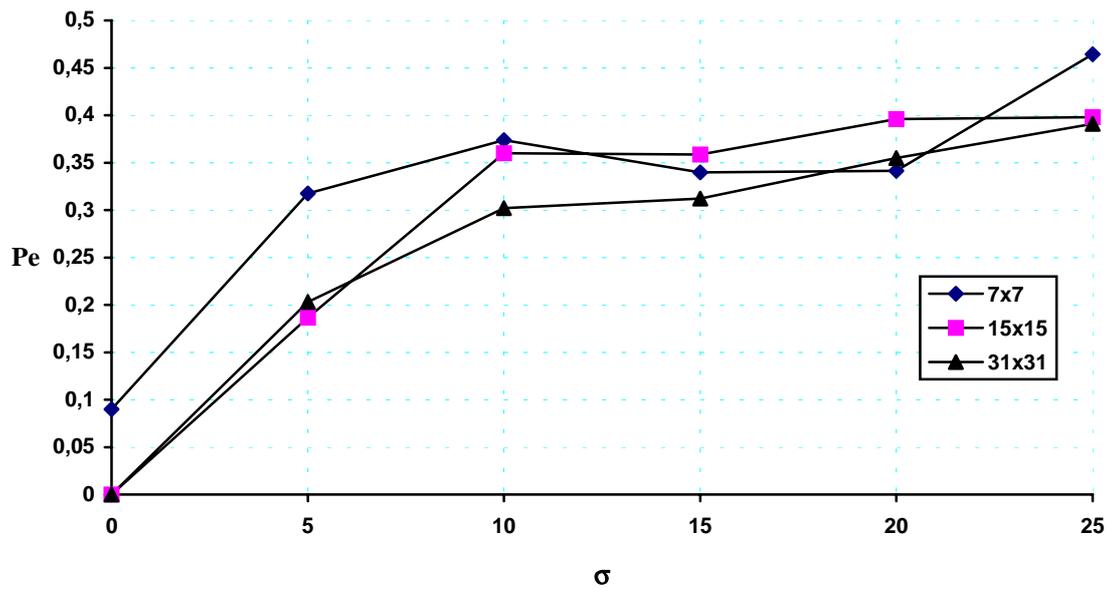


Figura 4. Representación de  $P_e$  en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 6 (Ap1).

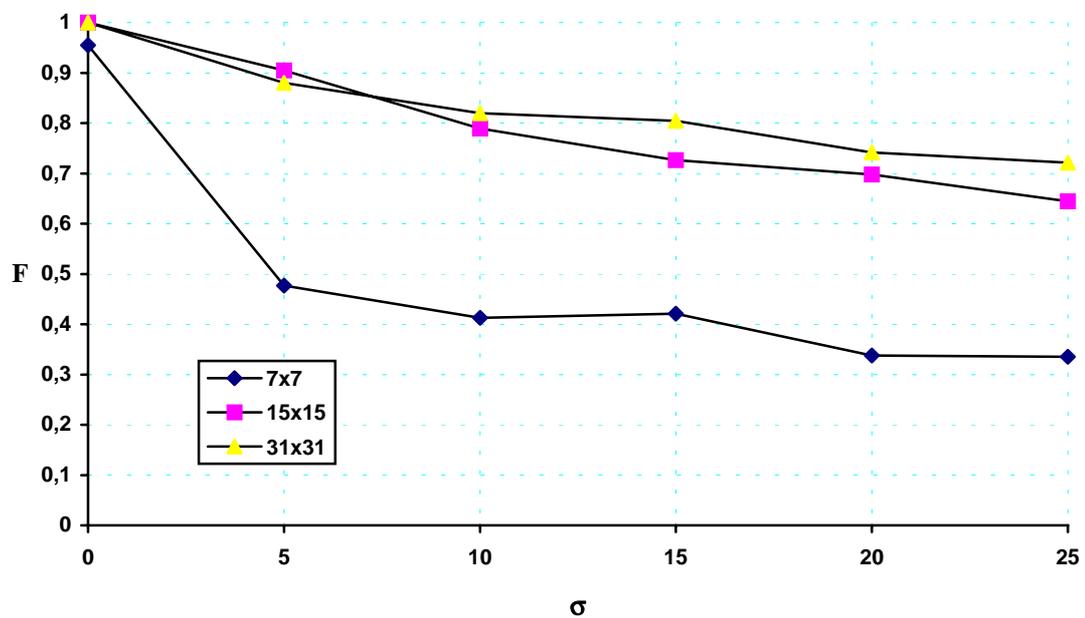


Figura 5. Representación de  $F$  en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 6 (Ap1).

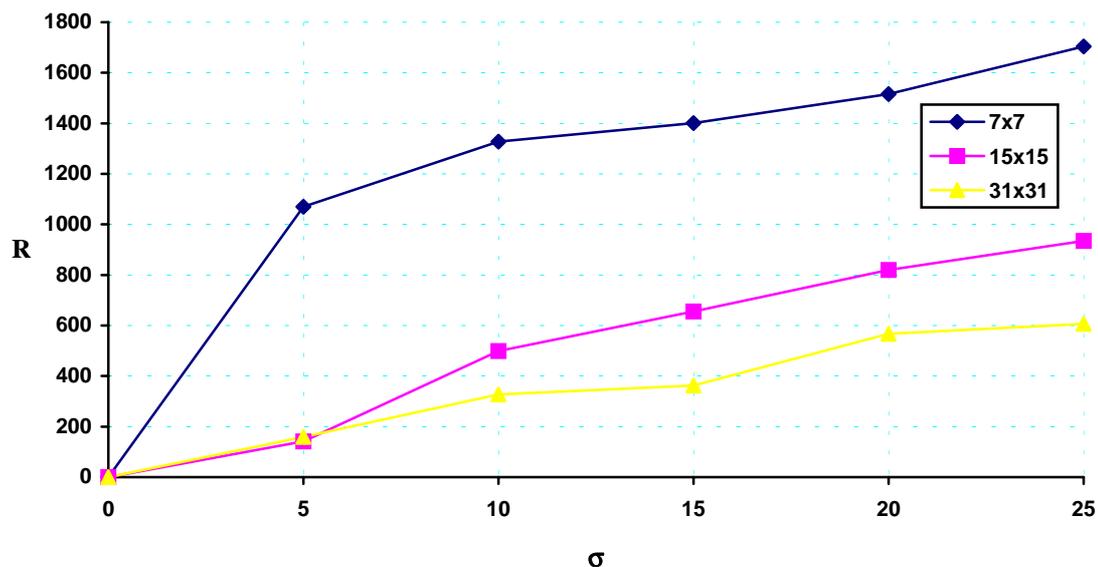


Figura 6. Representación de F en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 6 (Ap1).

Como puede observarse, en todos los casos los mejores resultados se obtienen con tamaños de ventana 31×31. Hay que destacar que los valores de las medidas de calidad para estas imágenes alcanzan valores menores que para las obtenidas en la segmentación de bandas homogéneas. Esto es lógico, puesto que la segmentación de una textura es, en general, más complicada que la de una banda homogénea.

Otro detalle que puede observarse en las figuras 4 y 5 es que para una semiventana de tamaño 7×7 los resultados del método de segmentación no son perfectos para la segmentación de la imagen original, sin ruido. Esto se debe a que con este tamaño de ventana, la segmentación con la divergencia produce bordes que están desplazados un pixel respecto de su posición correcta. No obstante, este problema se soluciona con un tamaño de ventana mayor.

#### 4.1.2 Ruido impulsivo blanco y negro.

En este apartado se muestran los resultados de un experimento análogo al anterior, pero para ruido impulsivo sal y pimienta. En las figuras 7 a 9 se muestran los resultados

numéricos de las medidas de calidad aplicadas a la segmentación de las imágenes de la figura 9 (Ap1).

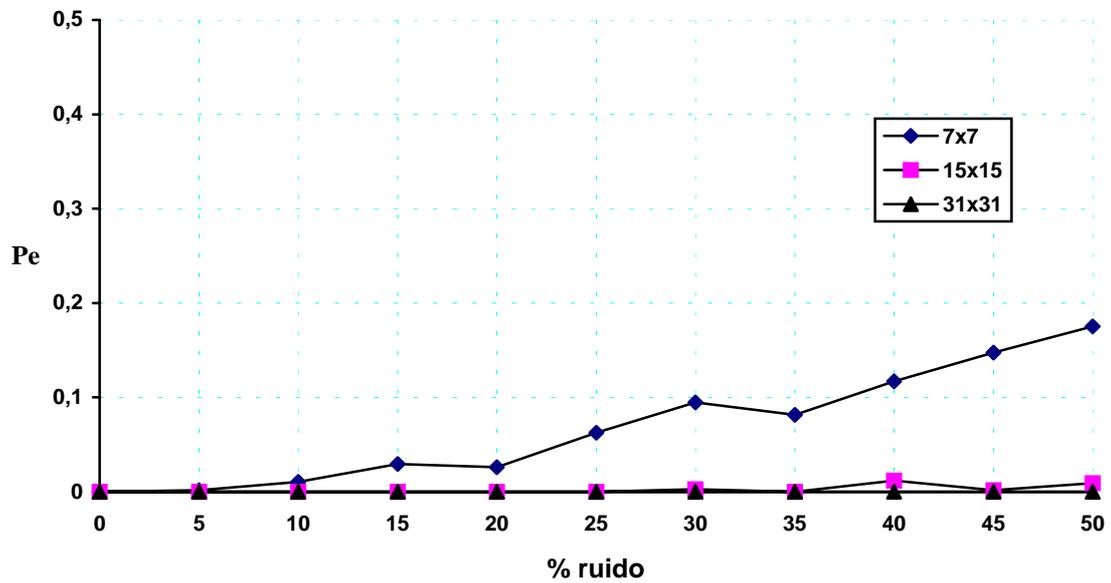


Figura 7. Representación de  $P_e$  en función de la varianza del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 9 (Ap1).

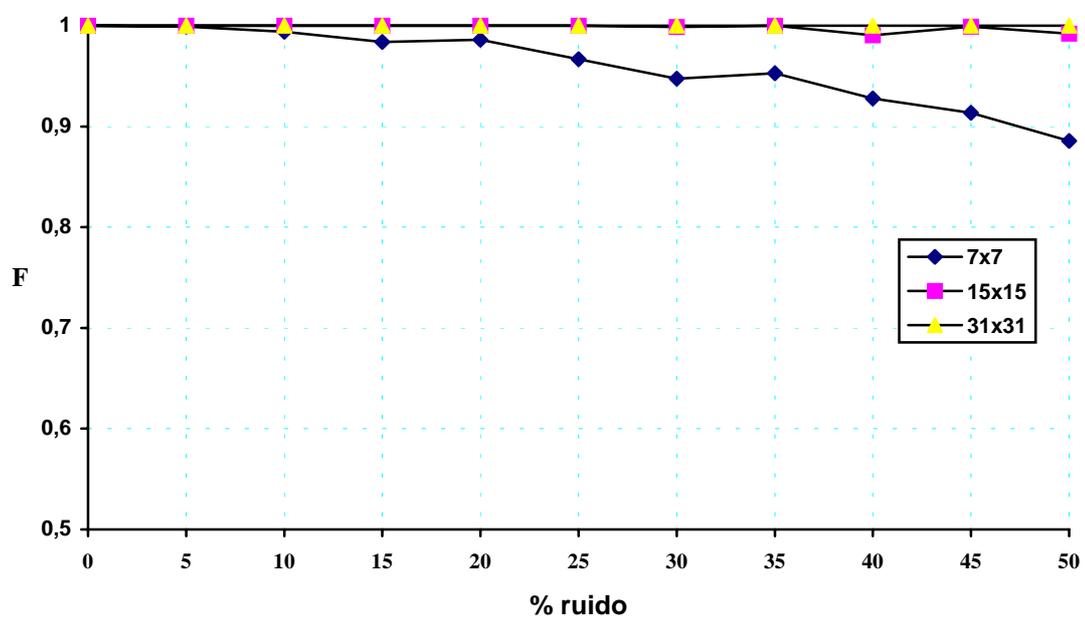


Figura 8. Representación de  $F$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 9 (Ap1).

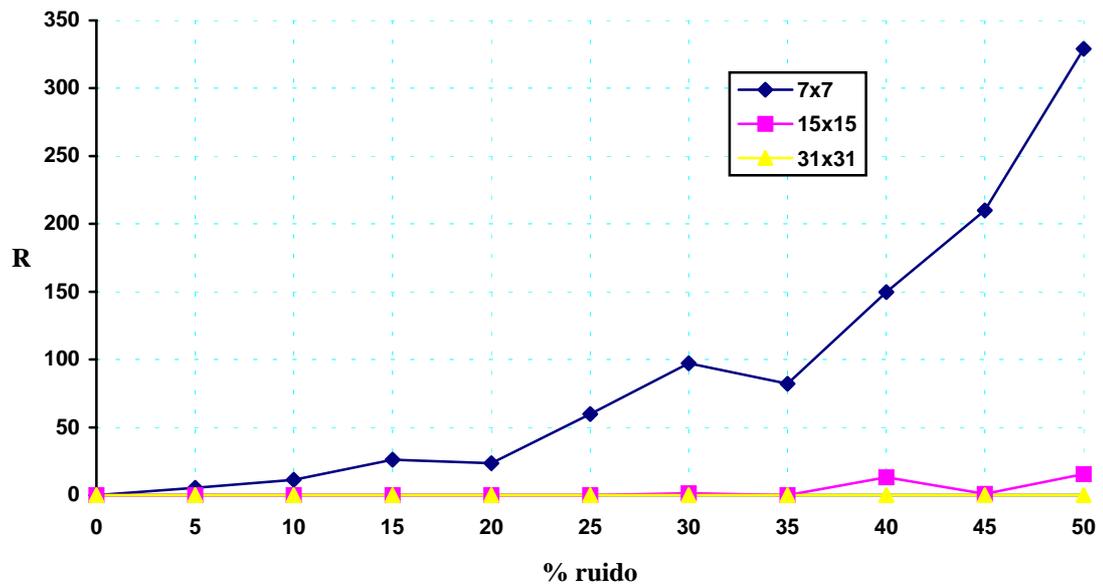


Figura 9. Representación de R en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 9 (Ap1).

En las figuras 10 a 12 se muestran los resultados del mismo experimento anterior, pero para las imágenes de la figura 10 (Ap1).

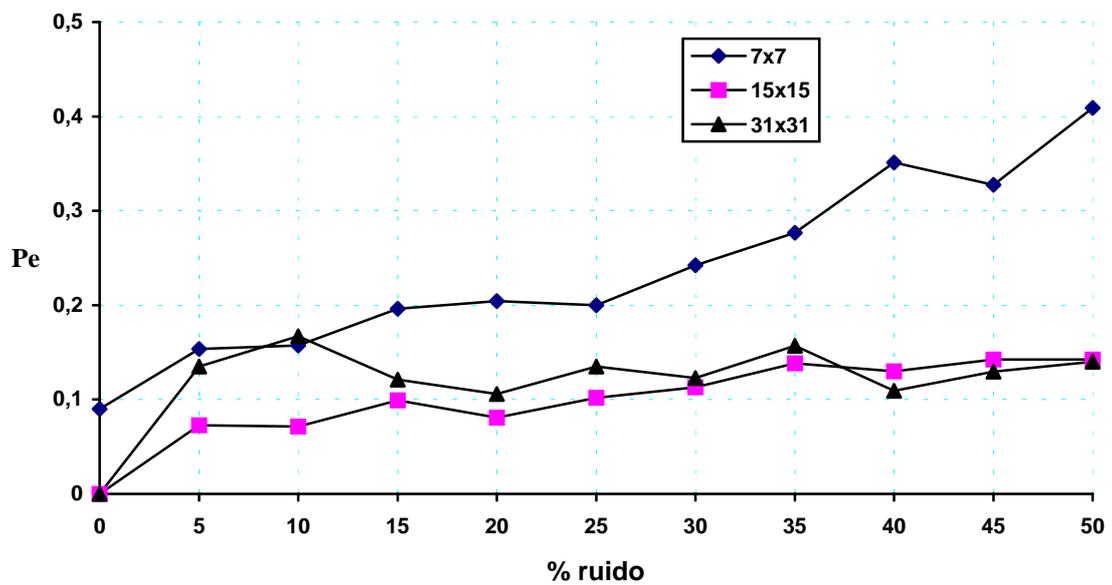


Figura 10. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 10 (Ap1).

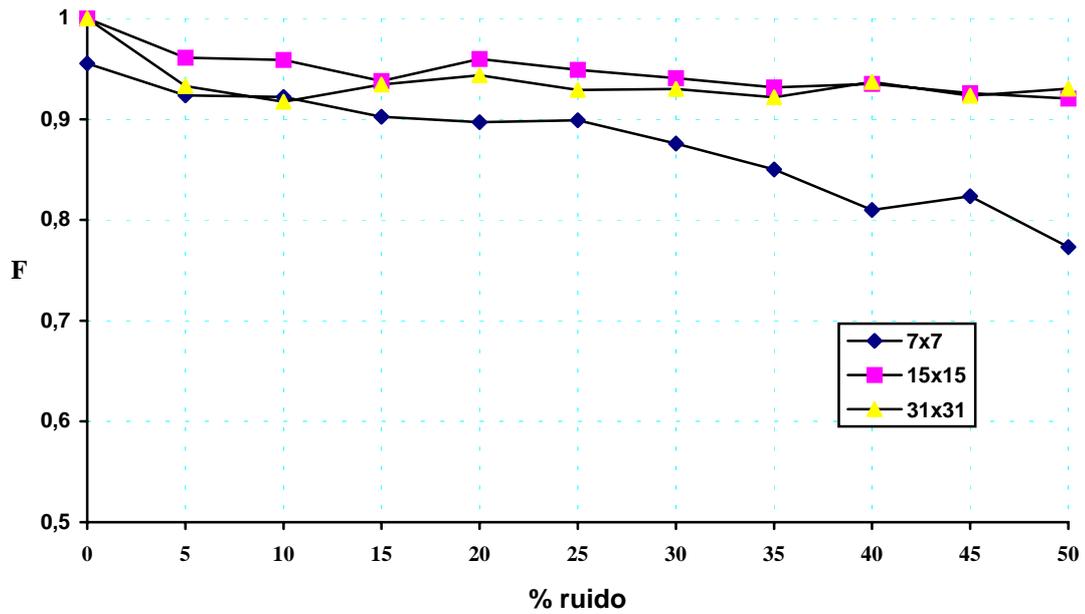


Figura 11. Representación de F en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 10 (Ap1).

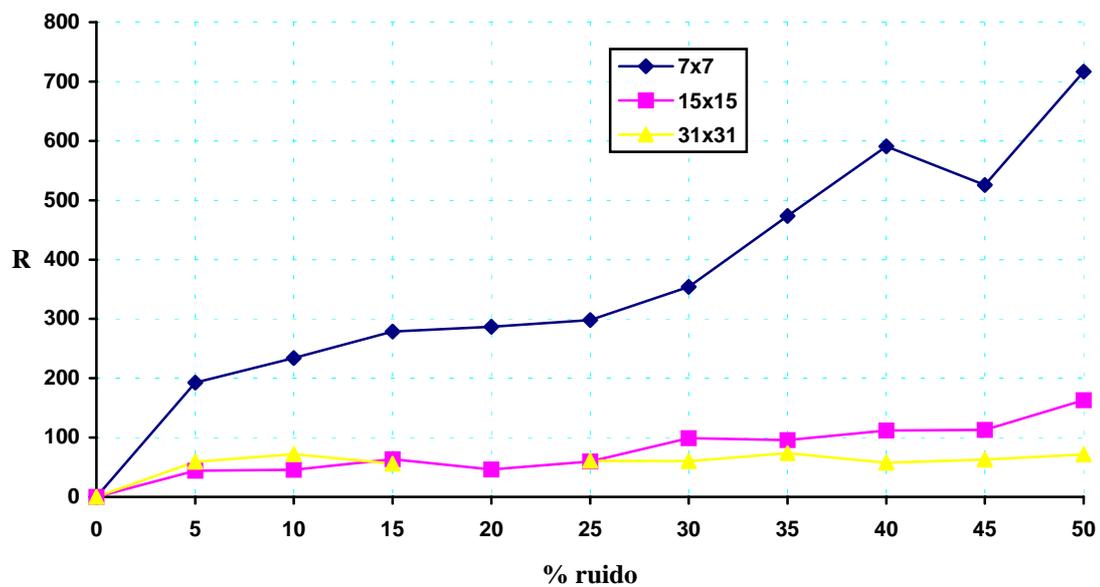


Figura 12. Representación de R en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 10 (Ap1).

### 4.1.3 Ruido impulsivo gris uniforme.

En este apartado se muestran los resultados de un experimento análogo al anterior, pero para ruido impulsivo gris uniforme. En las figuras 13 a 15 se muestran los resultados numéricos de las medidas de calidad aplicadas a la segmentación de las imágenes de la figura 13 (Ap1).

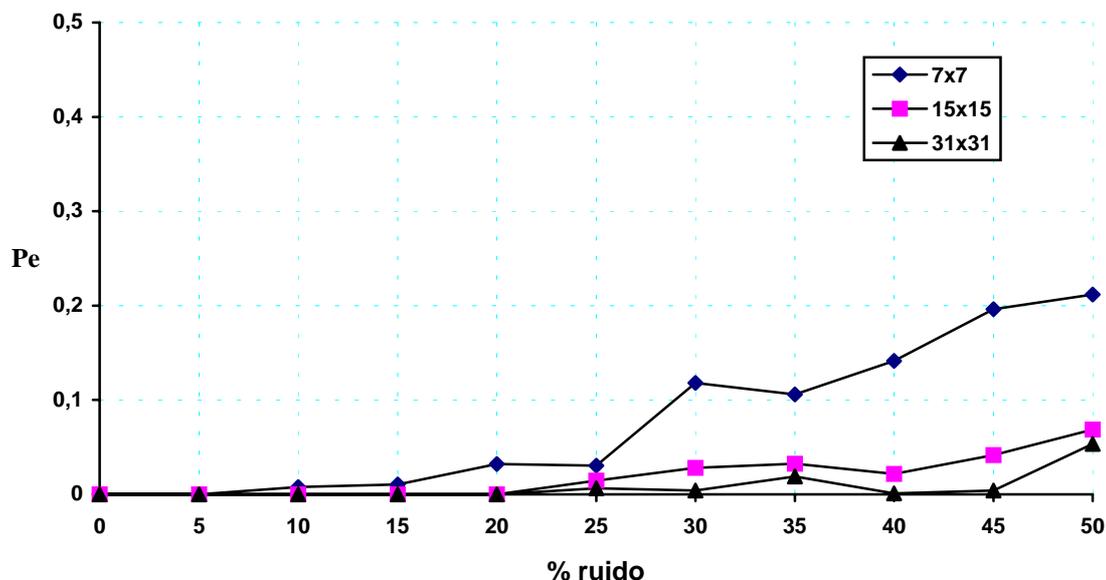


Figura 13. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 13 (Ap1).

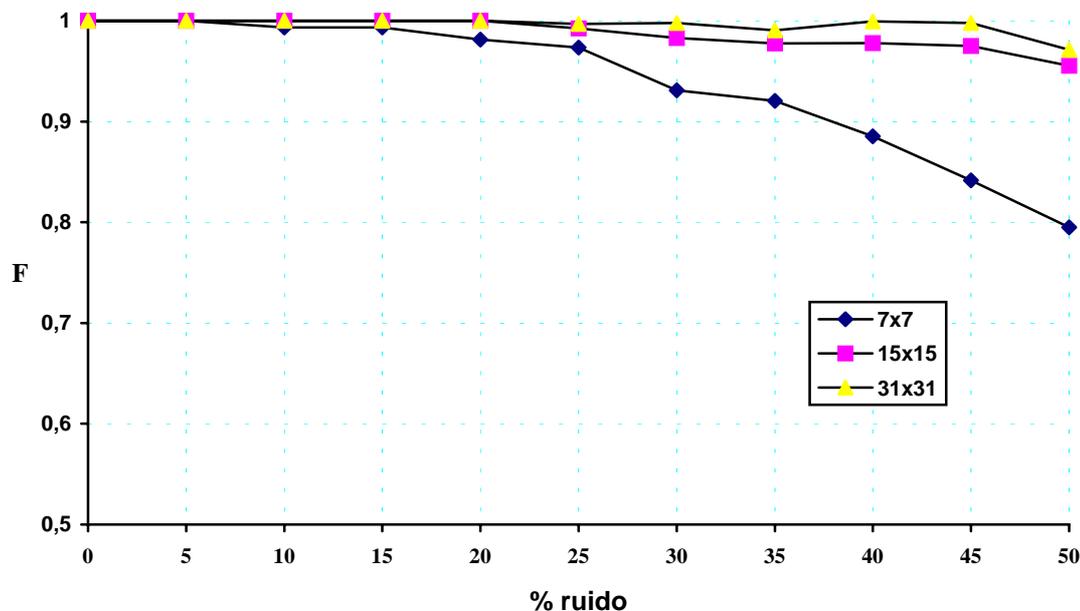


Figura 14. Representación de  $F$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 13 (Ap1).

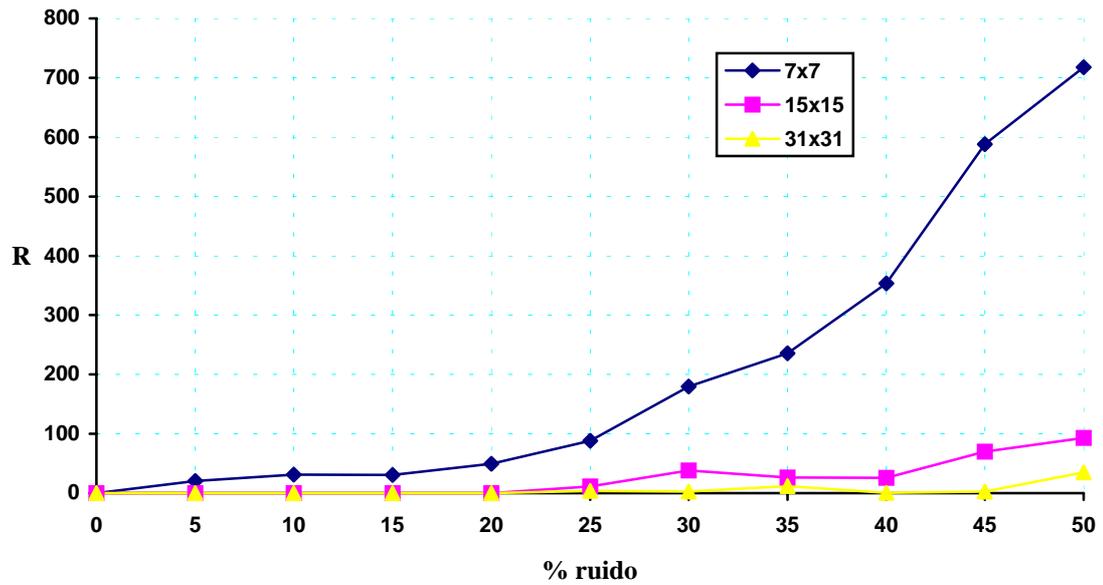


Figura 15. Representación de R en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 13 (Ap1).

En las figuras 16 a 18 se muestran los resultados del mismo experimento anterior, pero para las imágenes de la figura 14 (Ap1).

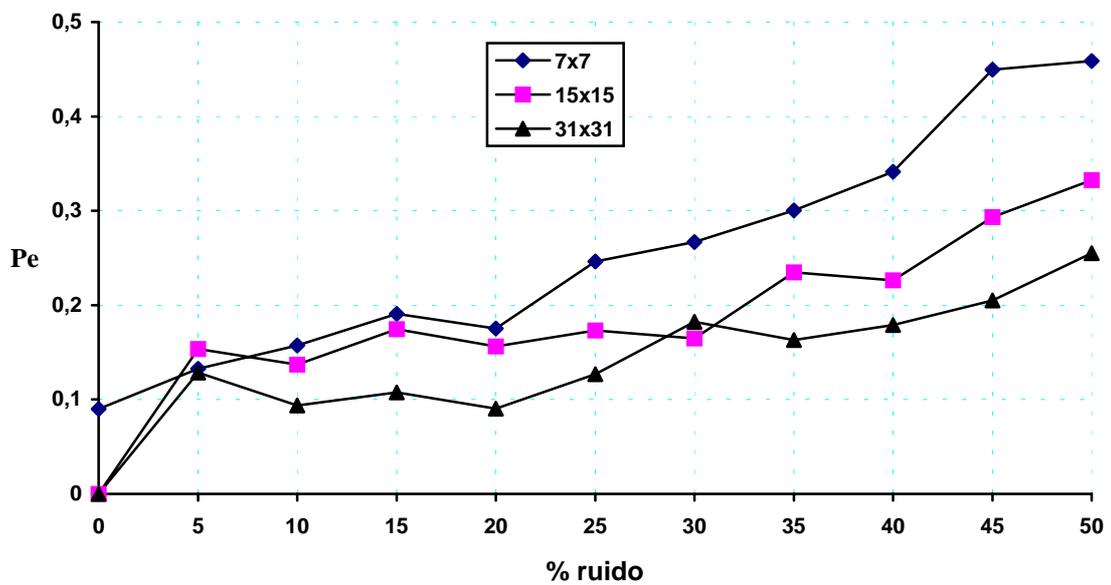


Figura 16. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 14 (Ap1).

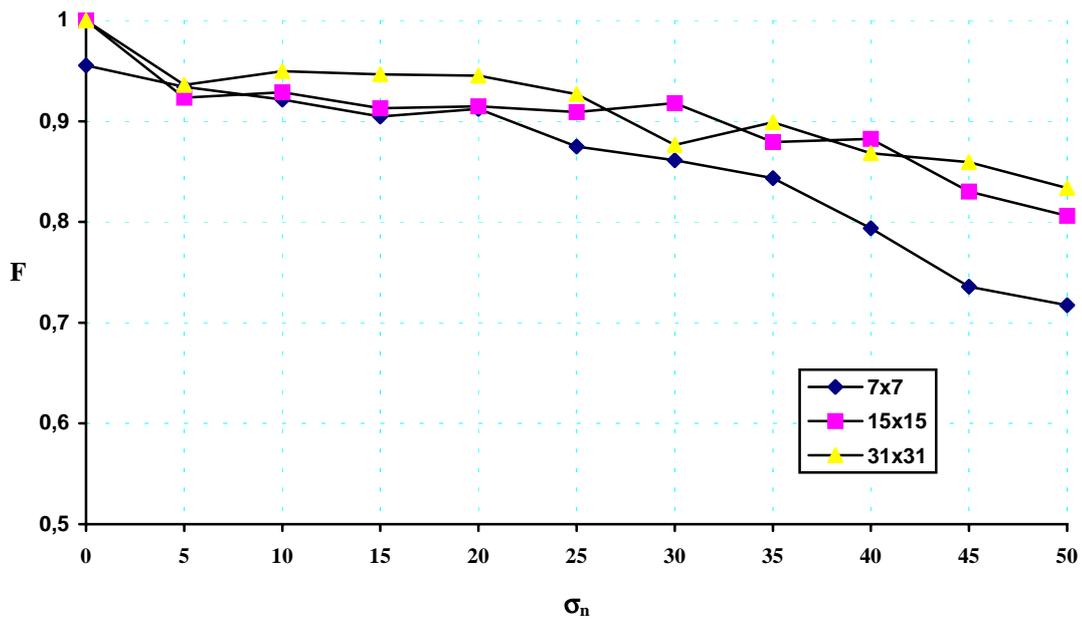


Figura 17. Representación de F en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 14 (Ap1).

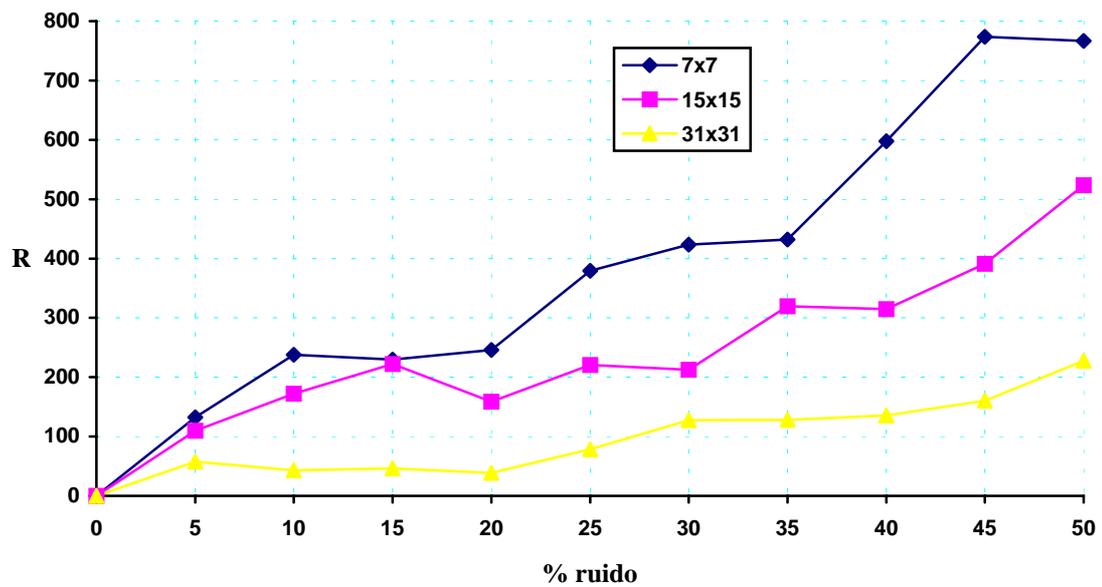


Figura 18. Representación de R en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 14 (Ap1).

#### 4.1.4 Conclusiones.

Los resultados de la segmentación son peores para ruido impulsivo que para gaussiano. Aunque los dos ruidos no son numéricamente comparables (para el gaussiano varía la varianza, en el impulsivo sal y pimienta y gris, el % de ruido) la impresión visual indica que una imagen más degradada con ruido impulsivo (sal y pimienta y gris uniforme) se segmenta mejor el método propuesto que con ruido gaussiano. Esto también se podía observar en el caso del ruido gaussiano.

Obsérvese que las estrategias que se han empleado en la segmentación suelen ser las menos sesgadas, esto es, que se eligen ño más generales posible para que funcionene con cualquier tipo de imagen. Ahora bien, si se conocen a priori algunas características de la imagen que se va a segmentar, la estrategia adecuada puede ser diferente. Por ejemplo, si se tiene una imagen de bandas verticales, la mejor elección es una ventana rectangular con semiventanas degeneradas de anchura unidad (figura 12 de la sección 3).

#### 4.2 *Texturas naturales.*

A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar el método de segmentación propuesto a una imagen formada con texturas tomadas del libro de Brodatz [BRO66]. En la figura 19a se muestra la imagen original, y en la 19b la imagen binaria. Las etiquetas de la imagen original indican la lámina del libro de Brodatz de donde se a tomado la textura de la zona correspondiente

Como puede apreciarse, la segmentación de esta imagen es un problema complejo. Las texturas naturales no son exactamente regulares, provocando valores no nulos de la divergencia en el interior de las regiones debido a variaciones en el histograma. La solución aportada por el método aquí propuesto es bastante aceptable.

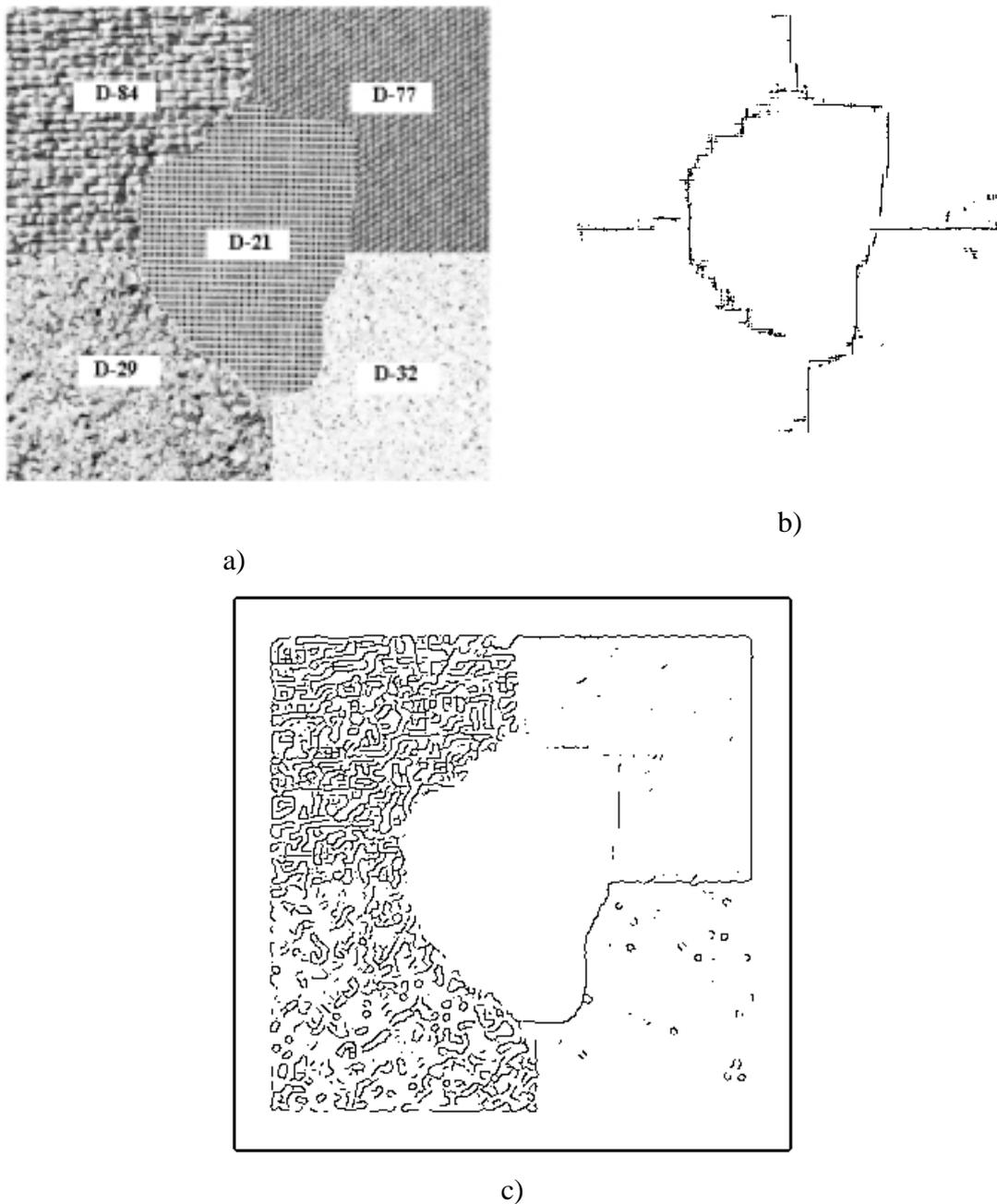


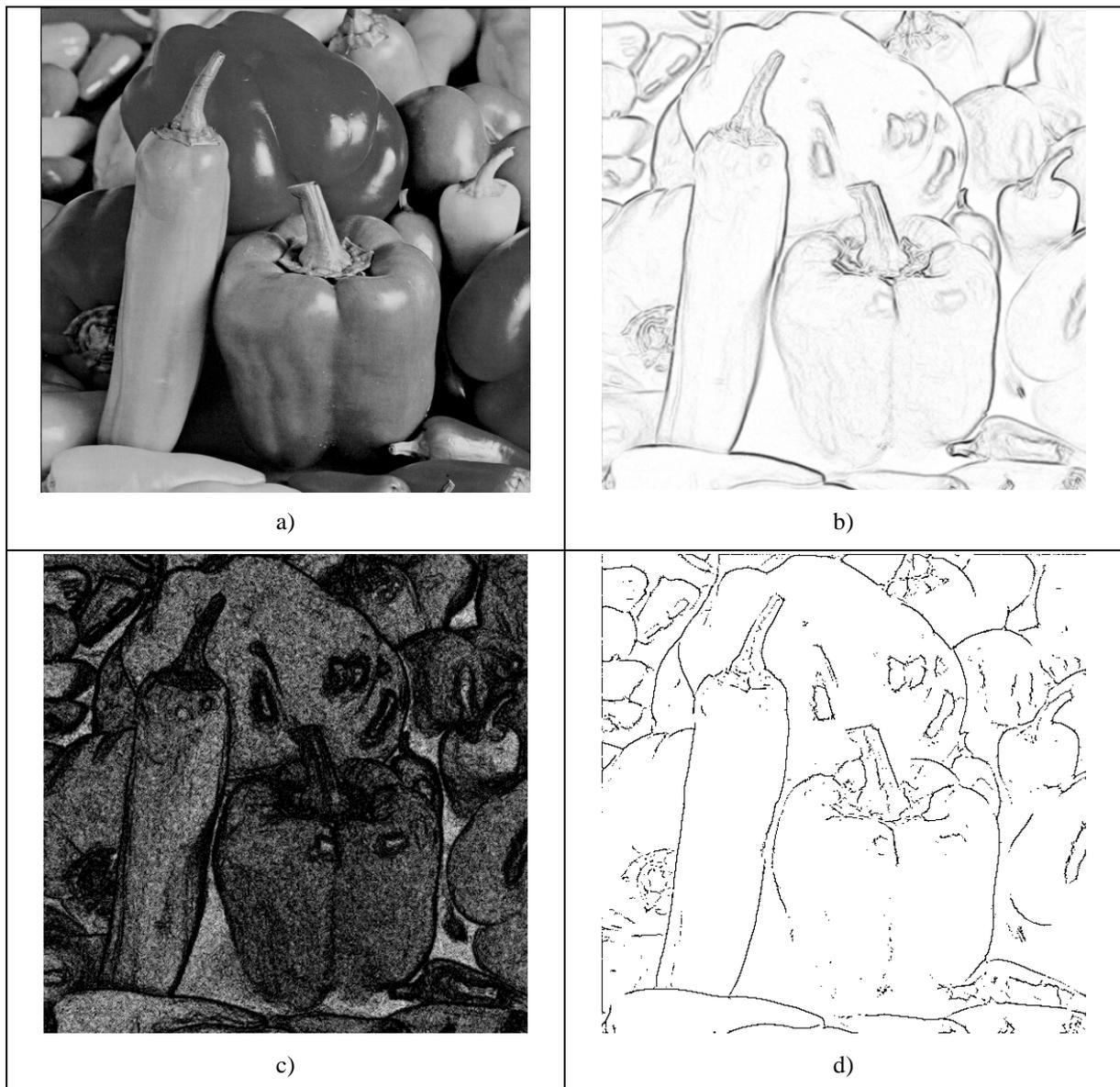
Figura 19. Segmentación de texturas naturales. a) Imagen original. b) Segmentación con el método propuesto. c) Segmentación con Canny.

A modo de comparación, se muestran los resultados de segmentar la imagen original con el método de Canny [CAN86], muy popular en la literatura. Como se puede apreciar, los resultados del Canny son desastrosos para esta imagen.

### ***4.3 Imágenes de escenas reales.***

En este apartado se van a mostrar los resultados de la aplicación del método de segmentación a varias imágenes, que tienen en común el provenir de escenas reales. Los resultados pueden observarse en las figuras 20 y 21.

Como conclusión, puede observarse, a partir de la imagen de divergencia, que la aplicación del coeficiente de atenuación es sumamente ventajosa para estas dos imágenes. Esto se debe a que en ambas imágenes hay zonas con niveles de gris aproximadamente constante, pero con ligeras fluctuaciones (véase por ejemplo la imagen 14a). Esto implica que la divergencia sin atenuación tiene muchos máximos en zonas donde realmente no hay borde, que no aparecen aplicando la divergencia atenuada.



*Figura 20.* Detección de bordes para una imagen de verduras. a) Imagen original. b) Imagen de divergencia atenuada. c) Imagen de divergencia sin atenuación d) Imagen de bordes a partir de la divergencia atenuada.



Figura 21. Detección de bordes para la imagen de Lenna. a) Imagen original. b) Imagen de divergencia atenuada. c) Imagen de divergencia sin atenuación d) Imagen de bordes a partir de la divergencia atenuada.

#### ***4.4 Comparación con otros métodos de segmentación.***

En la literatura existen propuestos diversos métodos de segmentación. Una prueba de la eficacia relativa de cada método consiste en estudiar la robustez de cada método frente al ruido. En este apartado se compara el método de segmentación propuesto con algunos de

la literatura. Concretamente, se compara la robustez de los métodos de segmentación frente a la contaminación de diferentes tipos de ruido.

#### 4.4.1 Ruido gaussiano.

En este apartado se compara la eficacia relativa del método de segmentación propuesto frente a otros métodos de la literatura. Para ello, se han segmentado las imágenes de la figura 3 (Ap1) con el método propuesto, el filtro de Canny [CAN86] y la matriz de coocurrencia [PAR94a]. Los resultados numéricos de las medidas de calidad se muestran en las figuras 16 y 17. Los tres métodos utilizan una ventana deslizante, que en este estudio ha sido de tamaño  $7 \times 7$ . Además, el método propuesto se ha aplicado con un coeficiente de atenuación  $\alpha=1$ , que, como se ha visto en el apartado 3.2.5, da los mejores resultados para este tipo de ruido. Los resultados se muestran en las figuras 22 y 23.

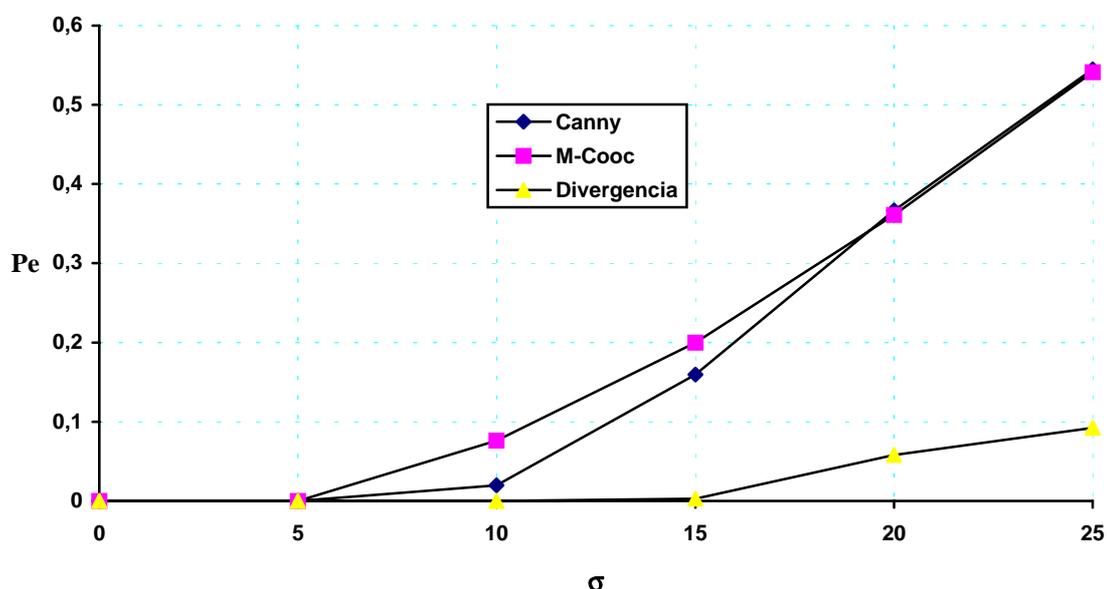


Figura 22. Representación de  $P_e$  en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 3 (Ap1) para varios métodos de segmentación.

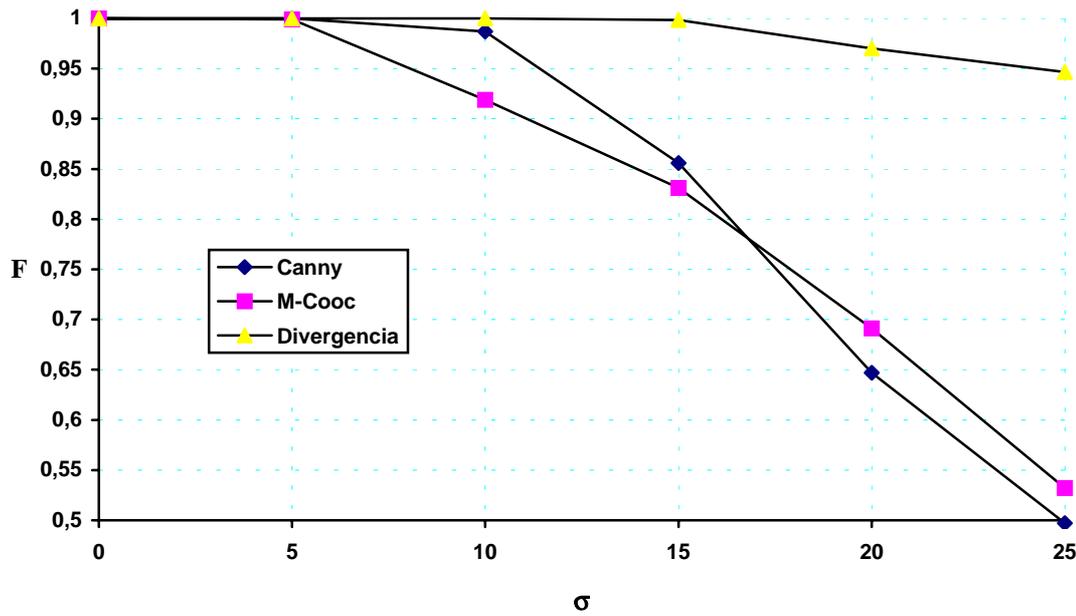


Figura 23. Representación de  $F$  en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 3 (Ap1) para varios métodos de segmentación.

En las figuras 24 y 25 se muestra el mismo experimento que antes, pero para las imágenes de la figura 4 (Ap1).

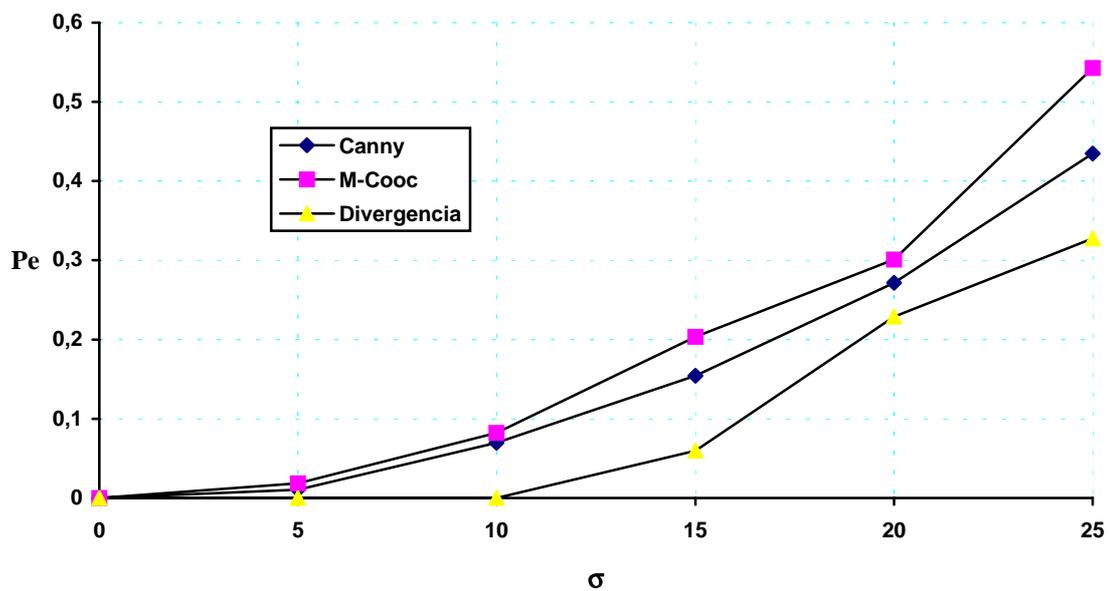


Figura 24. Representación de  $P_e$  en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 4 (Ap1) para varios métodos de segmentación.

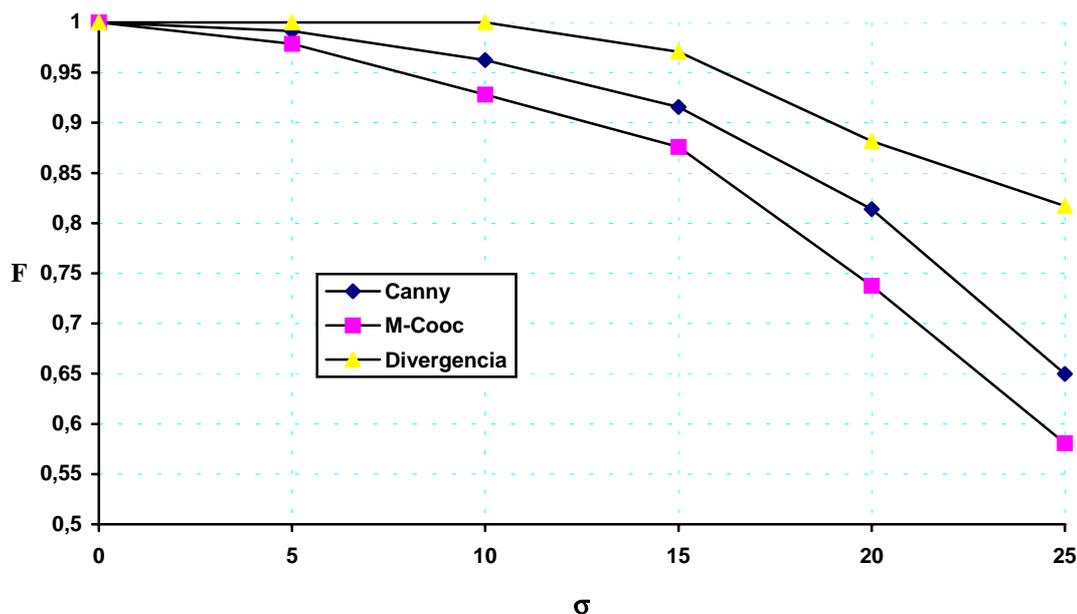


Figura 25. Representación de F en función de la varianza del ruido en la segmentación de las imágenes de la figura 4 (Ap1) para varios métodos de segmentación.

Como puede comprobarse en los resultados anteriores, el método de segmentación propuesto es mejor que los otros dos para este tipo de ruido y de imágenes. Esto es muy significativo, puesto que, como puede comprobarse en la literatura especializada, el filtro de Canny es tomado como el mejor para bandas homogéneas contaminadas con ruido gaussiano.

#### 4.4.2 Ruido impulsivo sal y pimienta.

En este apartado se realiza un estudio similar a la del apartado anterior, pero para ruido impulsivo. Para ello, se han segmentado las imágenes de la figura 7a a 7f (Ap1) con la divergencia y el filtro de Canny [CAN86]. Para facilitar la comparación visual, en las figuras 20 y 21 se muestran, respectivamente, los resultados (imágenes binarias) de la segmentación con la divergencia y con el filtro de Canny. Los resultados numéricos de las medidas de calidad se muestran en las figuras 26 y 27. Igual que en el apartado anterior, el tamaño de ventana es  $7 \times 7$ . Además, la divergencia se ha aplicado lógicamente, sin atenuación. Esto se ha hecho así puesto que, como ya se ha visto en un punto anterior de este capítulo, para ruido impulsivo funciona mejor la divergencia sin atenuar.

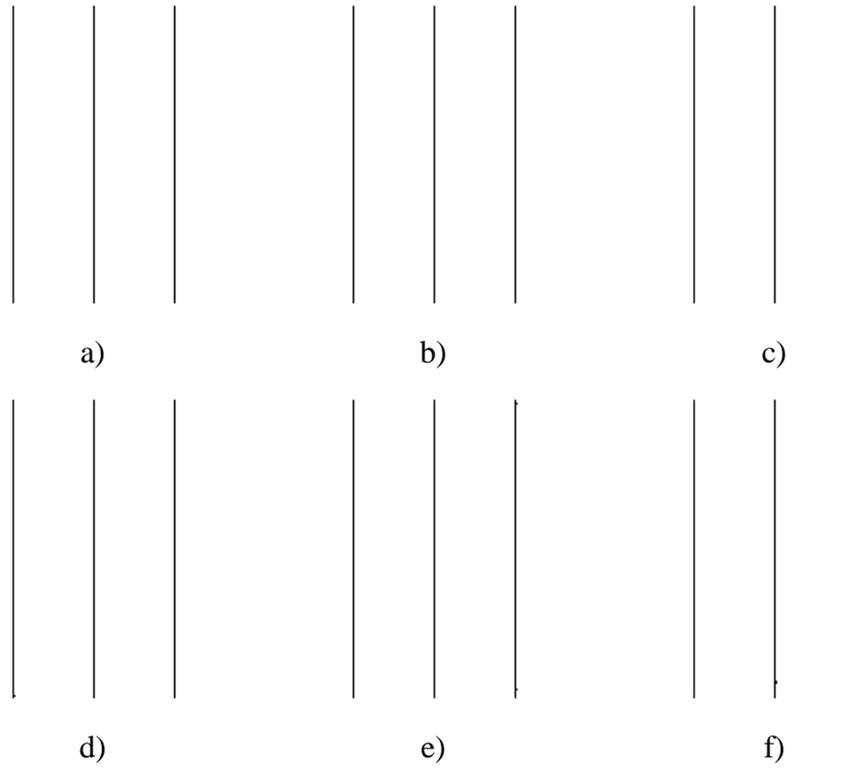


Figura 26. Imágenes binarias resultado de la segmentación de las imágenes 7a a 7f (Ap1) con la divergencia atenuada.

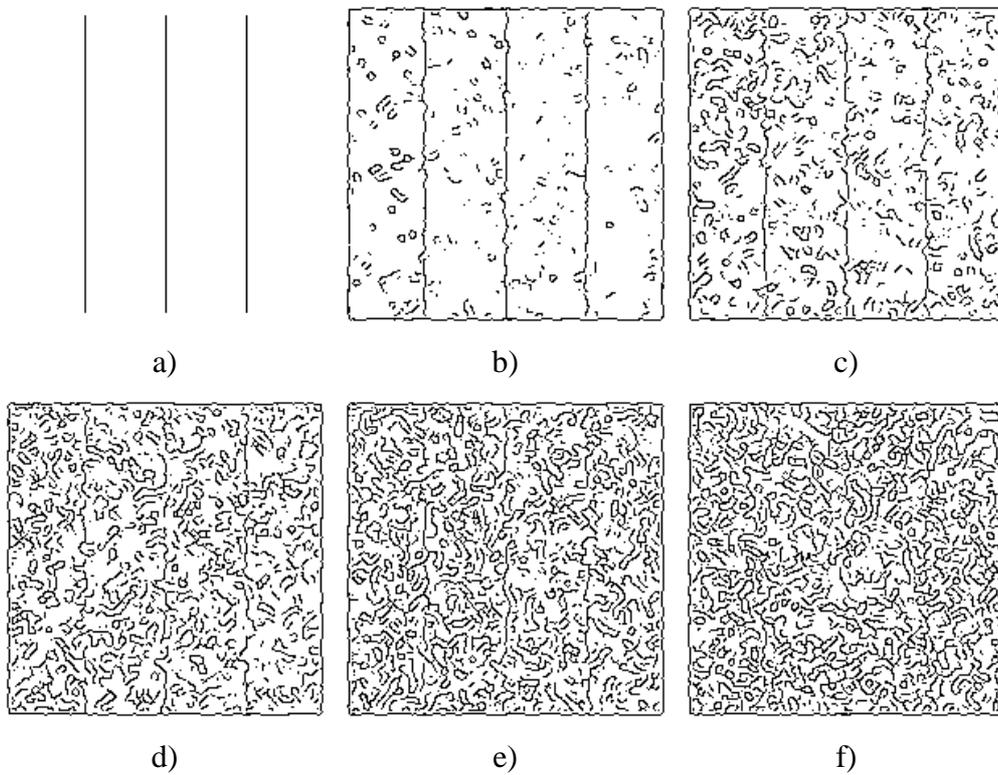


Figura 27. Imágenes binarias resultado de la segmentación de las imágenes 7a a 7f (Ap1) con el filtro de Canny.

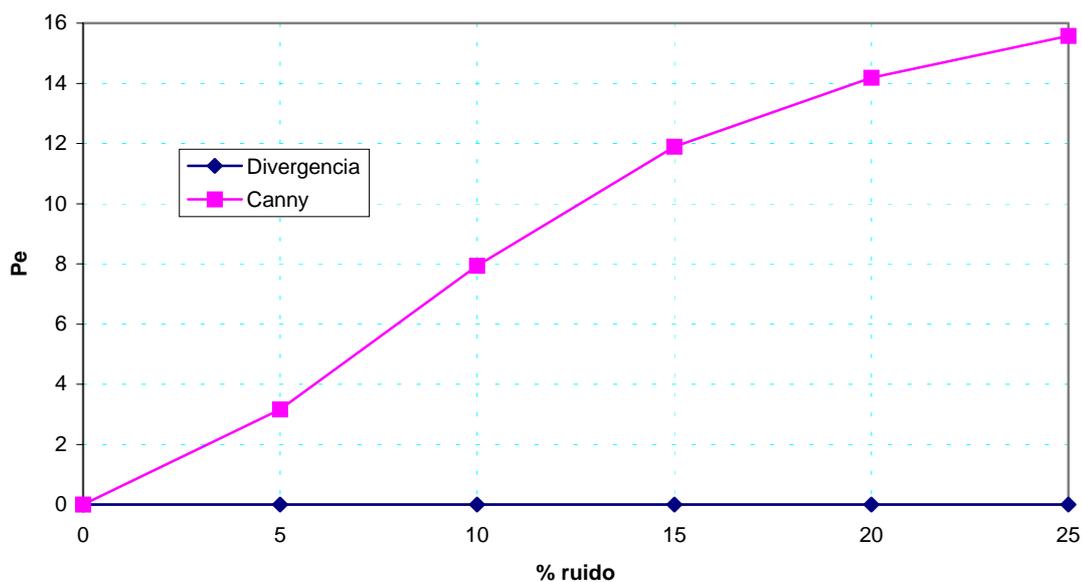


Figura 28. Representación de  $P_e$  en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de las figuras 7a a 7f (Ap1).

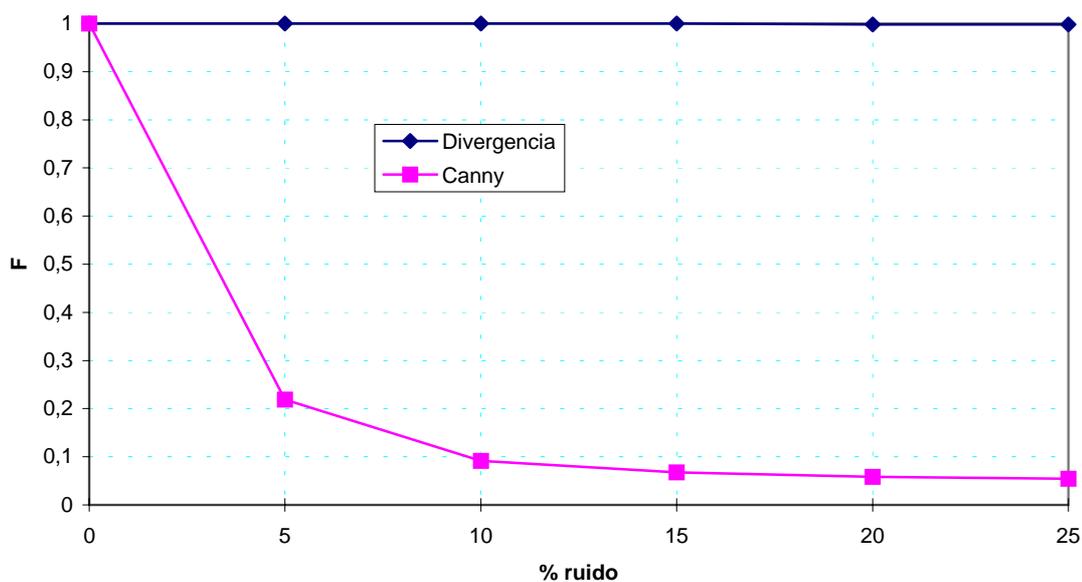


Figura 29. Representación de F en función del % de ruido en la segmentación de las imágenes de las figuras 7a a 7f (Ap1).

Este comportamiento tan malo del filtro de Canny era de esperar. En efecto, el filtro de Canny se basa en el gradiente. Cuando a una imagen se le añade ruido impulsivo, el propio ruido añade gradientes enormes en la imagen, que enmascaran rápidamente los gradientes debidos a los verdaderos bordes de la imagen.

## 5. APLICACIONES.

En este capítulo se mostrarán algunas aplicaciones prácticas del método desarrollado. Como se verá, la utilidad del mismo se ve refrendada tanto por su versatilidad como por su eficacia.

### *5.1 Determinación de tensión superficial a partir de una gota pendiente.*

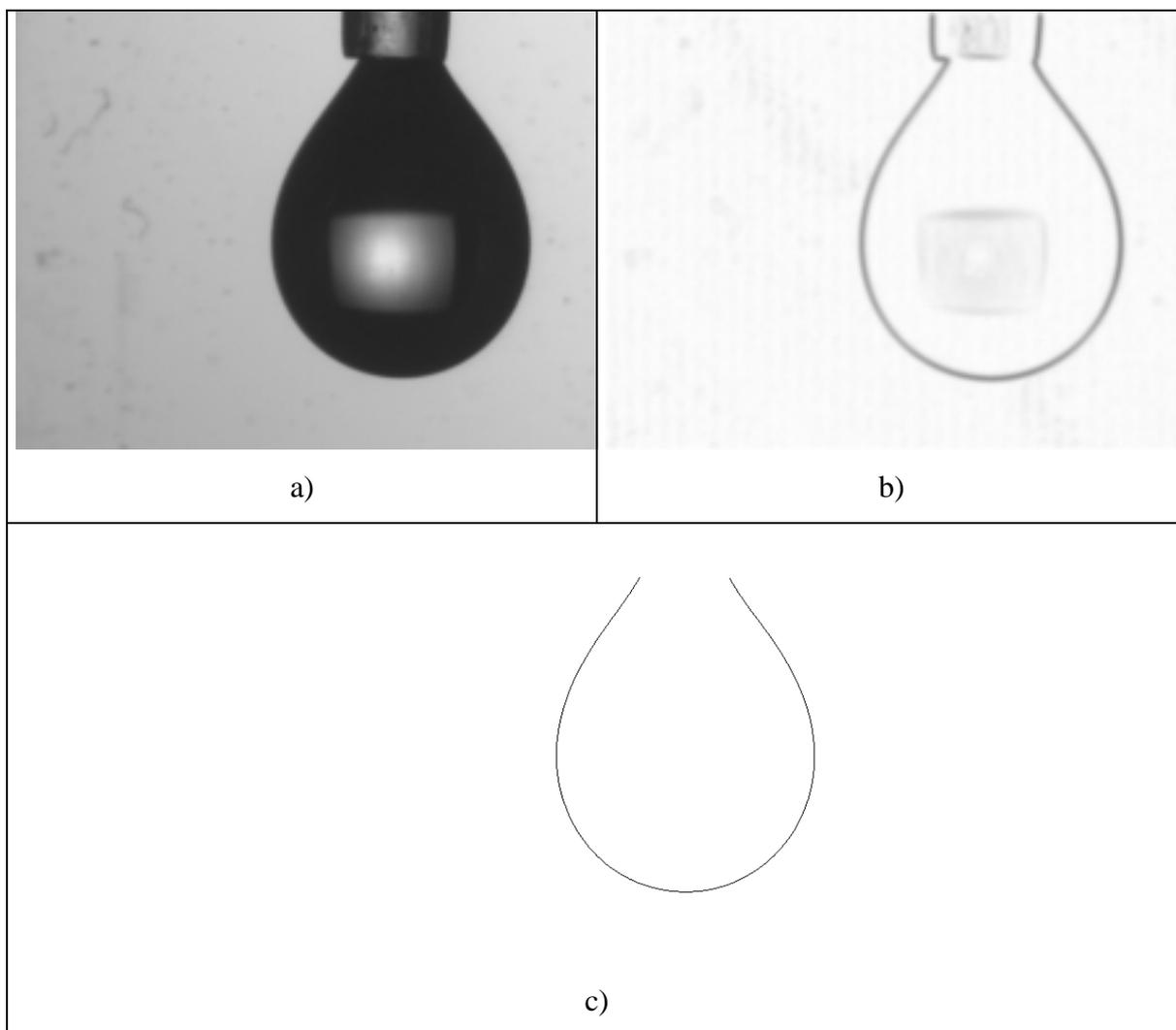
Uno de los problemas prácticos a los que se ha aplicado el método de segmentación propuesto es la determinación de la tensión superficial de una gota pendiente [ZHA94a]. Los resultados se muestran en la figura 1, en los cuales se ha aplicado la divergencia atenuada con un coeficiente  $\alpha=1$ .

Para poder medir la tensión superficial, es necesario que la imagen binaria tras la segmentación contenga únicamente el perfil de la gota, sin ruido de fondo. Además el perfil debe estar exento de cortes. Como última condición, el perfil debe estar bien calculado, justo en la separación de la gota con el fondo. Un error en la posición del perfil implica un volumen incorrecto para la gota, y como consecuencia, un valor incorrecto de la tensión superficial estimada.

Como puede observarse, la imagen original está afectada de ruido de fondo. Además, se observa una región más clara en el centro de la gota, que corresponde al reflejo del foco luminoso, necesario para tomar la imagen. Estos dos inconvenientes dificultan la segmentación, y hacen que la divergencia atenuada produzca un resultado mejor que sin atenuar.

El valor teórico de la tensión superficial es de  $\sigma=72,78$  dinas/centímetro, a temperatura ambiente. Para esta gota el cálculo de la tensión superficial utilizando nuestro método es

de  $\sigma=72,80$ . Este valor resulta mejor que el obtenido utilizando el método de segmentación tradicional de Sobel, que produce un valor de  $\sigma=72,87$ .



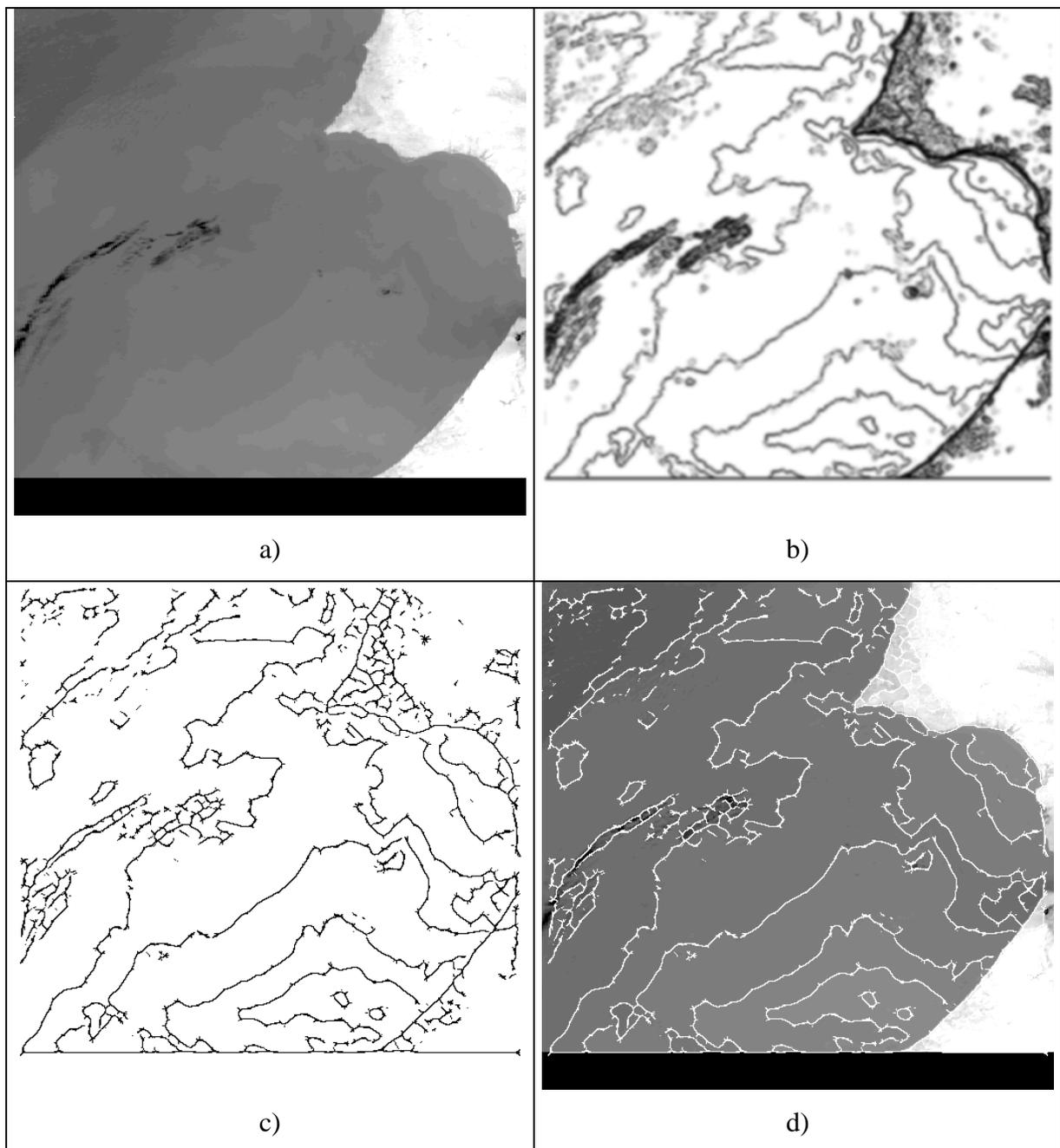
*Figura 1.* Segmentación de una gota de agua pendiente. a) Imagen original. b) Imagen de divergencias. c) Perfil de la gota.

Esta aplicación está actualmente en desarrollo, conjuntamente con el grupo de Fluidos Complejos de la Universidad de Granada. Como vías de continuación de este trabajo

están el cálculo de la tensión superficial para una gota sésil, y otros tipos de líquidos como la silicona.

## 5.2 Mapas térmicos de imágenes oceánicas.

El método de segmentación propuesto se ha aplicado a la detección de isolíneas en imágenes térmicas del océano. Estas líneas separan zonas de la imagen que poseen diferente temperatura [CAY95]. La segmentación se ha realizado con la divergencia sin atenuar. Los resultados se muestran en la figura 2.



*Figura 2.* Detección de bordes en un mapa térmico del océano. a) Imagen de satélite. b) Imagen de divergencias. c) Imagen de bordes. d) Superposición de la imagen de bordes sobre la original.

Lo importante en la segmentación de este tipo de imágenes es detectar detalles de meso-escala (300 kilómetros aproximadamente), no debiendo detectarse detalles menores en la imagen. Esta aplicación se encuentra actualmente en desarrollo, en colaboración con el grupo de Física de la atmósfera, de la Universidad de Granada, y con el Departamento de Lenguajes y Computación de la Universidad de Almería. La investigación posee interés práctico en el aprovechamiento de recursos marinos en general, y para la pesca en particular.

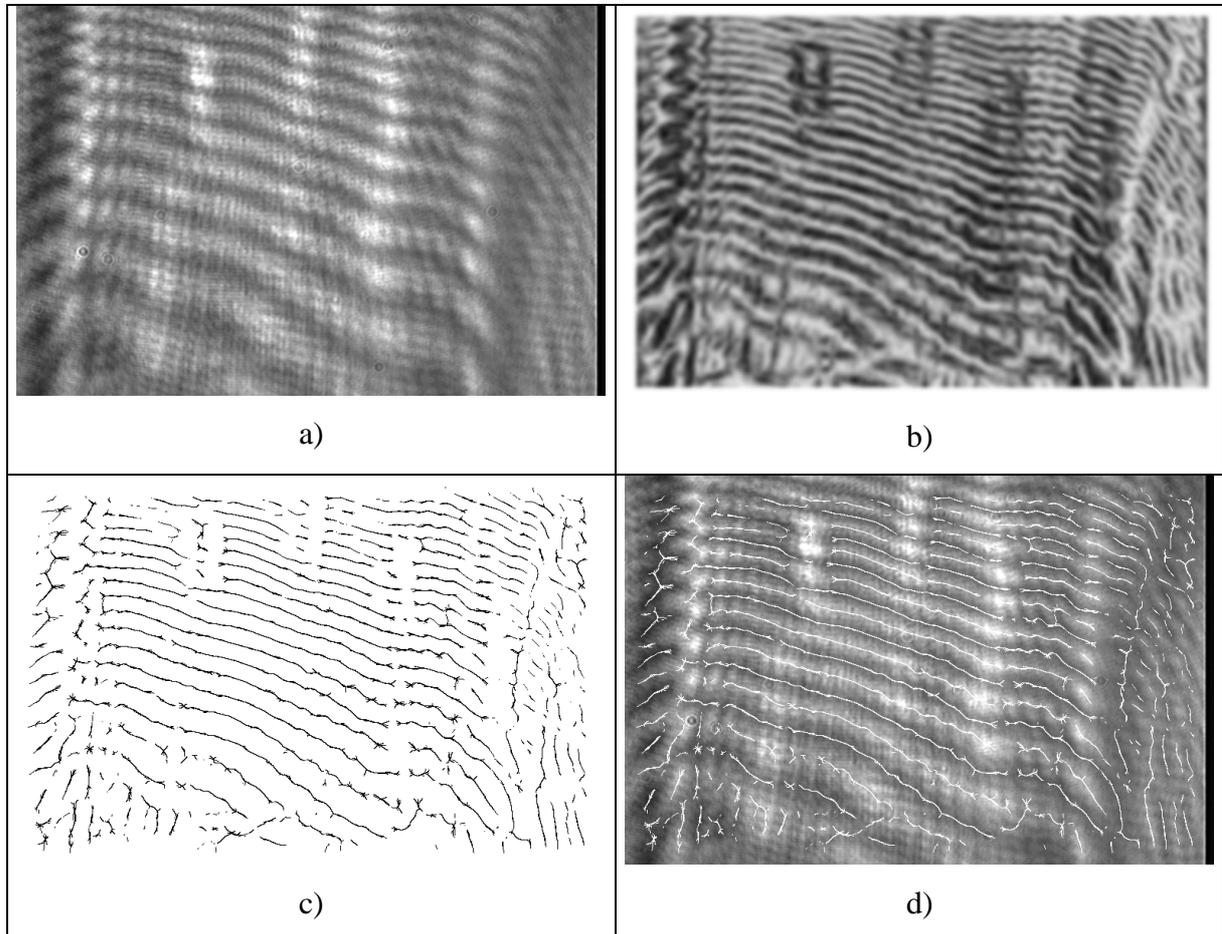
En este tema se ha solicitado otro proyecto de investigación, en colaboración con otros tres grupos de investigación, de las universidades de La Laguna (en Canarias), Almería y Cádiz.

### ***5.3 Análisis de la formación de cristales de proteínas.***

En esta aplicación se pretende estudiar el crecimiento de cristales de proteínas, de manera automática. El experimento consiste en estudiar el avance de una onda de concentración de NaCl mediante una haz láser. La onda de concentración se puede observar en la imagen 3a, en la que los máximos de concentración corresponden a zonas oscuras, y los mínimos a las claras. El crecimiento de cristales de proteínas implica modificaciones en el frente de onda de concentración de NaCl. Y en función de esas modificaciones, se obtiene información sobre los cristales de proteínas.

La intención es detectar automáticamente las posiciones relativas de los máximos y mínimos, puesto que un experimento completo consta de 400 imágenes aproximadamente. Las condiciones experimentales hacen que el reconocimiento automático sea un problema complejo. Como puede observarse, sobre la imagen hay superpuesta una señal de frecuencia alta, que se debe a la formación de anillos de Newton en la óptica del láser. Además se observan algunas zonas con manchas claras,

que corresponden a interferencias del haz láser con las paredes del recinto donde se realiza la dispersión del NaCl. Otro problema experimental consiste en que el experimento no se realiza con una iluminación constante. Todos estos inconvenientes dificultan la consecución del objetivo.



*Figura 3.* Detección de máximos y mínimos en un experimento de difusión de NaCl. a) Imagen original. b) Imagen de divergencia. c) Detección de mínimos locales de la divergencia. d) Superposición de la imagen binaria y la original.

Se ha atacado el problema de detección de las posiciones de máximos y mínimos mediante nuestro algoritmo de segmentación. Realmente, no se trata de un problema de segmentación. En efecto, en este caso estamos interesados en la detección de las zonas de la imagen que poseen textura homogénea (máximos y mínimos de concentración), y no en las zonas donde se aprecia cambio de textura (paso de una zona de concentración alta a concentración baja, y viceversa). La adaptación de la segmentación mediante la divergencia algoritmo es sencilla, pues ahora interesan mínimos de la divergencia en

lugar de máximos. El algoritmo de selección de máximos locales pasará ahora a ser de detección de mínimos locales.

Los resultados de la segmentación mediante la divergencia sin atenuar pueden observarse en la figura 3, donde se ha utilizado una ventana de  $15 \times 15$ .

Como puede observarse, los resultados preliminares son bastante aceptables, incluso aplicando directamente la divergencia sin preprocesamiento previo de la imagen, como por ejemplo un filtrado paso-bajas para intentar eliminar los anillos de Newton. Este problema se encuentra actualmente en estudio con el Instituto de Geología Mediterránea de la Universidad de Granada, y una de las futuras aplicaciones consiste en realizar los crecimiento de cristales de proteínas en ausencia de gravedad.

#### ***54 Detección automática de algas.***

En esta aplicación se pretende determinar automáticamente el nivel de contaminación del agua mediante la detección de las cantidades de algas azules-verdes contenidas en una muestra [THI94]. Para esto se examina una imagen obtenida por microscopio, y se intenta determinar el número y tipos de algas observados. Los resultados pueden observarse en la figura 4.

La segmentación se ha realizado utilizando la divergencia atenuada, con  $\alpha=1$ , y un tamaño de ventana de  $3 \times 3$ . Como puede observarse, la imagen original contiene ruido de fondo, que hace que la divergencia sin atenuar detecte demasiados bordes en zonas donde no existen algas. Se puede observar que la segmentación es bastante buena, permitiendo una fácil determinación del tipo y tamaño de algas presentes en la imagen.

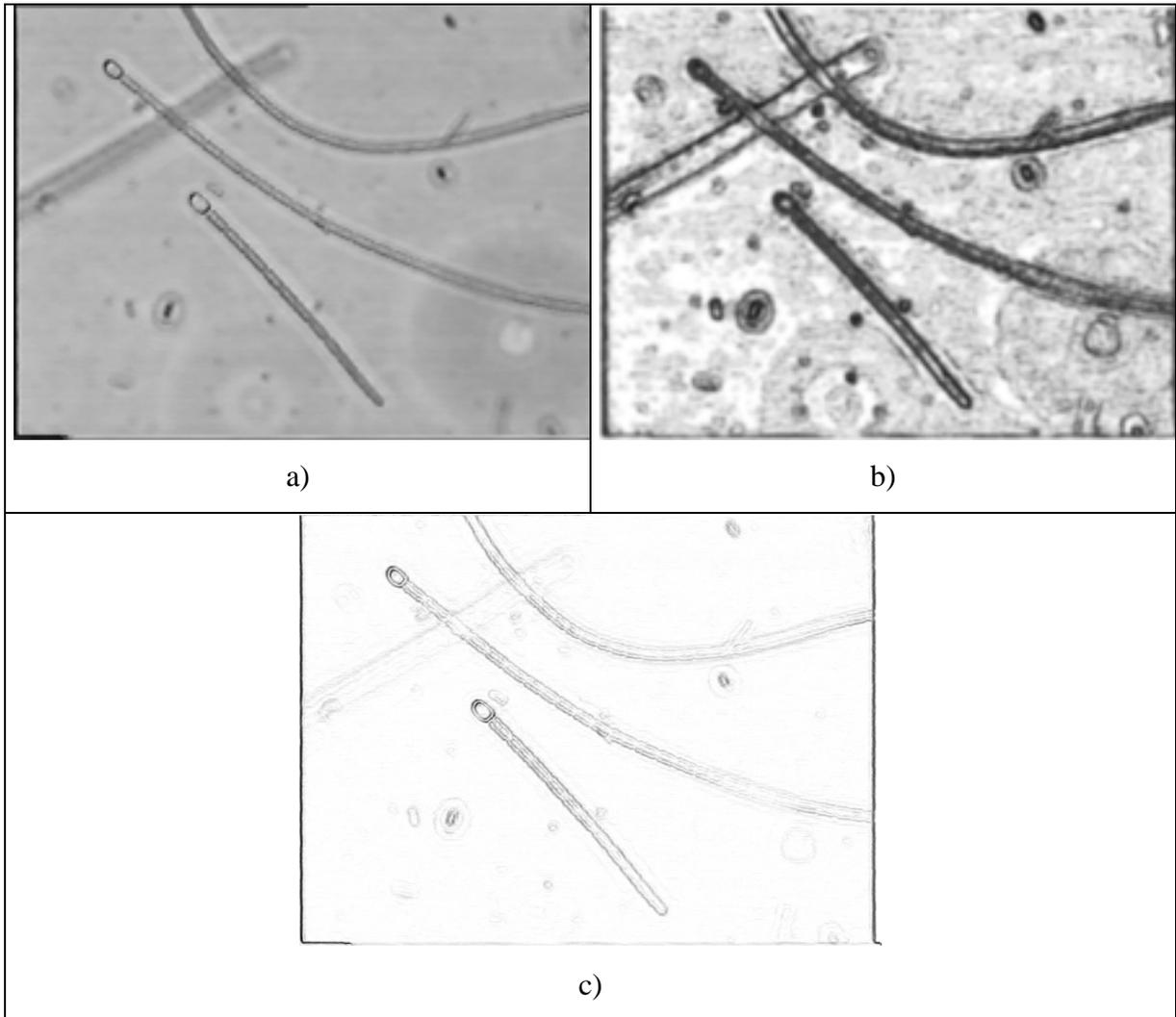


Figura 4. Detección de algas verdes-azules. a) Imagen original. b) Imagen de divergencias. c) Imagen segmentada.



## 6. CONCLUSIONES FINALES.

En este trabajo se ha abordado el desarrollo de un método nuevo de segmentación de imágenes en bajo nivel, con las siguientes características :

### 1. Fundamentos :

- Detección de bordes por comparación entre :
  - ◊ histogramas de nivel de gris
  - ◊ matrices aura
- Uso de la divergencia de Jensen-Shannon como medida de distancia probabilística.

### 2. Método de operación :

- Ventana deslizante. La ventana menos sesgada en general es la F1. En caso de tener información previa acerca de las formas de los bordes en la imagen, puede escogerse una forma *ad hoc*. El tamaño de ventana debe ser suficientemente grande como para las fluctuaciones del ruido afecten poco a la segmentación. Pero suficientemente pequeña para que no incluya más de una región dentro de una semiventana. También se ha comprobado que mientras más pequeña sea la ventana, más agudos serán los máximos de la divergencia. El tiempo de cómputo también influye a favor de la elección de ventanas de tamaño reducido. A falta de información a priori, el desplazamiento de la ventana debe tomar el valor de un píxel.
- Optimación de resultados. Estudio de los parámetros de ajuste. En particular, el realizar un cierto número de suavizaciones en la matriz de divergencia es necesario para eliminar máximos espurios debidos a ruido o no cumplimiento de la hipótesis de inhomogeneidad estadística. Por otra parte, El algoritmo de segunda fase mejora los resultados respecto de una simple umbralización.

- Método de la divergencia atenuada. El coeficiente de atenuación introduce mejoras en el método de segmentación cuando el ruido que contamina las imágenes es gaussiano. Sin embargo, con ruido impulsivo la divergencia atenuada funciona peor que sin atenuar. También en la segmentación de escenas reales la divergencia atenuada muestra mejor comportamiento que sin atenuar.

### **3. Resultados y Aplicabilidad :**

- Experimentación exhaustiva mostrando resultados en una amplia gama de condiciones. Es destacable la robustez frente al ruido, en especial al impulsivo.
- Aplicación a regiones texturadas. Ejemplos.
- Aplicación a imágenes ruidosas. Ejemplos.

En todo momento se han realizado comparaciones con otros métodos de segmentación presentes en la literatura. Para los tipos de imágenes escogidos (que son las típicas que se encuentran publicadas) y para todos los tipos de ruido, la divergencia presenta un comportamiento mejor que el resto de los métodos de segmentación. En especial, cabe destacar el buen comportamiento de la divergencia frente al ruido impulsivo. Como se ha visto, la divergencia produce una segmentación perfecta en el caso de este ruido, muy al contrario que el filtro de Canny.

Los resultados anterior permiten concluir que la divergencia es un método excelente en la resolución del problema de la segmentación de una imagen, y que es altamente competitivo frente a métodos de reconocida valía en la literatura.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

A continuación se muestran las referencias bibliográfica empleadas en el presente informe, complementadas con otras de interés para la mejor comprensión del tema tratado. Las primeras aparecen diferenciadas con un asterisco.

### APLICACIONES

- [BEH96] F.Berhoozi, Hilliard k. J. A. Dostal, C.H. Behroozi, B. k. Lambert “ The profile of a dew drop” *Am.J. Phys.*, Vol. 64 No 9, September 1996.
- [BRU84] I.Bruce “ Concering drop” *Am.J.Phys.* 52(12) December 1984.
- [CAY91] J-F. Cayula, P. Cornillon, R. Holyer, S. Peckinpaugh “ Comparative study of two recent Edge-detection algorithms Designed Process Sea\_surface Temperature Fields” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol 29. No 1. January 1991.
- \*[CAY95] J-F. Cayula, P. Cornillon “ Multi-Image edge detection for SST images” *American Meteorological Society.* 1995
- [CAY96] J-F. Cayula, P. Cornillon. “ Cloud detection from a sequence of SST images” *Remote Sens. Environ.* 55. pp 80-81. 1996.
- \*[CHE90] P.W.P Cheng “ Automation of axisymmetric drop shape analysis using digital image processing” *A Thesis* submitted in conformity with requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in the *Univesity of Toronto.* 1990.
- [DOV94] E.L. Dove “ A Method for Automatic Edge Detection and Volume Computation of de Left Ventricle from Ultrafast Computed Tomographic Images.” *Investigate Radiology*, Vol 29, No 11 pp 945-954, 1994
- \*[HOL89] R.J. Holyer, S.H. Peckinpaugh “ Edge detection applied to satellite imagery of the Oceans” *IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing*, Vol 27. No 1. January 1989
- [RIC95] J.A. Richards “ Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction” *Springer-Verlag* 1995

- [ROS94] A. Rosenfeld “ Image analysis and computer vision: 1993” GVGIP: Image Understanding Vol 59. No 3. pp 367- 404. May 1994.
- \*[SAV94] C.R. Savage, R.J. Petrell, T.P. Neufeld “ Underwater fish-video images: Image quality and edge detection techniques” *Canadian Agricultural Engineering*. Vol 36. No3. July/august/Sptember 1994.
- [SAU94] D. Sauter, L. Parson “ Spatial Filtring for Speckle Reduction, Contrast Enhancement, and Texture Analysis of GLORIA Images” *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol 19. No 4. October 1994.
- [SHI95] D. Shin, J.K. Pollard, J-P. Muller “ Accurate and automatic coastline detection from pre-corrected ATSR Images using a Viterbi Algoritm” *Proceedings of 21st Annual Conference of the Remote Sensing Society*. September 1995.
- \*[TER96] J.A.H. Terriza “ Analisis digital de interfases curvas” Memoria de Licenciatura Departamento de Fisica Aplicada Universidad de Granada. 1996.
- \*[THI94] H.S. Thiel “ The use of Image Processing Techniques of the Automated Detection of Blue-Green Algae” *Thesis in the University Wales Cardiff*. UK 1994.
- [VIO95] P.E. La violette” Seasonal and Interannual Variability of the Western Mediterranean Sea” *American Geophysical Union*.1995.
- [WAG90] H.D. Wagner “ Spreading of liquid droplets on cylindrical surfaces: Accurate determination of contact angle” *J. Appl. Phys.* 67 (3). February 1990.
- \*[ZHA94a] X..Zhang, M.T. Harris, O.A. Basaran “ Measurement of Dynamic Surface Tension by a Growing Drop Technique” *Academic Press* (1994).

## **DETECCION DE BORDES**

- \*[ATA97] Atae-allah, Ch. Gomez Iopera, J.F. Roblez-Pérez, A. Román Roldan, R. “Entropic Edge Detection and Linking” *Preprints of the VII Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*. Barcelona. pp 16-17. (1997).
- \*[BAR95a] Barranco López, V. Luque Escamilla, P. Martinez Aroza, J. Román Roldán, R. “Texture Segmentation Based on Information-Theoretic Edge Detection Method” *Preprints of the VI Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*. Córdoba. pp 58-64. (1995).

- \*[BAR95b] Barranco López, V. Luque Escamilla, P. Martínez Aroza, J. Román Roldán, R. “Entropic Texture- Edge Detection for Image Segmentation” *Electronics Letters*. Vol. 31 N° 11. 25<sup>th</sup> May pp 867-869. (1995).
- [BER87] F. Bergholm “Edge Focusing” *IEEE Transactions on pattern Analysis and machine Intelligence*, V 9, N 6. pp 726-741. 1987.
- \*[CAN86] J. Canny “ A computational approach to edge detection” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol PMI-8. 6. November 1986.
- [CHEL93] R. Chellappa “ Digital Image Processing” *IEEE Computer Society Press*. 1993.
- [CHEN89] J.S. Chen, G. Medioni” Detection, Localizacion, and Estimation of Edge “ *IEEE Transactions on PAMI* Vol 11, No 2, February 1989.
- [KAM94] F. Kammoun, J.P. Astruc “ Optimum edge detection for object- background picture” *Graphical Models and Image Processing* Vol 56. No 1. pp 25-28. 1994.
- [GAR94] R. A-Gratenberg, F. O. Huck, R. Narayanswamy “ Compact image representation by edge primitives” *Graphical Models and Image Processing* Vol 56. No 1. pp 1-7. 1994.
- \*[GON92] R. Gonzalez “ Digital Image Processing” *Addison* (1992).
- [HER94] T.J. Herbert, D. Malagre “ Optimization approach to edge detection” *J. Opt. Soc. Am. A*. Vol 11. No 1. January 1994.
- [JAH91] B. Jahne “ Digital Image Processing, Concepts, Algorithms and Scientific Applications” *Springer-Verlag* 1991.
- [KAM94] F. Kammoun, J.P. Astruc “ Optimum edge detection for object- background picture” *Graphical Models and Image Processing* Vol 56. No 1. pp 25-28. 1994.
- [KAS93a] R. Kasturi, R.C. Jain “ Computer Vision: Principles” *IEEE Computer Society Press*. 1993.
- [QIA96] R.J. Qian, T.S. Huang “ Optimal edge detection in two-dimensional image” *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol 5. NO 7, 1996.
- [QIU96] P. Qui, M. S. Bhandarkar ” An edge detection technique using local smoothing and statistical hypothesis testing” *Pattern Recognition Letters* 17, pp 849-872, 1996.
- \*[MAR80] D. Marr, E. Hildreth “ Theory of edge detection” *Proc. R: Soc. Lond. B* 207, pp 187-217. 1980.
- \*[PRA91] W. Pratt “Digital Image Processing” *Wiley-Intrescience* (1991).

- \*[PAR94a] D.J. Park, K.M. Nam, R-H. Park “ Edge detection in noisy image images based on the co-occurrence matrix” *Pattern Recognition*, Vol. 27, No 6, pp. 765-775. 1994.
- [PAR94b] D.J. Park, K.M. Nam, R-H. Park “ Multiresolution edge detection techniques” *Pattern Recognition*, Vol. 28, No 2, pp. 211-229. 1995.
- [SHE95a] J. Shen, W. Shen “Image smoothing and edge detection by hermite integration” *Pattern Recognition*, Vol. 28, No 8, pp. 1159-1166.1995.
- [SHE95b] J. Shen “ Multi-edge detection by isotropical 2-D ISEF cascade” *Pattern Recognition*, Vol. 28, No 12, pp. 1871-1885.1995.
- [TAD95] P.J. Tadrous “ A simple and sensitive method for directional edge detection in noisy images” *Pattern Recognition*, Vol. 29, No 8, pp. 1575-1585.1995.
- [VAU90] R.A. Vaughan “ Pattern Recognition and Image Processing Processing in Physics” *Proceeedings of thr Thirty-Seventh Scottish Universities Summer school in Physics*. 1991.

### **TEORIA DE INFORMACION**

- \*[LIN91] LIN, J “Divergence Measures based on the Shannon Entropy”. *IEEE Transactions on Information Theory*,V.37, N 1. pp145-150. 1991.
- [PAL 91] N. R. Pal, S.K. Pal “Entropy New Definición and its Applications” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, V 21, N 5, pp 1260-1270. 1991.

### **TEXTURAS**

- \*[BAR97] Barranco López, V. Atae-allah, Ch. Luque Escamilla, P. Román Galvez, R. “Texture Segmentation Based on Information-Theoretic Edge Detection Method” *Preprints of the VII Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*. Barcelona. pp 14-15. (1997).
- \*[BRO66] Brodatz, P. “Textures: A Photographic Album for Artists and Designers.” *Dover, Toronto*. (1966).
- [CHEN93] C.H. Chen, L.F. Pau, P.S.P. Wang “ Handbook of Pattern Recognition & Computer Vision” *World Scientific*. 1993.

- [GAN95] L. Ganesan, P. Bhattacharyya “ A statistical design of experiments approach for texture description” *Pattern Recognition*, Vol 28. No 1. pp 99-105. 1995.
- [GOT90] C.C. Gotlieb, H.E. Kreyszig “ Texture descriptors based on co-occurrence matrices” *Computer Vision Graphics and image processing* 51, 70-86. 1990.
- [IVE94] H. Iversen, T. Lonnestad “ An evaluation of stochastic models for analysis and synthesis of gray-scale texture” *Pattern Recognition Letters* 15. pp 575-585. 1994.
- [KAR96] K. Karu, A.K. Jain, R.M. Bolle “ Is there any texture in the image ?” *Pattern Recognition*, Vol 29. No 9. pp 1437-1446. 1996.
- [MAH94] A: Mahalanobis, H. Singh “ Application of correlation filters for texture recognition” *Applied Optics* Vol 33. No 11. April 1994.
- \*[PIC92] Rosalind W. Picard and Ibrahim M. Elfadel. “Structure of Aura and Co-occurrence Matrices for the Gibbs Texture Model”. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol. 2, pp 5-25. (1992).
- [PIE96] T.O.M. Pietikainen, D. Harwood “ A comparative study of texture measures with classification based on feature distributions” *Pattern Recognition*, Vol 29. No 1. pp 51-59. 1996.
- [SPA94] M. Spann, A.E. Grace “ Adaptive segmentation of noisy and textured image” *Pattern Recognition*, Vol 28. No 1. pp 1447-1459. 1996.
- [WAN95] Z. Wang, A. Guerriero, M. De Sario “ Comparison of several approaches for the segmentation of texture images” *Pattern recognition Letters* 17, pp 509-521, 1996.

### **UMBRALISACION**

- [CHAN94] CH-I. Chang, K. Chen, J. Wang y M. L. Althouse “A Relative Entropy-Based Approach to Image Thresholding” *Pattern Recognition*. V 27, N 9 pp 1275-1289, 1994.
- [FAN96] J. Fan, R. Wang, L. Zhang, D. Xing, F. Gan “ Image Sequence Segmentation based on 2D temporal entropic Thresholding” *Pattern Recognition Letters* 17, pp 1101-1107, 1996.

- [FLE96] M. Fleury, L. Hayat, A.F. Clark “ Parallel entropic auto-thresholding” *Image and Vision Computing* 14, pp 247-263. 1996.
- [LUI91] H. Luijendijk “ Automatic threshold selection using histogram based on the count of 4-connected regions” *Pattern Recognition Letters*, 12. pp219-228. 1991.
- \*[PAL93] N.R. Pal, D. Bhandari “ Image thresholding: some new techniques” *Signal Processing* 33, pp 139-158. 1992.
- [PER87] A. Perez, R.C. Gonzalez “ An Iterative Thresholding Algorithm for Image Segmentation” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, V 9. N 6 pp 742-751. 1987.
- [WON91] A.K.C. Wong, P.K. Sahoo “ Agray-level threshold selection method based on maximum entropy principle” *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*. Vol 19. No 4. July/August 1989.

### **EVALUACION Y MEDIDAS DE CALIDAD**

- [ABD79] I. E. Abdou, W.K. Pratt “ Quantitative design and evaluation of enhancement/ thresholding edge detectors” *Proceedings of the IEEE*, Vol 67, No 5. May 1979.
- \*[HAR94] R.M. Haralick “ Performance Characterization in Computer Vision” *CVGIP Image Understanding* Vol 60, No 2, September, pp 245-249, 1994.
- [HUA95] Q. Huang, B. Dom “ Quantitative methods of evaluating image segmentation” *IEEE International conference on Image Processing* 1995.
- [LEE90] S.U. Lee, S.Y. Chung, and R. H. Park “ A Comparative Performance study of several Global Thresholding Techniques for Segmentation” *Computer Vision, Graphics, and Image processing* 52, pp 171-190, 1990.
- [LEV85] M.D. Levine, A.M. Nazif “ Dynamic Measurement of computer Generated Image Segmentations” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and machine Intelligence*, Vol. PAMI-7, No 2. March 1985.
- [LEU96] C.K. Leung, K. Lam “ Performance analysis for a class of iterative image thresholding algorithms” *Pattern Recognition*, Vol. 29, No 9, pp.1523-1530.1996.

- [PAL96] P.L. Palmer, H. Dabis, J. Kittler “ A performance measure for boundary detection algorithms” *Computer Vision and Image Understanding* Vol 63, No 3, pp 476-494, 1996.
- [ROM ?] R. Roman Roldan, J.F. Gómez Lopera, Ch. Atae-Allah, J. Martinez Aroza “ A measure of quality for evaluating methods of segmentation and edge detection” enviado al *International Journal of Computer Vision*.
- [ZHA92] Y.J. Zhang, J.J. Gerbrands “ Segmentation evaluation using ultimate measurement accuracy” *SPIE 1657 Image Processing Algorithms and Techniques III* (1992)/449.
- [ZHA94b] Y.J. Zhang, J.J. Gerbrands “ Objective and quantitative segmentation evaluation and comparison” *Signal Processing* 39, pp 43-54, 1994.
- \*[ZHA96] Y.J. Zhang “ A survey on evaluation methods for image segmentation ” *Pattern Recognition*, Vol. 29, No 8, pp.1335-1346.1996.
- [ZHU96] Q. Zhu “ Efficient evaluations of edge connectivity and width uniformity” *Image and Vision computing* 14, pp 21-34. 1996.

## **SEGMENTACION**

- [BHA94] B. Bhanu, S. Lee “ Genetic Learning for Adaptive Image Segmentation” *Kluwer Academic Publishers*, 1994.
- [CAS92] F. casacuberta, A. Sanfeliu “ Advances in Pattern Recognition and Applications” *World Scientific September 1992*
- [CHEN91] S-Y. Chen, W-CH. Lin “ Split- and- Merge Image segmentation Based on localized feature analysis and statistical tests” *Graphical Models and Image Processing CVGIP* Vol 53. No 5, pp 457-475 May 1991.
- [CHEN94] Y-S. Chen “ Segmentation and Association Among Lines and Junctions for a Line Image” *Pattern recognition*, V 27, N 9, pp 1135-1157, 1994.
- [DAI96] M.Dai, P. Baylou, L. Humbert, M. Najim “ Image segmentation by a dynamic using edge detection based on cascaded uniform filters” *Signal Processing* 52, pp 49-63. 1996.

- [DAY94] S. Dayanand, W. R. Uttal, T. Shepherd, CH. Lunskis “ A particle system model for combing edge information from multiple segmentation modules” *Graphical Models and Image Processing* Vol 56. No 3. pp 219-230. 1994.
- [DUN95] D. Dunn, W.E. Higgins “ optimal gabor filters for texture segmentation” *IEEE Transactions on Image processing*, Vol. 4. NO 7. July 19965.
- [GER88] J.J. Gerbrands “ Segmentation of Noisy Image” Doctoral Thesis, Delft University of Technology, Delft, the Netherlands 1988.
- [HAN95] Y. Hannah, D. Patel, R. Davies “ The use variance and entropic thresholding methods for image segmentation “*Pattern Recognition*, Vol. 28, No 8, pp. 1135-1143.1995.
- [HSI89] J.Y. Hsiao, A: A. Swchuk “ Unsuoverised textured image segmentation using feature smoothing and probabilistic Relaxation techniques” *Computer Vision, Graphics, and image processing* 48, 1-21. 1989.
- [HU94] Y.Hu, T.J. Dennis “ Textured image segmentation by context enhanced clustering” *IEE Proc\_Vis. Image Signal Process*, Vol 141. No 6, December 1994.
- [JAI86] A.K. Jain “ Fundamentals of digital Image processing “ *Prentic Hall*, 1986.
- [KAD96] S. Kadaba, S.B. Gelfand, R. L. Kashyap “ Bayesian Decision feedback for Segmentation of binary Images” *IEEE Transactions on Image processing*, Vol. 5. NO 7. July 1996.
- [LEE96] C.k. Lee, S.P. Wong “ A mathematical morphological approach for segmenting heavily noise -corrupted images” *Pattern Recognition*, Vol. 29, No 8, pp. 1347-1358.1996
- \*[LEN94] Y-L. Chang, X. Li “ Adaptive Image region-Growing” *IEEE Transactions on Image processing*, Vol. 3. NO 6. November 1994.
- [PAL89] N.R. Pal, S.K. Pal “ Object-background segmentation using new definitions of entropy” *IEE Proceedings*. Vol. 136, No 4, July 1989.
- \*[ROS82] A. Rosenfeld, A.C. Kak “ Digital Picture Processing ( second edition)” *Academic Press*. 1982
- [SCH89] R.J. Schalkoff “ Digital Image Processing and Computer Vision” *Johan Wiley*. 1989.
- \*[SON95] M. Sonka “ Image Processing, Analysis and Machine Vision” *Chapman &Hall* (1995).

- [VEI94] A. Veijanem “Unsupervised image segmentation using an unlabeled region process” ” *Pattern Recognition*, Vol. 27, No 6, pp. 841-852. 1994.
- [WRI89] W.A. Wright “ A Markov random field approach to data fusion and colour segmentation” *Image and Vision Computing* vol 7. No 2, pp144-150, May 1989.
- [WU95] CH-H Wu, P.C:Doerschuk “ Textured -based segmentation using Markov random field models and approximate bayesian estimators based on trees” *Journal Of Mathematical Image and Vision* 5, 277-286. 1995.
- [WU96] H-S. Wu, J. Barba, j. Gil “ Region growung segmentation of textured cell images” *Electronis Letters* Vol 32, No 12. June 1996.
- [YAN89] S.D. Yanowitz, A.M. Bruckstein “ A new method for image segmentation” *Computer Vision Graphiacs, and Image Processing* 46, 82-95. 1989.
- \*[BOR87] V.I. Borisenko and A .A. Zlatopol'skii “ Surveys: Image Segmentation”

## **A. APÉNDICE 1. IMÁGENES DE PRUEBA.**

En este apartado se presentan las imágenes más utilizadas a lo largo de este informe como prueba para evaluar la influencia de los diferentes parámetros del método de segmentación aquí propuesto. También se han usado para comparar entre sí los resultados de diferentes métodos con el aquí propuesto. Finalmente, se presentarán dos medidas de evaluación de la calidad de una segmentación definidas en la literatura.

### ***A.1 Imágenes de prueba utilizadas en el presente informe.***

Para evaluar la eficacia de nuestro método de segmentación, y para poder compararlo con algunos de los existentes en la literatura, hemos diseñado cuatro tipos de imágenes de prueba sintéticas. Los dos primeros tipos son bandas homogéneas, y bandas texturadas los otros dos. La escala de gris es de 256 niveles, y se conoce exactamente la localización de sus bordes. Todas ellas se muestran en la figura 1, y se describen a continuación.

#### **A.1.1 Imágenes sin ruido.**

- a) Imagen sintética homogénea de bandas verticales (figura 1a) formada por cuatro bandas, siendo sus niveles de gris de izquierda a derecha 39, 79, 119 y 159 respectivamente. Cada banda tiene una anchura de 50 píxeles y los bordes se encuentran, considerando el origen en el margen izquierdo, en las posiciones 50, 100 y 150.
  
- b) Imagen sintética homogénea de bandas diagonales (figura 1b) formada por seis bandas, siendo sus niveles de gris desde el vértice inferior izquierdo al superior derecho de 79, 39, 79, 119, 159 y 119 respectivamente. Cada banda tiene una anchura, medida en sentido horizontal, de 90 píxeles.

c) Imagen sintética texturada de bandas verticales (figura 1c) formada por cuatro bandas, cada una de ellas construida por la repetición periódica de un téxel de dimensiones  $4 \times 4$ . De izquierda a derecha los téxeles son: téxel-1, téxel-2, téxel-3 y téxel-4 respectivamente, que se describen en la figura 2. En esta figura los números indicados debajo de téxel son el nivel de gris de cada píxel. Los niveles de gris de los téxeles se han escogido con las siguientes características:

- Téxel-1: tiene un histograma uniforme.
- Téxel-2: tiene un histograma con un máximo centrado en el gris central de la escala y decreciente simétricamente hacia ambos lados.
- Téxel-3: tiene un histograma complementario al anterior. Es simétrico respecto del gris central, y creciente hacia ambos lados.
- Téxel-4: histograma con 4 picos equiespaciados.

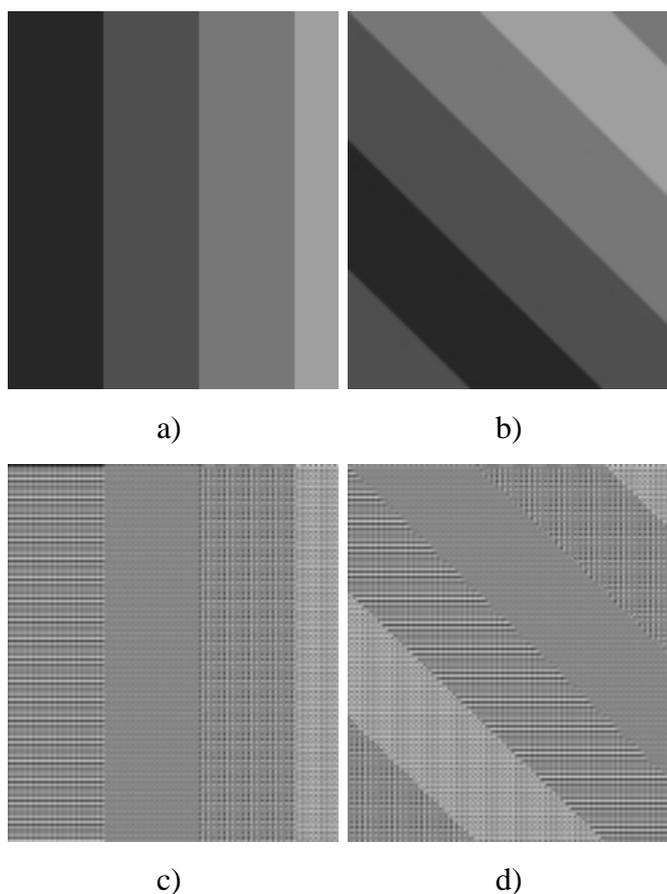


Figura 1. Imágenes sintéticas de prueba.

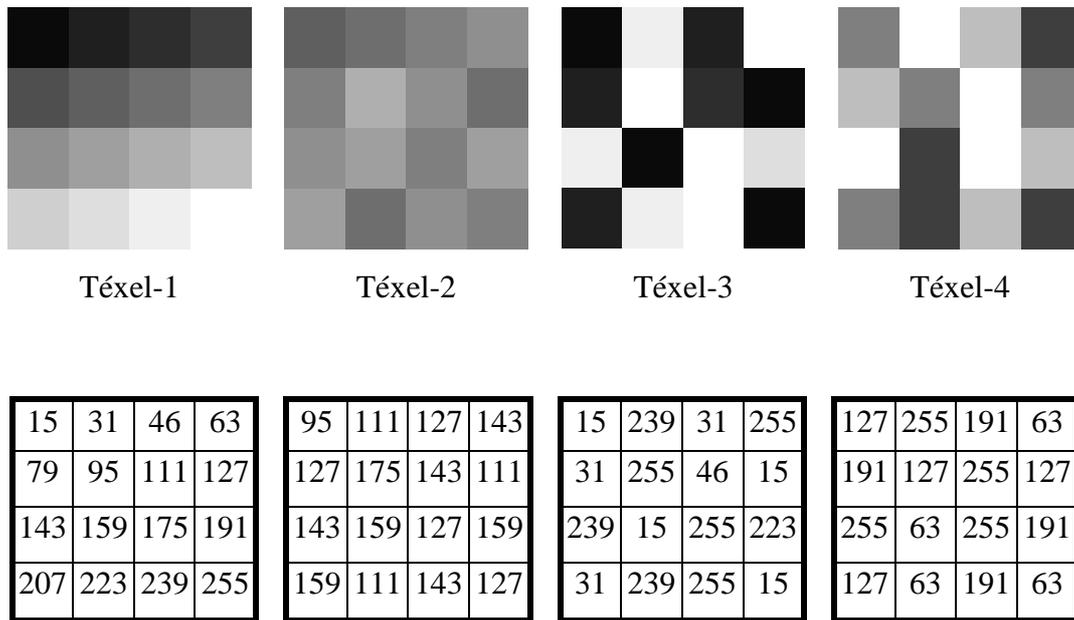


Figura 2. Composición de los téxeles.

Cada banda tiene una anchura de 80 píxeles y los bordes se encuentran por tanto a distancias de 80, 160 y 240 píxeles del margen izquierdo, que se toma como origen.

- d) Imagen sintética texturada de bandas diagonales (figura 1d) formada por seis bandas, cada una de ellas construida por la repetición periódica de un patrón o texel distinto, de dimensiones 4×4. El orden de los téxeles (figura 2), desde el vértice inferior izquierdo al superior derecho es tétel-3, tétel-4, tétel-1, tétel-2, tétel-3 y tétel-4 respectivamente. Cada banda tiene una anchura, medida en sentido horizontal, de 104 píxeles.

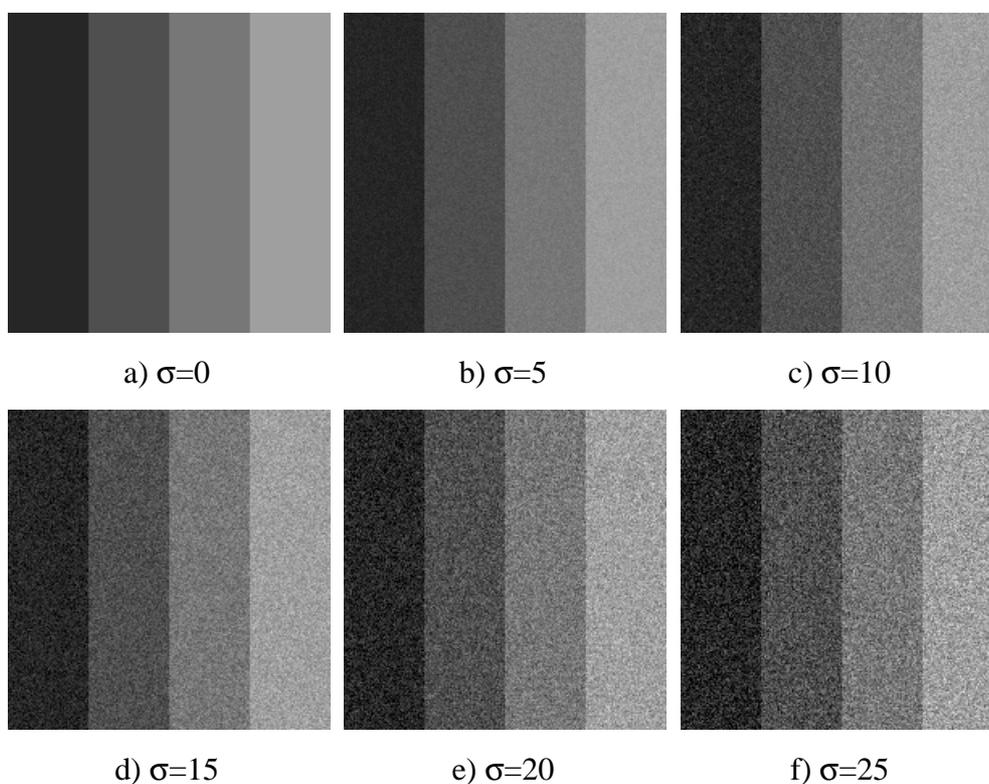
### A.1.2 Imágenes con ruido.

A continuación se añaden distintos tipos de ruido a las imágenes de la figura 1. Utilizando estas imágenes se estudiará más adelante el comportamiento de nuestro método de segmentación frente a los distintos tipos y cantidades de ruido. Los tres tipos

de ruido utilizados son: ruido gaussiano aditivo blanco (de media cero), impulsivo blanco y negro (sal y pimienta) e impulsivo gris (uniforme). La elección de estos tipos de ruido concretos se explicó en método.

#### ***A.1.2.1 Ruido gaussiano aditivo blanco.***

Las imágenes de la figura 1 se han contaminado con ruido gaussiano, de media 0 y desviaciones típicas ( $\sigma$ ) de 0 a 25, aumentando de 5 en 5. En la figuras 3 a 6 se muestran los resultados de la contaminación con ruido gaussiano de las imágenes originales de la figura 1. Por facilidad de comparación visual, se ha incluido en cada serie la imagen original, sin ruido.



*Figura 3.* Imagen 1a contaminada con diferentes cantidades de ruido gaussiano.

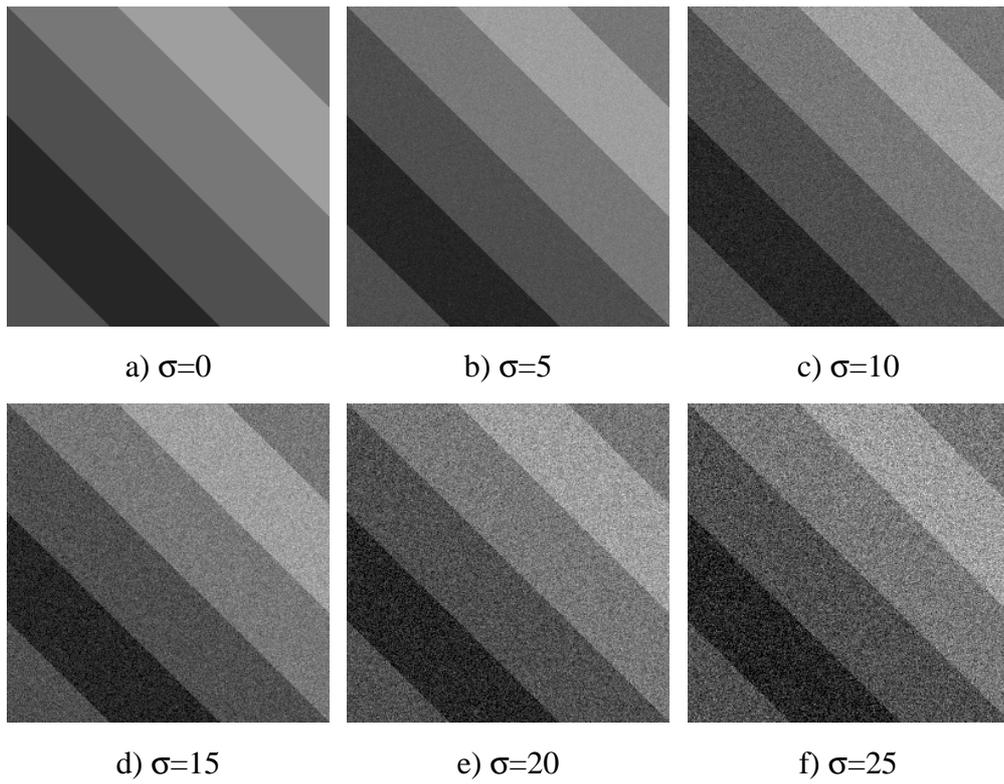


Figura 4. Imagen 1b contaminada con diferentes cantidades de ruido gaussiano.

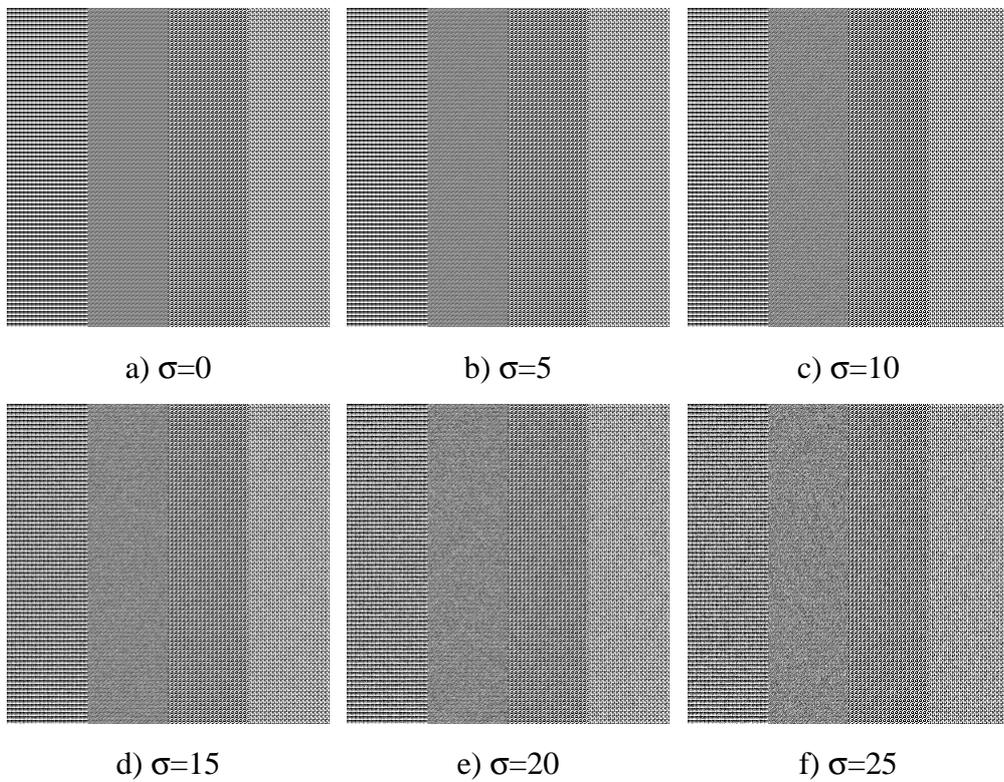
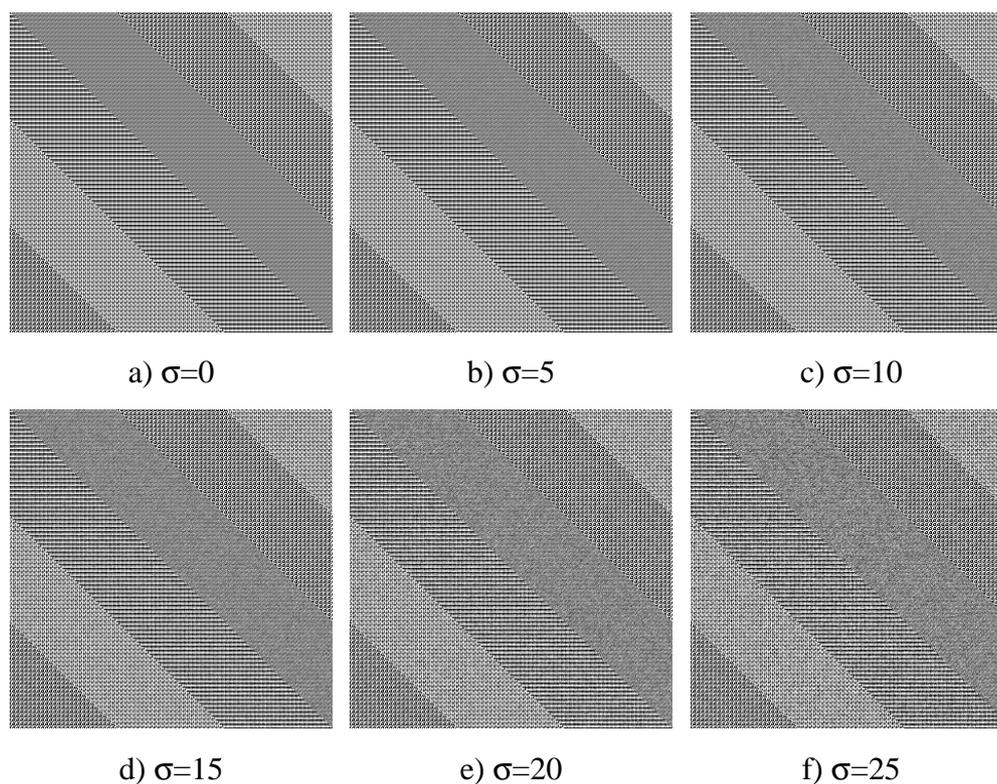


Figura 5. Imagen 1c contaminada con diferentes cantidades de ruido gaussiano.



*Figura 6.* Imagen 1d contaminada con diferentes cantidades de ruido gaussiano.

#### ***A.1.2.2 Ruido impulsivo sal y pimienta.***

Las imágenes de la figura 1 se han contaminado también con ruido impulsivo sal y pimienta. El porcentaje de ruido es la probabilidad de que un pixel sea sustituido por un pixel blanco o negro, al 50%. Los porcentajes de ruido elegidos van desde el 5% al 50%, aumentando de 5% en 5%. Los resultados se muestran en las figuras 7 a 10. De nuevo se incluye la imagen original por facilidad de comparación visual.

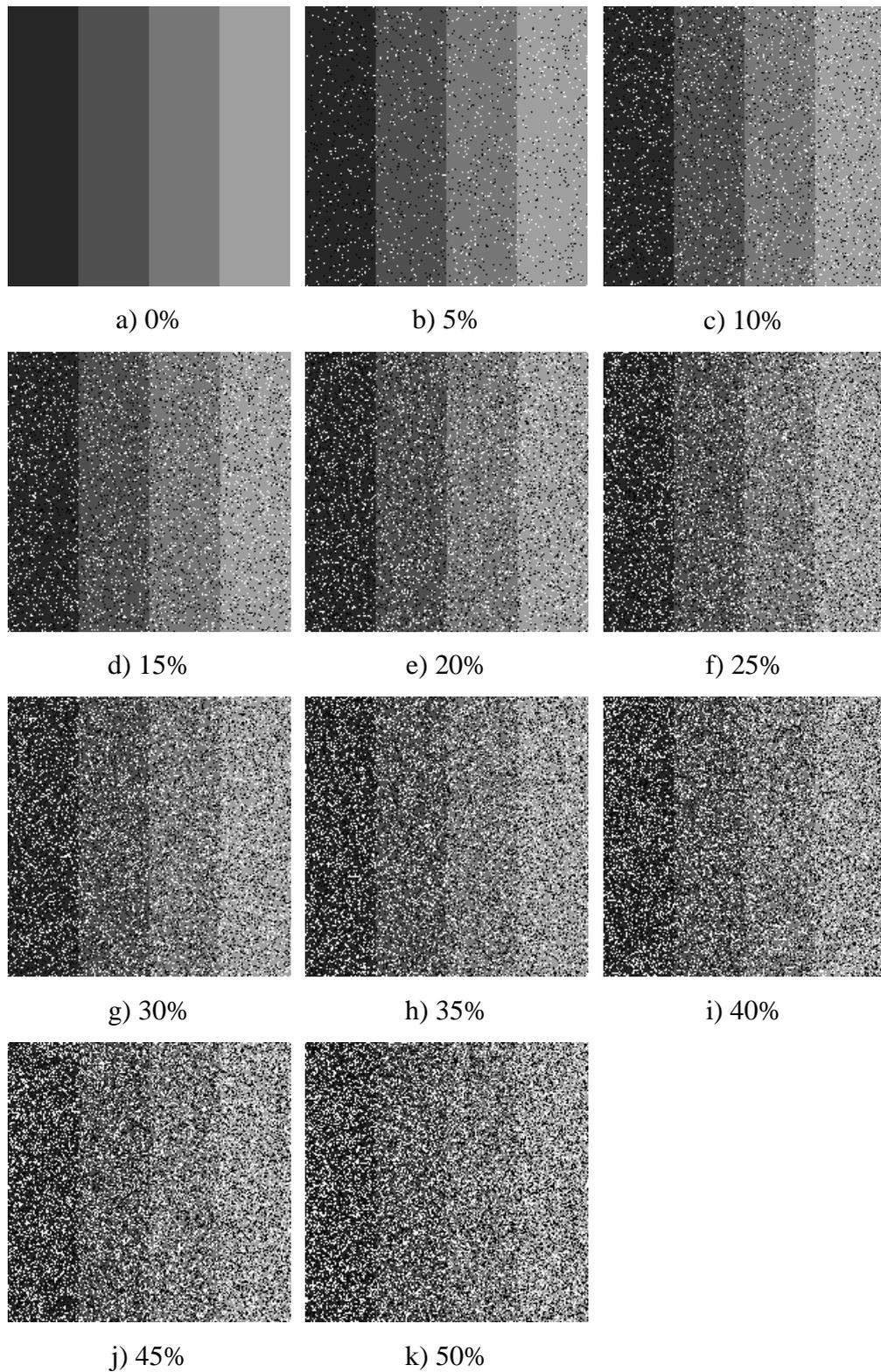
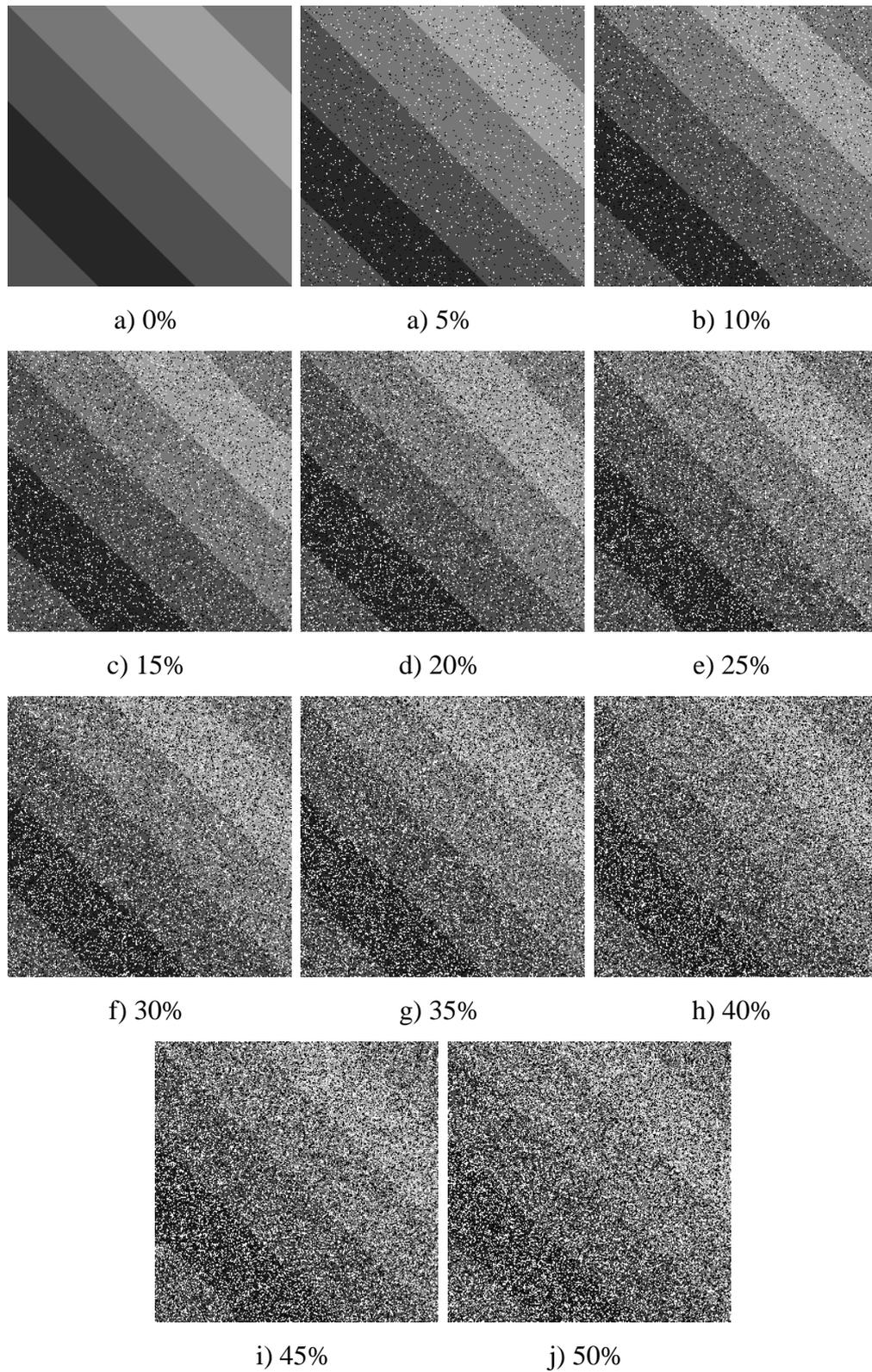


Figura 7. Imagen 1a contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo sal y pimienta.



*Figura 8.* Imagen 1b contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo sal y pimienta.

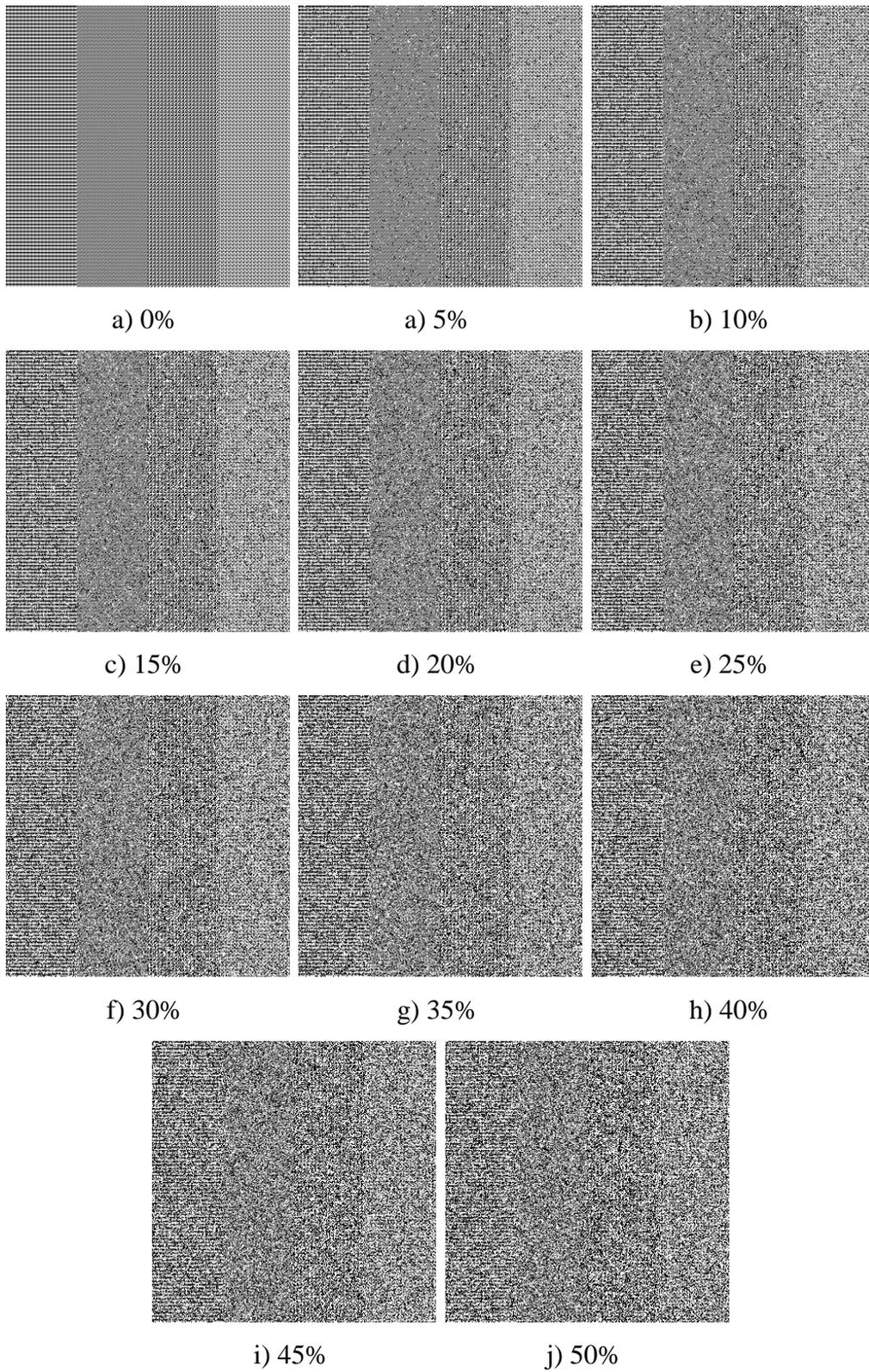
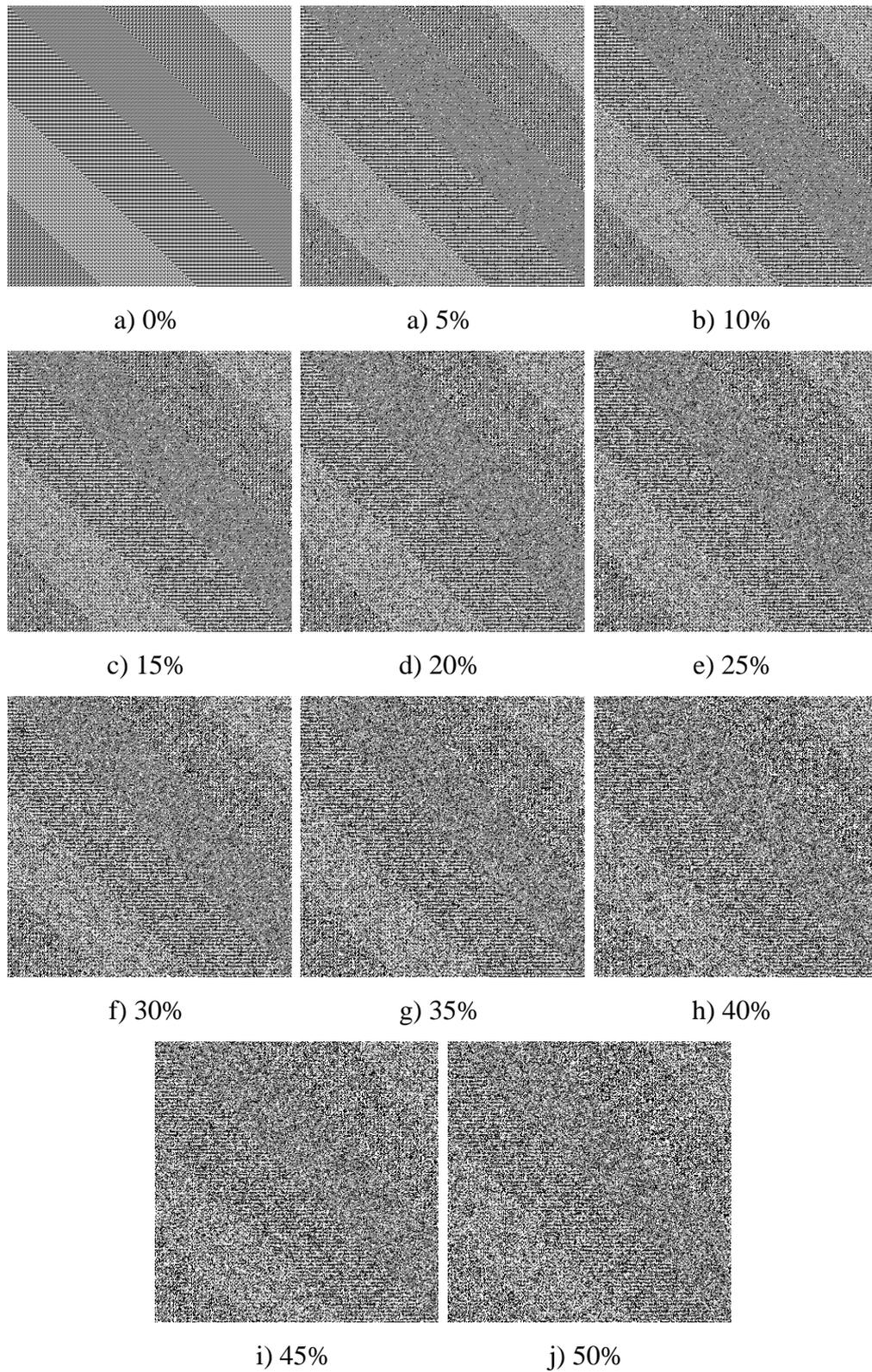


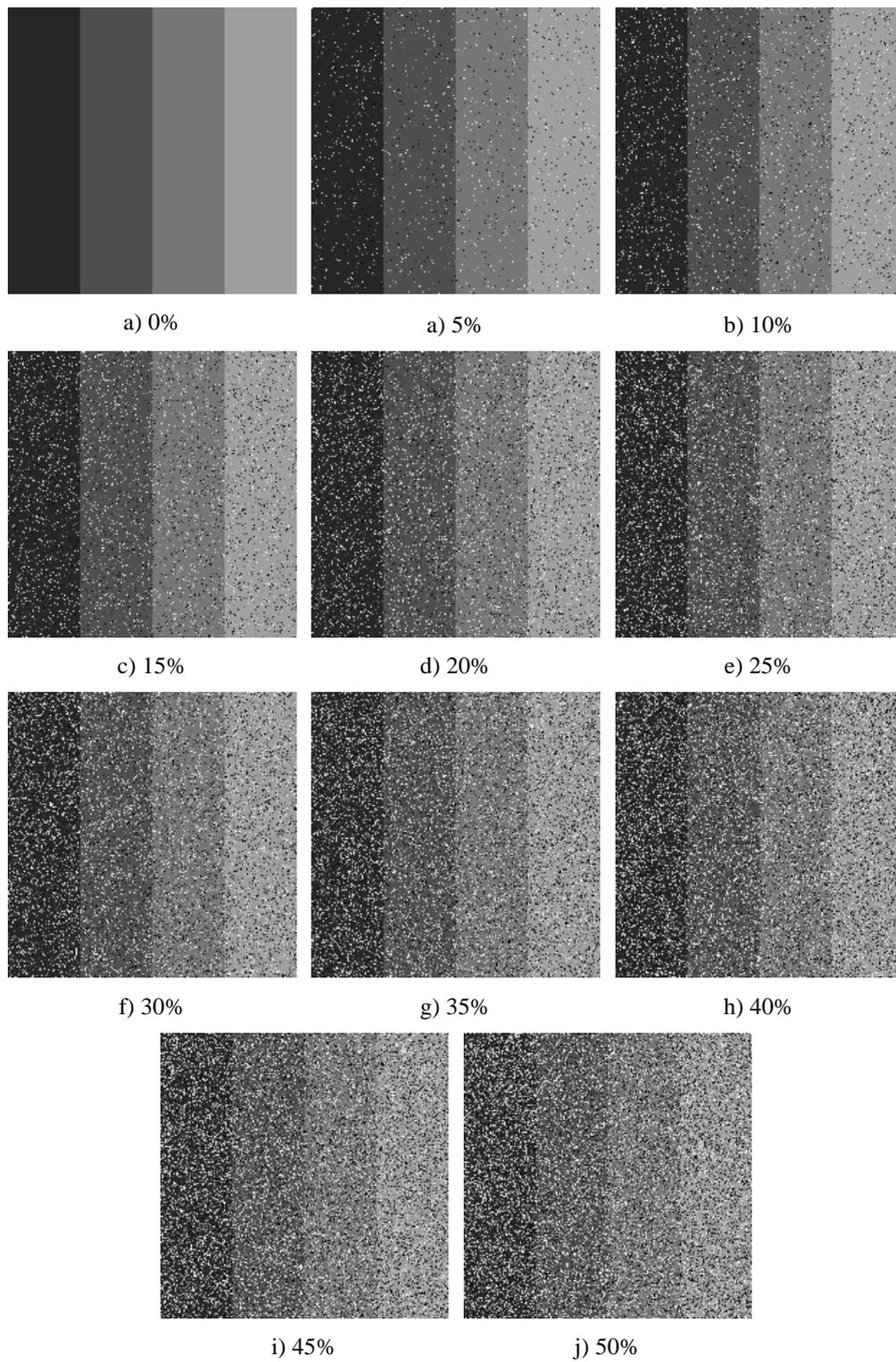
Figura 9. Imagen 1c contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo sal y pimienta.



*Figura 10.* Imagen 1d contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo sal y pimienta.

### ***A.1.2.3 Ruido impulsivo gris uniforme.***

Finalmente, las imágenes de la figura 1 se han contaminado también con ruido impulsivo gris uniforme. El porcentaje de ruido es la probabilidad de que un pixel sea sustituido por un nivel de gris de la escala escogido aleatoriamente, teniendo todos los grises la misma probabilidad de aparición. Los porcentajes de ruido elegidos van desde el 5% al 50%, aumentando de 5% en 5%. Los resultados se muestran en las figuras 11 a 14. De nuevo se incluye la imagen original por facilidad de comparación visual.



*Figura 11.* Imagen 1a contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo uniforme.

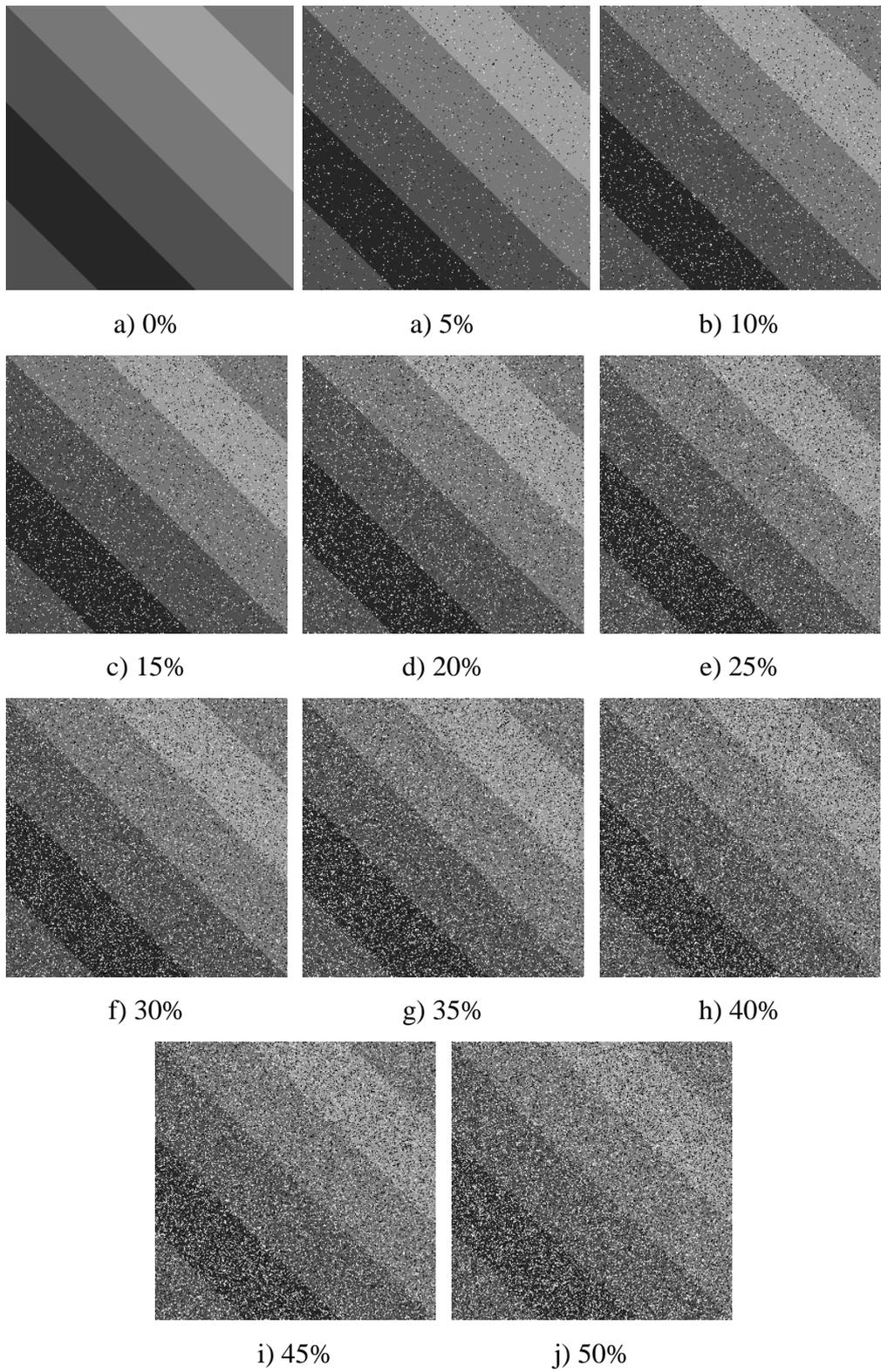
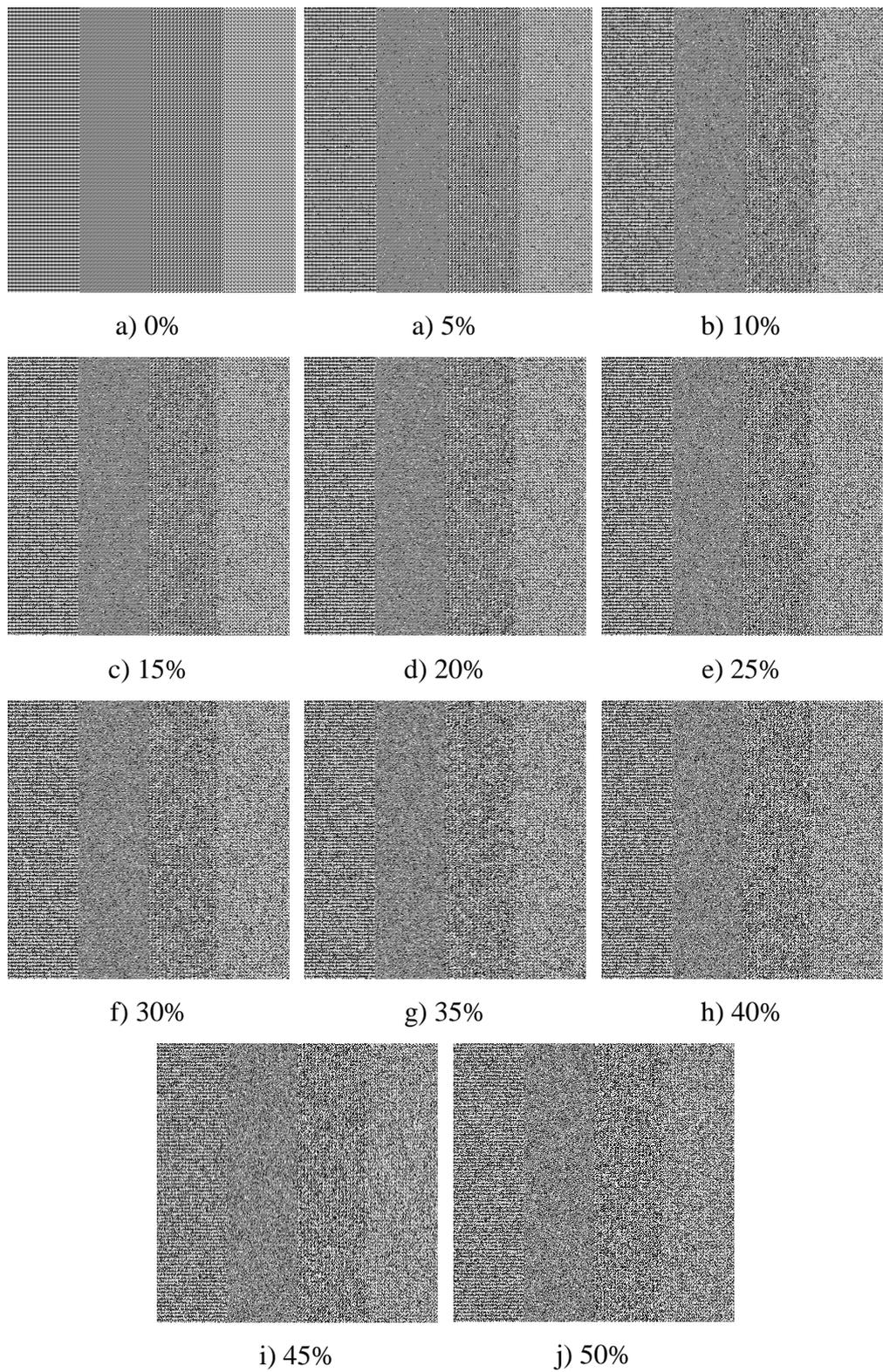


Figura 12. Imagen 1b contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo uniforme.



*Figura 13.* Imagen 1c contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo uniforme.

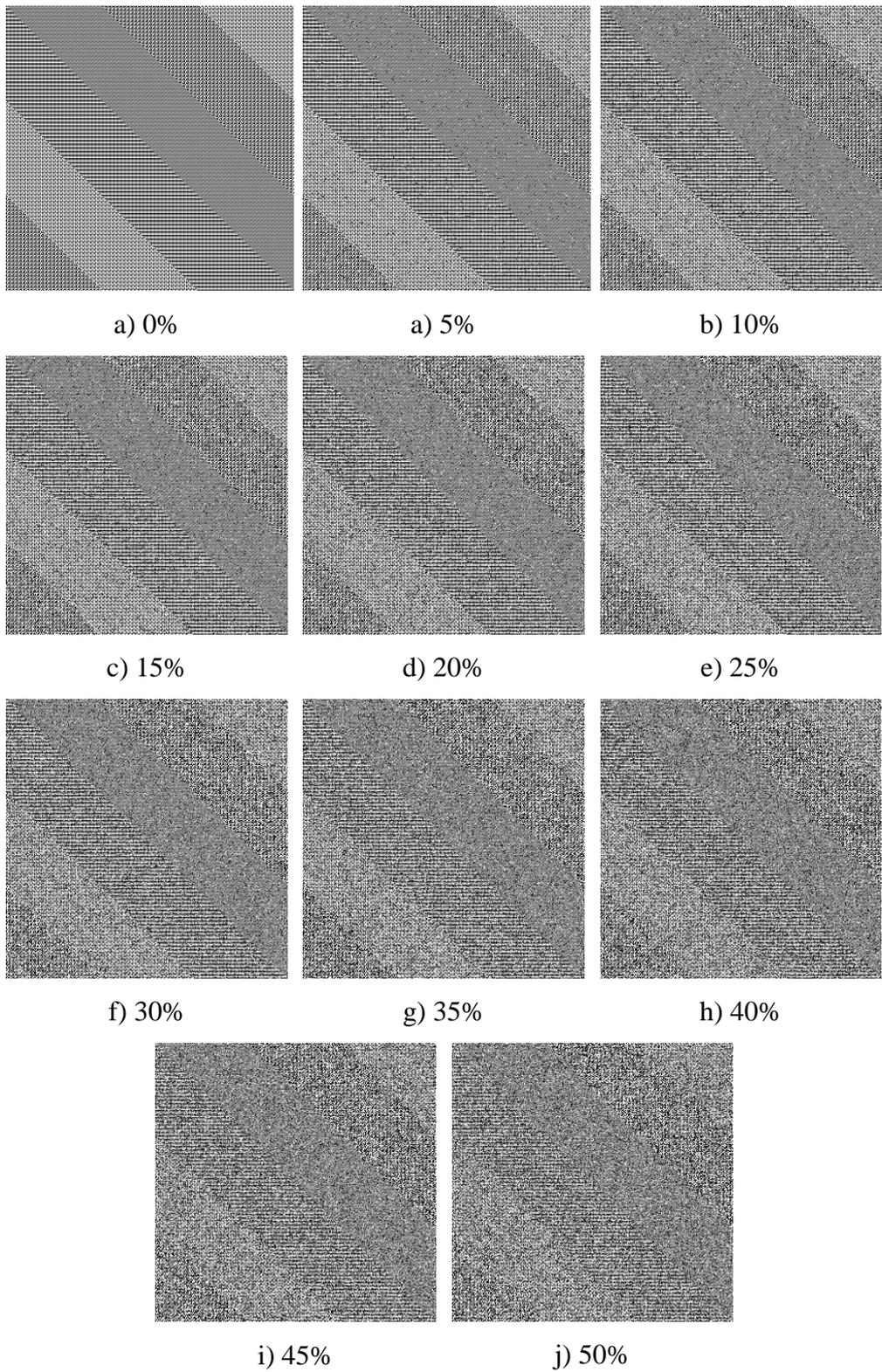


Figura 14. Imagen 1d contaminada con diferentes cantidades de ruido impulsivo uniforme.