

# ALGUNOS DESARROLLOS DE LA TEORÍA DE LOS SIGNIFICADOS SISTÉMICOS<sup>1</sup>

**Juan D. Godino y Vicenç Font**

En el artículo de Godino y Batanero, titulado “Significado institucional y personal de los objetos matemáticos”, publicado en 1994 en la revista *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355, se presentan un sistema de nociones que tratan de dar una respuesta antropológica – pragmatista a la cuestión del significado de los conceptos matemáticos. Tomando como primitiva la noción de situación – problema se introducen las nociones de sistema de prácticas (matemáticas), objetos emergentes de los sistemas de prácticas y significado de un objeto (conceptual) matemático, entendido en términos de los sistemas de prácticas que un sujeto (persona o institución) pone en juego en las cuales el objeto desempeña un papel relevante. Este sistema de nociones se refiere como “Teoría de los significados sistémicos” (TSS).

El papel central dado a la *práctica* matemática (en su versión institucional, esto es, relativa a juegos de lenguaje y formas de vida, Wittgenstein, 1953) y las características que se le atribuyen a dicha noción (acción compartida, situada, intencional, mediada por recursos lingüísticos y materiales) permiten una articulación coherente con otras posiciones teóricas, como el constructivismo social (Ernest, 1998), la socioepistemología (Cantoral y Farfán, 2003), y en general las perspectivas etnomatemáticas y socioculturales en educación matemática (Atweh, Forgasz y Nebres, 2001; Radford, 2006).

La TSS comenzó a elaborarse a partir de presupuestos antropológicos y pragmatistas para el conocimiento matemático, pero intentando articularlos con dos principios que para otros programas de investigación pueden ser considerados incompatibles con los presupuestos mencionados:

- 1) La adopción de la metáfora objetual como recurso de expresión referencial en los fenómenos de cognición. Se opta por aceptar como “inevitable” el lenguaje objetual, pero, teniendo en cuenta las críticas de Wittgenstein a este tipo de lenguaje, se procura evitar el peligro de asumir implícitamente el platonismo.
- 2) El reconocimiento de la dimensión personal (o individual) de la cognición, en interacción dialéctica con la cognición institucional.

Estos principios se concretan en la TSS en las nociones de objeto personal e institucional como emergentes de los sistemas de prácticas.

Las nociones introducidas en 1994 en el artículo citado de Godino y Batanero han sido matizadas y ampliadas con las que se describen en los siguientes apartados<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Anexo al artículo, “Significado institucional y personal de los objetos matemáticos”. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.

<sup>2</sup> Véase Godino, Batanero y Font, (2006).

## 1. Sistemas de prácticas operativas y discursivas ligadas a campos o tipos de problemas

La definición de práctica propuesta inicialmente fue la siguiente:

“Llamamos práctica a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas”.

De manera implícita se supone que la realización de las prácticas se realiza con el soporte y condicionamiento de un conjunto de elementos y factores materiales, biológicos y socioculturales que hacen posible, potencia o limitan el desarrollo de la actividad matemática. Este sistema de elementos podemos describirlo como el “*trasfondo ecológico de las prácticas matemáticas*”.

### *Tipos de significados institucionales*

La relatividad socioepistémica y cognitiva de los significados, entendidos como sistemas de prácticas, y su utilización en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología básica de significados que se resume en la figura 1. Con relación a los significados institucionales se proponen los siguientes tipos:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico<sup>3</sup> del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

### *Tipos de significados personales*

Respecto de los significados personales proponemos los siguientes tipos:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencial el sujeto relativas a un objeto matemático.
- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los *significados iniciales* o previos de los estudiantes y los que *finalmente alcancen*.

---

<sup>3</sup> Wilhelmi, Lacasta y Godino (en prensa)

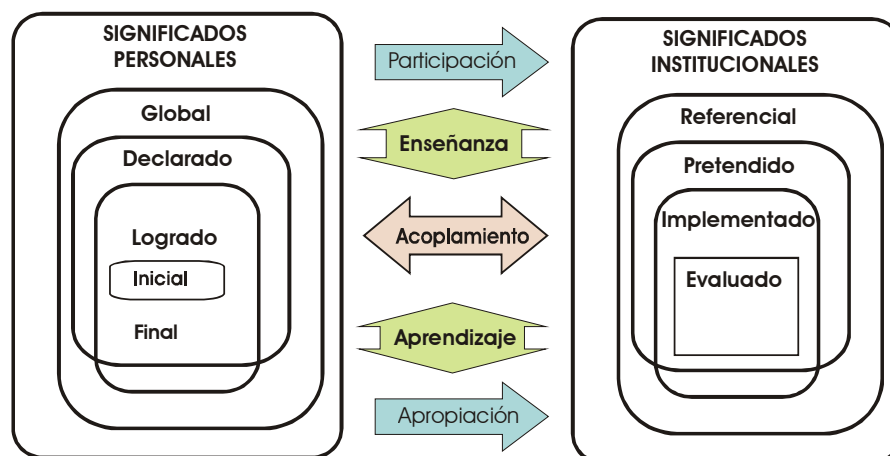


Figura 1: Tipos de significados institucionales y personales

En la parte central de la figura 1 indicamos las relaciones dialécticas entre enseñanza y aprendizaje, que supone el acoplamiento progresivo entre los significados personales e institucionales. Así mismo, la enseñanza implica la participación del estudiante en la comunidad de prácticas que soporta los significados institucionales, y el aprendizaje, en última instancia, supone la apropiación por el estudiante de dichos significados.

## 2. Objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas

En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (conceptos, proposiciones, etc., que evocamos al hacer matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. De los sistemas de prácticas matemáticas operativas y discursivas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y dan cuenta de su organización y estructura<sup>4</sup>. Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”<sup>5</sup>, mientras que si tales sistemas corresponden a una persona los consideramos como “objetos personales”<sup>6</sup>. La noción de emergencia se puede relacionar, desde el punto de vista de los objetos personales, con los procesos cognitivos que Sfard (1991) describe como interiorización, condensación y reificación, mientras que desde el plano institucional se relaciona con los procesos de comunicación, simbolización y regulación. La emergencia de los objetos también está relacionada con la metáfora ontológica (Lakoff y Núñez, 2000), que lleva a considerar acontecimientos, actividades, ideas, etc. como si fueran entidades (objetos, cosas, etc.).

Se propone la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios:

- *Lenguaje* (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...)
- *Situaciones-problemas* (aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, ...)
- *Conceptos- definición* (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...)
- *Proposiciones* (enunciados sobre conceptos, ...)

<sup>4</sup> “El discurso matemático y sus objetos son mutuamente constitutivos” (Sfard, 2000, p. 47)

<sup>5</sup> Esta formulación de los objetos institucionales concuerda con el modo de concebir los “objetos conceptuales culturales” en la semiótica cultural (Radford, 2006): “Los objetos matemáticos son formas conceptuales de actividad reflexiva mediada histórica, social y culturalmente encarnada” (p. 57)

<sup>6</sup> Los “objetos personales” incluyen a los constructos cognitivos tales como concepciones, esquemas, representaciones internas, etc.

- *Procedimientos* (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- *Argumentos* (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...).

A su vez estos objetos se organizan en entidades más complejas: sistemas conceptuales, teorías, ...

Los seis tipos de entidades primarias postuladas amplían la tradicional distinción entre entidades conceptuales y procedimentales, al considerarlas insuficientes para describir los objetos intervinientes y emergentes de la actividad matemática. También se amplía el “triángulo epistemológico” (Steinbring, 2006) (signo/símbolo, objeto/contexto de referencia, concepto), especialmente al problematizar la noción de concepto e interpretar el “objeto/contexto de referencia” en términos de situaciones – problemas. Las situaciones-problemas son el origen o razón de ser de la actividad; el lenguaje representa las restantes entidades y sirve de instrumento para la acción; los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan los conceptos entre sí.

La consideración de una entidad como primaria no es una cuestión absoluta sino que es relativa, puesto que se trata de entidades funcionales y relativas a los juegos de lenguaje (marcos institucionales y contextos de uso) en que participan; tienen también un carácter recursivo, en el sentido de cada objeto, dependiendo del nivel de análisis, puede estar compuesto por entidades de los restantes tipos (un argumento, por ejemplo, puede poner en juego conceptos, proposiciones, procedimientos, etc.)

### **3. Configuraciones de objetos y procesos matemáticos**

La noción de “sistema de prácticas” es útil para ciertos análisis de tipo macrodidáctico, particularmente cuando se trata de comparar la forma particular que adoptan los conocimientos matemáticos en distintos marcos institucionales, contextos de uso o juegos de lenguaje. Para un análisis más fino de la actividad matemática es necesario introducir los seis tipos de entidades primarias comentadas anteriormente: situaciones, lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. En cada caso, estos objetos estarán relacionados entre sí formando *configuraciones* (Fig. 2), definidas como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos. Estas configuraciones pueden ser *epistémicas* (redes de objetos institucionales) o *cognitivas* (redes de objetos personales). Los sistemas de prácticas y las configuraciones se proponen como herramientas teóricas para describir los conocimientos matemáticos, en su doble versión, personal e institucional.

La constitución de estos objetos y relaciones (configuraciones), tanto en su faceta personal como institucional, tiene lugar a lo largo del tiempo mediante procesos matemáticos, los cuales son interpretados como “secuencias de prácticas”. Los objetos matemáticos emergentes constituyen la cristalización o reificación resultante de tales procesos (dialéctica instrumento – objeto de Douady, 1986; dualidad objeto – proceso de Sfard, 1991).

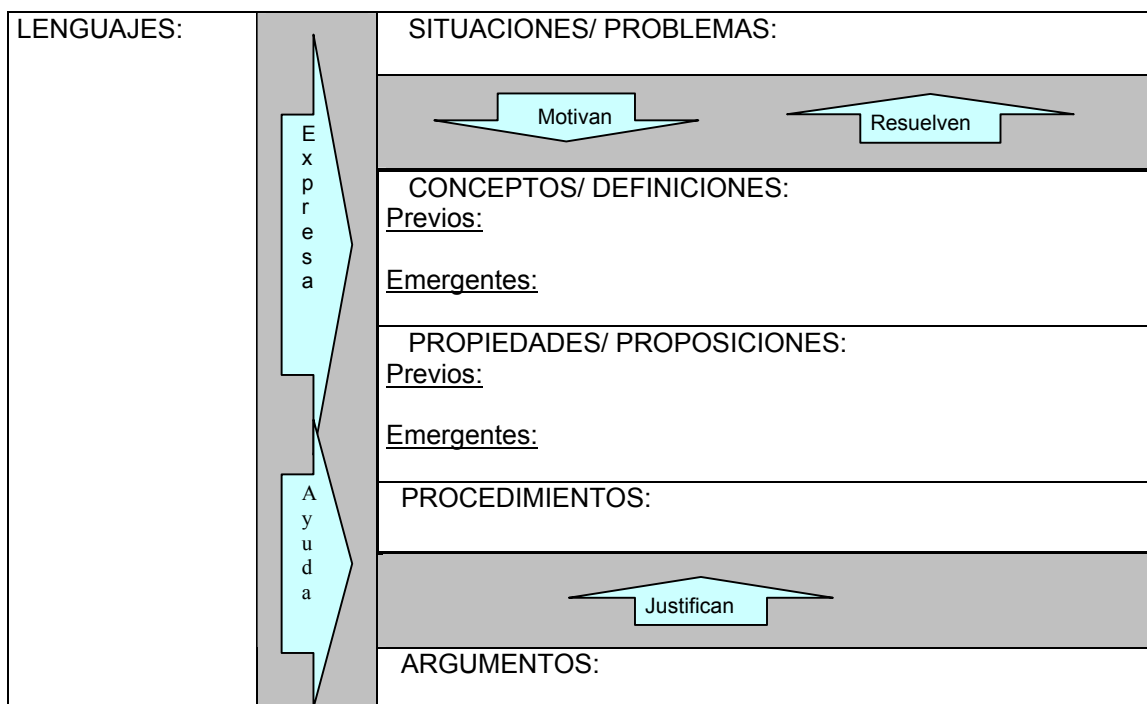


Fig 2. Componentes y relaciones en una configuración epistémica/ cognitiva

Nuestra manera de interpretar los procesos matemáticos como secuencias de prácticas, en correspondencia con los tipos de objetos matemáticos primarios, nos proporciona criterios para categorizar los procesos. La constitución de los objetos lingüísticos, problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos primarios, de comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (algoritmización, rutinización, ...) y argumentación.

La *resolución de problemas*, y de manera más general, la *modelización* debe ser considerada más bien como “hiper-procesos” matemáticos, al implicar configuraciones complejas de los procesos matemáticos primarios (establecimiento de *conexiones* entre los objetos y *generalización* de técnicas, reglas y justificaciones). La realización efectiva de los procesos de estudio requiere, además, la realización de secuencias de prácticas de planificación, control y evaluación (*supervisión*) que conllevan procesos meta-cognitivos.

Como respuesta final – abierta a revisión y refinamiento – a la cuestión epistemológica y cognitiva sobre la naturaleza y origen de los conceptos matemáticos, proponemos el par (*sistema de prácticas, configuración*), entendiendo, además, que tanto los sistemas de prácticas como las configuraciones son relativas y dependientes de los marcos institucionales, contextos de uso y juegos de lenguaje.

#### REFERENCIAS:

- Atweh, B., Forgasz, H. y Nebres, B. (2001). *Sociocultural research on mathematics education. An international perspective*. London: Lawrence Erlbaum
- Cantoral, R. y Farfán, R. M. (2003). Matemática educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6 (1), 27-40.

- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. New York: SUNY.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2006). The Onto-Semiotic approach to research in Mathematics Education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Vol. 38. [Versión ampliada en español, Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Disponible en Internet: [http://www.ugr.es/local/jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm)]
- Lakoff, G. y Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
- Radford, L. (2006). The anthropology of meaning. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2): 39-65
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22: 1-36.
- Sfard, A. (2000). Symbolizing mathematical reality into being – Or how mathematical discourse and mathematical objects create each other. En, P. Cobb, E. Yackel y K. McCain (Eds), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classroom* (pp. 37-97). London: LEA.
- Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2): 133-162.
- Wilhelmi, M. R., Lacasta, E. y Godino, J. D. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (aceptado)