

Síntesis del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas

Juan D. Godino
Universidad de Granada

Para citar:

Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas.

Universidad de Granada. Disponible en,

http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf

Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática

Un marco teórico integrativo para la Didáctica de la Matemática

<http://www.ugr.es/local/jgodino>

<http://www.ugr.es/local/batanero>

<http://webs.ono.com/vicencfont/>

Esquema

- Motivación
- Supuestos de partida
- Centro de atención: Análisis didáctico de procesos de enseñanza y aprendizaje
- Fases, facetas, componentes y niveles de análisis didáctico
- Herramientas teóricas del EOS
- Concordancias y complementariedades
- Ejemplos de aplicación

Motivación

- El Enfoque Ontosemiótico (EOS) es un marco teórico que ha surgido en el seno de la Didáctica de las Matemáticas, con el propósito de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje.
- Con dicho fin se adopta una perspectiva global, teniendo en cuenta las diversas dimensiones implicadas y las interacciones entre las mismas.

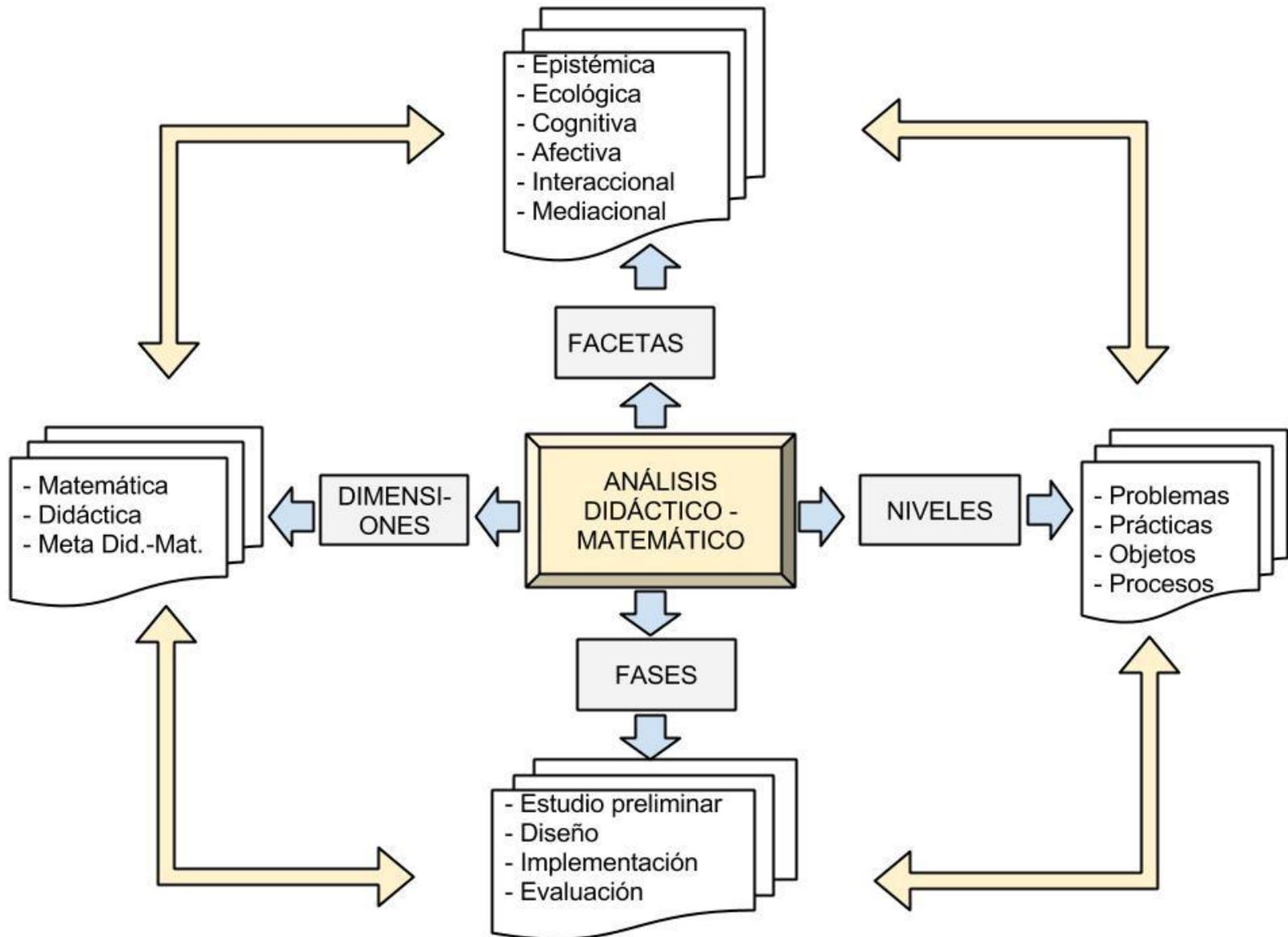
Supuestos

- Se propone un modelo epistemológico sobre las matemáticas basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales (Bloor, 1983; Chevallard, 1992; Radford, 2006);
- Un modelo de cognición matemática - sobre bases semióticas (Eco, 1976; Hjelmslev, 1943; Peirce, 1931-58);
- Un modelo instruccional - sobre bases socio-constructivistas (Ernest, 1998; Brousseau, 1998);
- Un modelo sistémico – ecológico (Morin, 1977) que relaciona las anteriores dimensiones entre sí y con el trasfondo biológico, material y sociocultural (Maturana y Varela, 1984) en que tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática.

El EOS se apoya y nutre de aportaciones de las diversas disciplinas y tecnologías interesadas en la cognición humana:

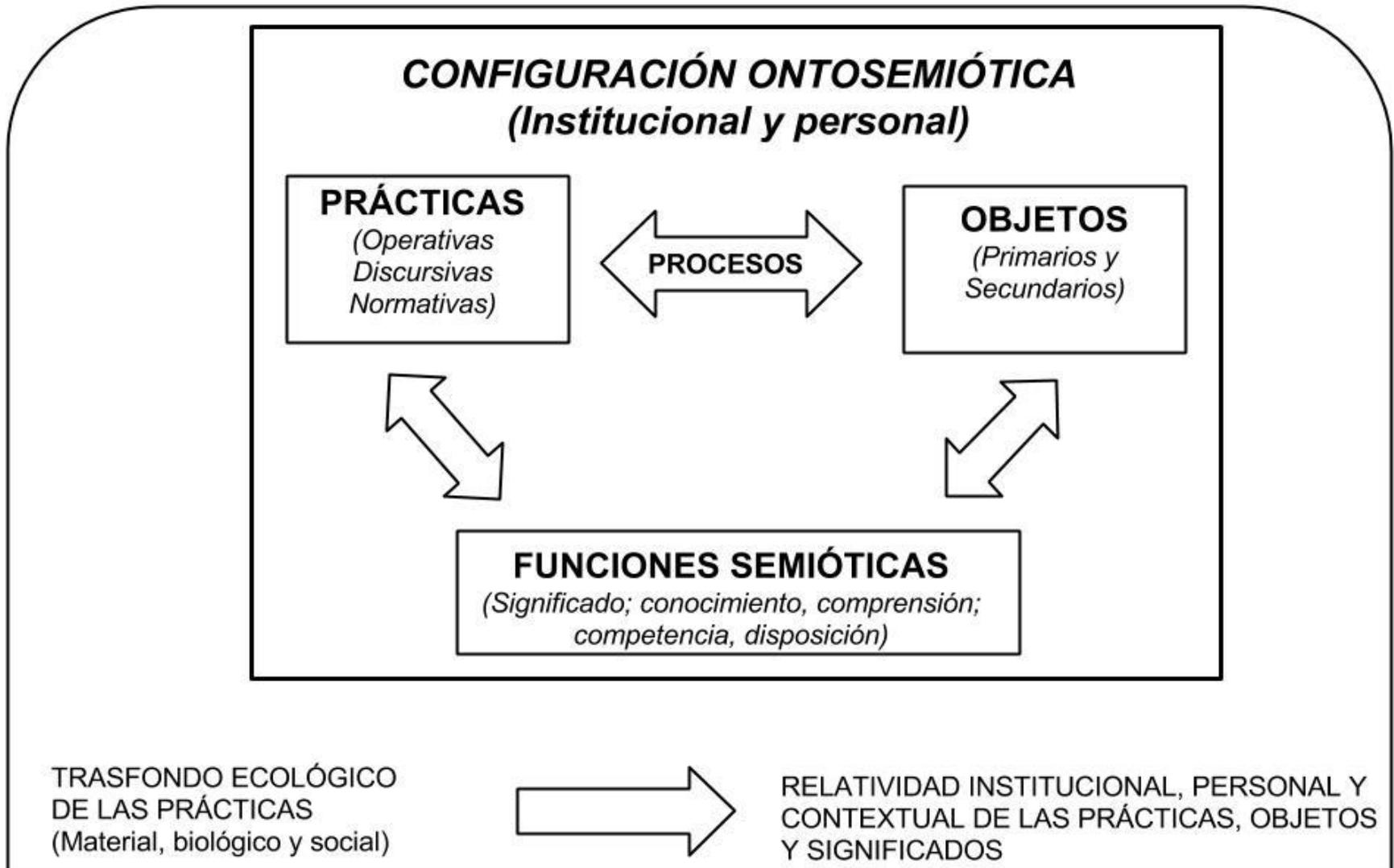
- epistemología,
- psicología,
- sociología,
- semiótica, ...,
- Ciencias de la Educación (difusión y desarrollo del conocimiento en las instituciones educativas).

Focos de atención del análisis didáctico - matemático



DIMENSIÓN MATEMÁTICA

Entidades primarias de la ontología y epistemología EOS



Sistemas de prácticas operativas y discursivas ligadas a campos o tipos de problemas

- Consideramos *práctica matemática* a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994, p. 334).
- Las prácticas pueden ser idiosincrásicas de una persona (prácticas personales) o compartidas en el seno de una institución (prácticas institucionales).

- Una **institución** está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; el compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales que suelen tener rasgos particulares, y son generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en la misma, sus reglas y modos de funcionamiento.
- Las instituciones se conciben como “**comunidades de prácticas**”, e incluyen, por tanto, las culturas, grupos étnicos y contextos socioculturales.
- Se asume, por tanto, el postulado antropológico de la **relatividad socioepistémica** de los sistemas de prácticas, de los objetos emergentes y los significados.

Significados sistémico/pragmáticos

- ¿Qué es el objeto matemático media aritmética?, ¿qué significa o representa la expresión “media aritmética”?, se propone como respuesta, ***“el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problemas en los cuales se requiere encontrar un representante de un conjunto de datos”***.
- Inicialmente usamos la expresión ‘objeto matemático’ como sinónimo de ‘concepto matemático’.
- Más adelante extendemos el uso para indicar cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo, que interviene de algún modo en la actividad matemática.

Significados sistémicos



La matemática como práctica personal e institucional: Significados sistémicos

ARTÍCULOS:

- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). [Significado institucional y personal de los objetos matemáticos](#). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.

Objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas

- En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (conceptos, proposiciones, etc., que evocamos al hacer matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual.
- De los sistemas de prácticas matemáticas operativas y discursivas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y dan cuenta de su organización y estructura.
- Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si tales sistemas corresponden a una persona los consideramos como “objetos personales”.

- Los seis tipos de entidades primarias postuladas amplían la tradicional distinción entre entidades conceptuales y procedimentales, al considerarlas insuficientes para describir los objetos intervinientes y emergentes de la actividad matemática.
- Las situaciones-problemas son el origen o razón de ser de la actividad; el lenguaje representa las restantes entidades y sirve de instrumento para la acción; los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan los conceptos entre sí.

Atributos contextuales

Personal – institucional:

- Si los sistemas de prácticas son compartidas en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como “objetos personales” (Godino y Batanero, 1994, p. 338).
- La “cognición personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la “cognición institucional” es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas.

Ostensivo – no ostensivo:

- Se entiende por ostensivo cualquier objeto que es público y que, por tanto, se puede mostrar a otro. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no-ostensiva (no perceptibles por sí mismos).
- Ahora bien, cualquiera de estos objetos se usa en las prácticas públicas por medio de sus ostensivos asociados (notaciones, símbolos, gráficos, ...).
- Esta clasificación entre ostensivo y no ostensivo es relativa al juego de lenguaje en que participan. El motivo es que un objeto ostensivo puede ser también pensado, imaginado por un sujeto o estar implícito en el discurso matemático (por ejemplo, el signo de multiplicar en la notación algebraica).

Extensivo – intensivo (ejemplar - tipo):

- Un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular (un ejemplo específico, p.e., la función $y = 2x + 1$) y una clase más general (p.e., la familia de funciones $y = mx + n$).
- La dualidad extensivo-intensivo se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos (Contreras y cols, 2005).
- Esta dualidad permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático.

Unitario – sistémico:

- En algunas circunstancias los objetos matemáticos participan como entidades unitarias (que se suponen son conocidas previamente), mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio.
- En el estudio de la adición y sustracción, en los últimos niveles de educación primaria, el sistema de numeración decimal (decenas, centenas,...) se considera como algo conocido y en consecuencia como entidades unitarias (elementales).
- Estos mismos objetos, en el primer curso tienen que ser considerados de manera sistémica para su aprendizaje.

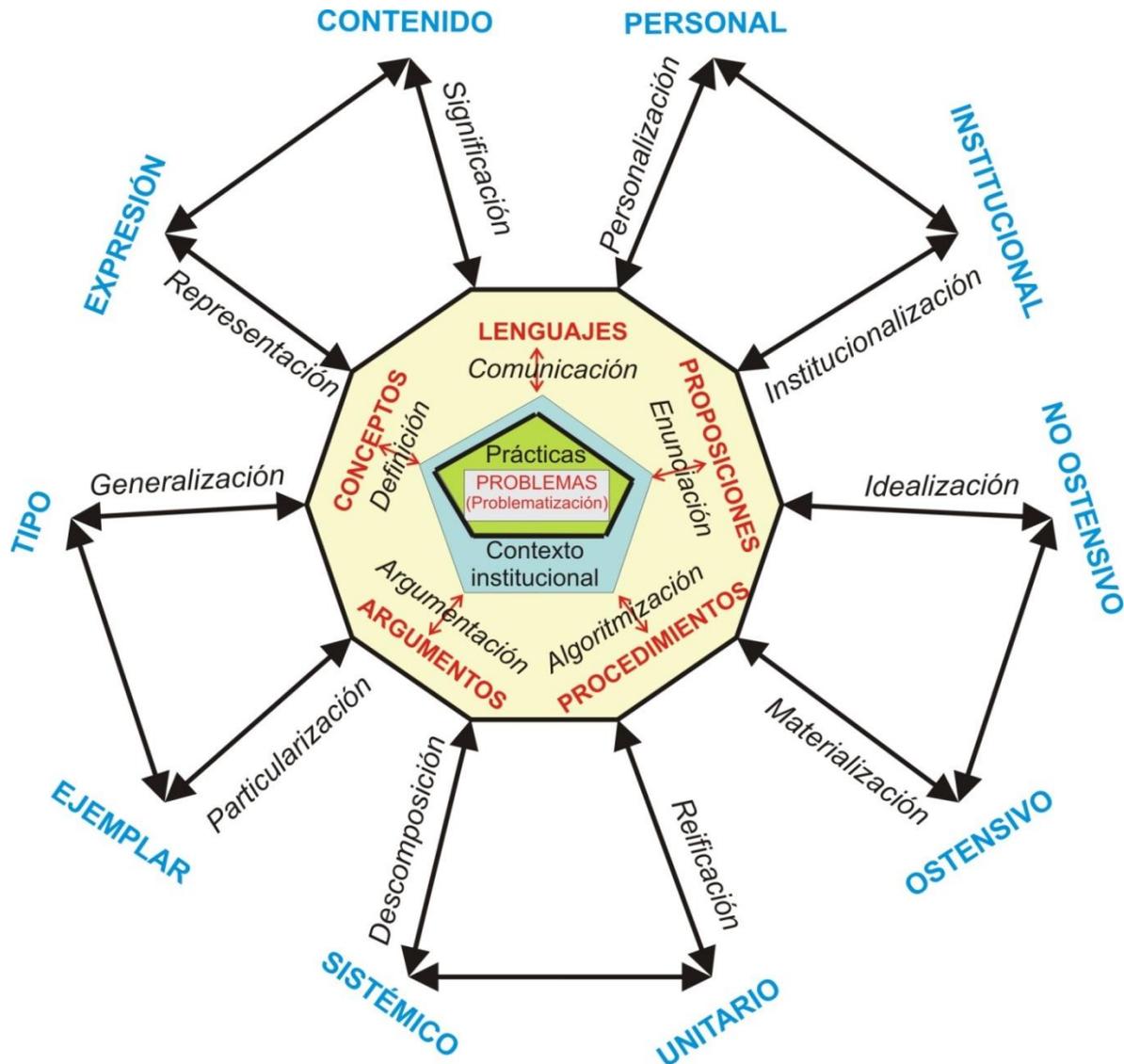
Expresión – contenido: antecedente y consecuente de cualquier función semiótica.

- La actividad matemática y los procesos de construcción y uso de los objetos matemáticos se caracterizan por ser esencialmente relacionales.
- Los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unos con otros.
- La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un *antecedente* (expresión, significante) y un *consecuente* (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto *criterio o código de correspondencia*

Procesos

- La emergencia de los objetos de la configuración (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos de: **comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (algoritmización, rutinización, ...)** y **argumentación**.
- Por otra parte, las dualidades dan lugar a los siguientes procesos cognitivos/ epistémicos:
 - **institucionalización – personalización;**
 - **generalización – particularización;**
 - **análisis/descomposición – síntesis/reificación;**
 - **materialización /concreción – idealización/ abstracción;**
 - **expresión/representación – significación.**

Configuración ontosemiótica



Comprensión, competencia y conocimiento

- Básicamente hay dos maneras de entender la "comprensión": como proceso mental o como competencia. Estos dos puntos de vista responden a concepciones epistemológicas que, como mínimo, son divergentes, por no decir que están claramente enfrentadas.
- Los enfoques cognitivos en la Didáctica de las Matemáticas, en el fondo, entienden la comprensión como "proceso mental".
- Los posicionamientos pragmatistas del EOS, en cambio, llevan a entender, de entrada, la comprensión básicamente como competencia y no tanto como proceso mental: **se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas.**

Comprensión/ conocimiento y funciones semióticas

- Podemos interpretar la comprensión de un objeto O por parte de un sujeto X (sea individuo o institución) en términos de las funciones semióticas que X puede establecer, en unas circunstancias fijadas, en las que se pone en juego O como fectivo (expresión o contenido).
- Cada función semiótica implica un acto de semiosis por un agente interpretante y constituye un conocimiento.
- Hablar de conocimiento equivale a hablar del contenido de una (o muchas) función semiótica, resultando una variedad de tipos de conocimientos en correspondencia con la diversidad de funciones semióticas que se pueden establecer entre las diversas entidades introducidas en el modelo.

ARTÍCULOS:

- Godino, J. D. (2002). [Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática](#). *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3): 237-284.
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82:97–124.

DIMENSIÓN DIDÁCTICA

Problemas, prácticas, procesos y objetos didácticos

Problemas didácticos:

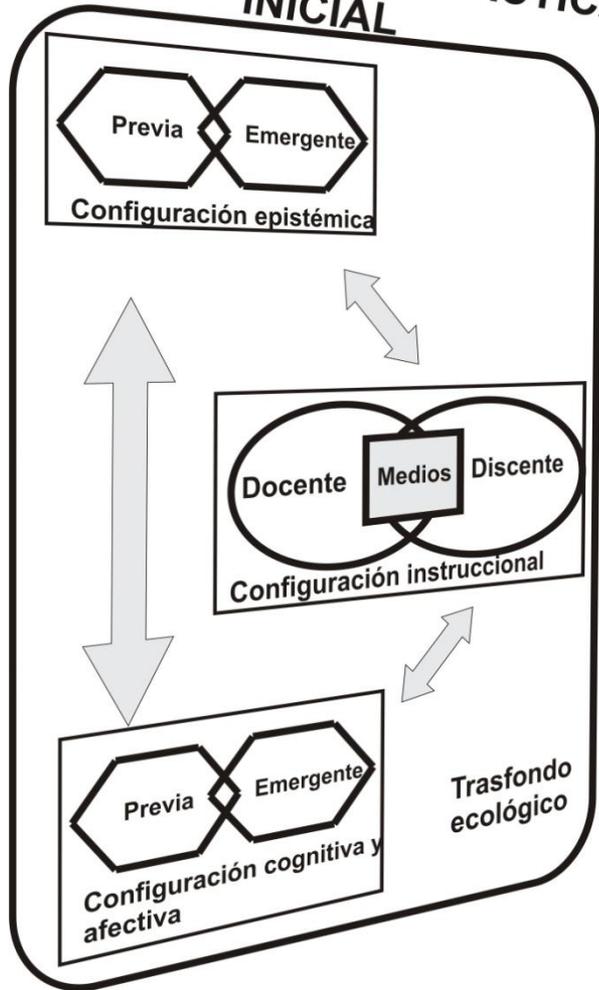
- ¿Qué contenido enseñar en cada contexto y circunstancia?
 - ¿Cómo distribuir en el tiempo los distintos componentes y facetas del contenido a enseñar?
 - ¿Cómo planificar, controlar y evaluar el proceso de estudio y aprendizaje en cada circunstancia?
 - ¿Qué factores condicionan el estudio y el aprendizaje?, etc.
- En este caso, las acciones (***prácticas didácticas***) que se pongan en juego, su secuenciación (***procesos didácticos***) y los objetos emergentes de tales sistemas de prácticas (***objetos didácticos***) serán diferentes respecto del caso de la solución de problemas matemáticos.

Teoría de las Configuraciones Didácticas

- Modelizamos la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales.
- Como unidad primaria de análisis didáctico se propone la *configuración didáctica*, constituida por las interacciones profesor-alumno a propósito de un objeto o contenido matemático y usando unos recursos materiales específicos.
- El proceso de instrucción sobre un contenido o tema matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas.

Objetos y procesos didácticos

CONFIGURACIÓN DIDÁCTICA INICIAL

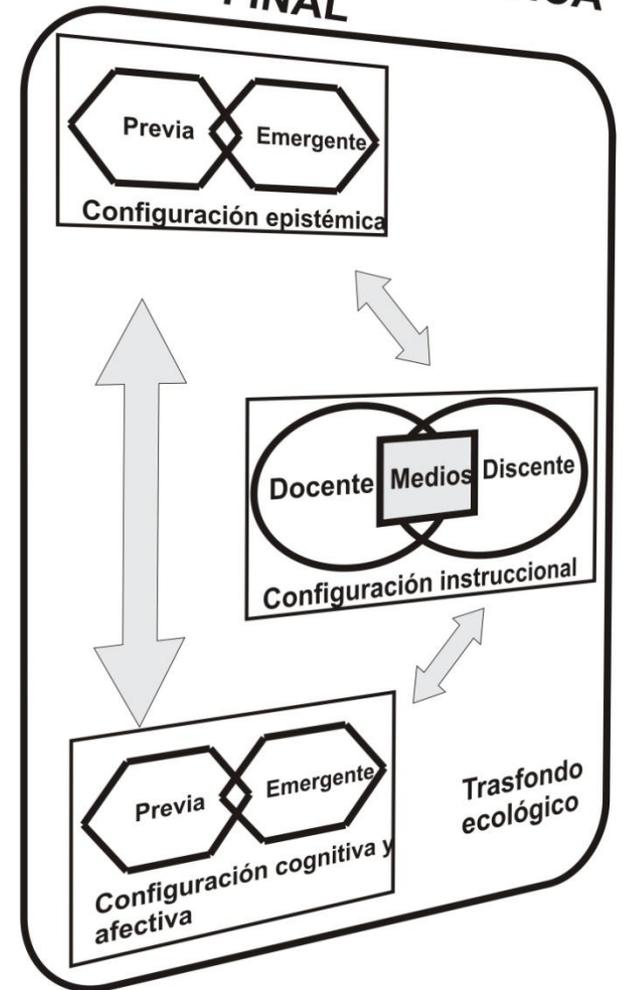


TRAYECTORIA DIDÁCTICA

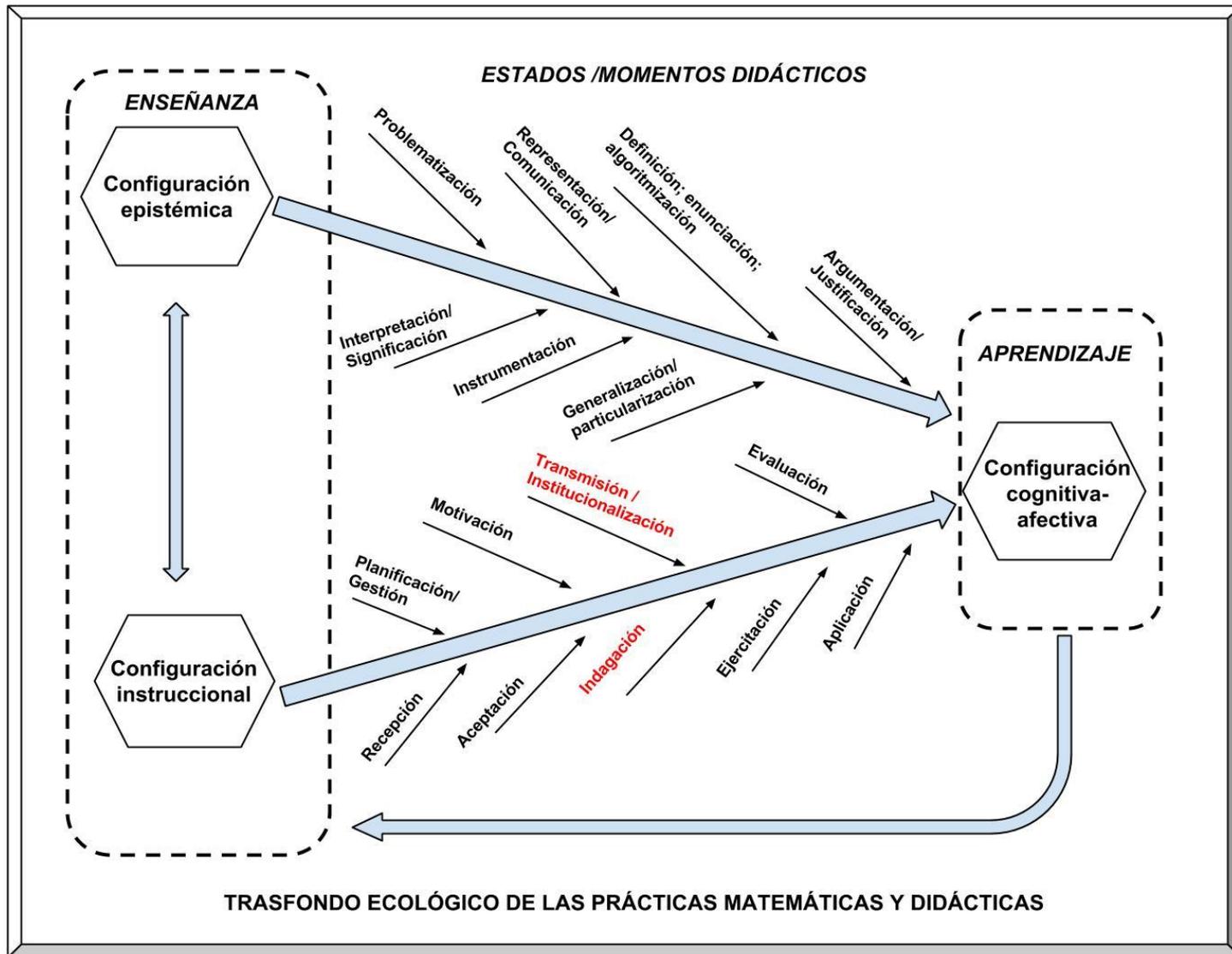
Subtrayectorias:

Epistémica, cognitiva, afectiva
instruccional (docente, discente
mediacional)

CONFIGURACIÓN DIDÁCTICA FINAL



Componentes y dinámica interna de una configuración didáctica



ARTÍCULO:

- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). [Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática](#). *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.

DIMENSIÓN META-DIDÁCTICO - MATEMÁTICO

Dimensión metadidáctica

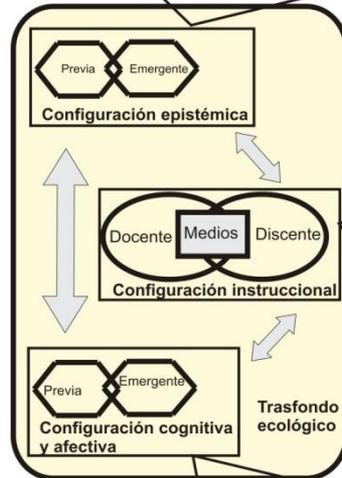
Concepciones, creencias, reflexiones (generalmente implícitas) sobre las matemáticas escolares que motivan la elección de los conocimientos que se implementan en los procesos de estudio.

CONFIGURACIÓN METAEPISTÉMICA

- Las definiciones deben ser claras, precisas y no incluir lo que se define.
- Los teoremas se deducen de los postulados o teoremas previamente establecidos
- Hay que distinguir entre comprobar y demostrar una proposición
- ...

Concepciones, creencias, reflexiones (generalmente implícitas) sobre el proceso de instrucción que motivan la elección de determinados recursos y modos de interacción

CONFIGURACIÓN DIDÁCTICA



CONFIGURACIÓN METAINSTRUCCIONAL

- Hay que procurar cumplir la planificación de la instrucción
- El desarrollo de la instrucción se debería controlar
- Se debe tratar de conseguir la mayor idoneidad instruccional posible
- ...

CONFIGURACIÓN METACOGNITIVA

METACOGNICIÓN MATEMÁTICA:

- Para resolver un problema debería,
- comprender el problema
 - concebir un plan
 - ejecutar el plan
 - revisar la solución obtenida
 - ...

METACOGNICIÓN DIDÁCTICA:

- El profesor debe resolverme las dudas
- El profesor debe informarme de los criterios de evaluación
-

Componente normativo

- El tema de las normas ha sido objeto de investigación en Didáctica de las Matemáticas, principalmente por los autores que basan sus trabajos en el interaccionismo simbólico (Blumer, 1969), introduciendo nociones como patrones de interacción, normas sociales y sociomatemáticas (Cobb y Bauersfeld, 1995; Yackel y Cobb, 1996).
- La noción de contrato didáctico ha sido desarrollada por Brousseau y constituye una pieza clave en la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998).
- En ambos casos, se trata de tener en cuenta las normas, hábitos y convenciones generalmente implícitas que regulan el funcionamiento de la clase de matemáticas, concebida como “microsociedad”, que condicionan en mayor o menor medida los conocimientos que construyen los estudiantes.

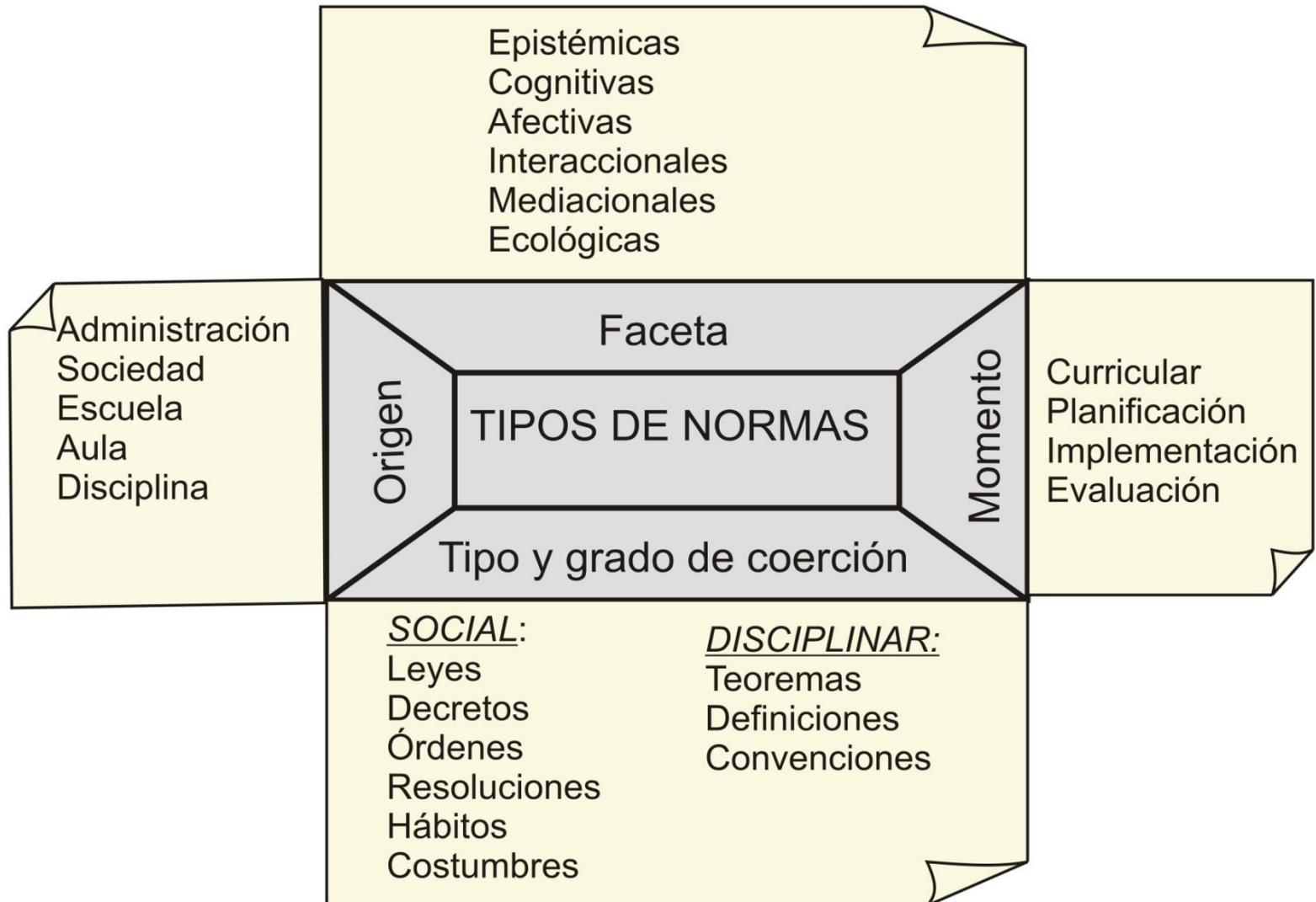
- El foco de atención, en estas aproximaciones, ha sido principalmente las interacciones entre profesor y estudiantes cuando abordan el estudio de temas matemáticos específicos.
- Pensamos que tanto el “contrato interaccionista”, como el “brouseauniano”, constituyen visiones parciales del complejo sistema de normas sobre las cuales se apoyan - y al mismo tiempo restringen - la educación en general y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular.
- En Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009) se aborda el estudio sistemático y global de estas nociones teóricas desde la perspectiva unificada del conocimiento y la instrucción matemática que proporciona el EOS, tratando de identificar sus conexiones mutuas y complementariedades, así como el reconocimiento de nuevos tipos de normas que faciliten el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Interés del reconocimiento de normas

La identificación de las diferentes facetas de la dimensión normativa (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica) permite:

- Valorar la pertinencia de las intervenciones de profesores y alumnos teniendo en cuenta el conjunto de normas, y su tipología, que condicionan la enseñanza y los aprendizajes.
- Sugerir cambios en los tipos de normas que ayuden a mejorar el funcionamiento y control de los sistemas didácticos, con vistas a una evolución de los significados personales hacia los significados institucionales pretendidos.

Componente normativo



ARTÍCULOS:

- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76.
- D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007). [La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas](#). *Paradigma*, Vol. XXVIII, Nº 2, 49-77.
- Assis, A., Godino, J. D. y Frade, C. (2012). As dimensões normativa e metanormativa em um contexto de aulas exploratório-investigativas. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa- RELIME*, 15 (2), 171-198.

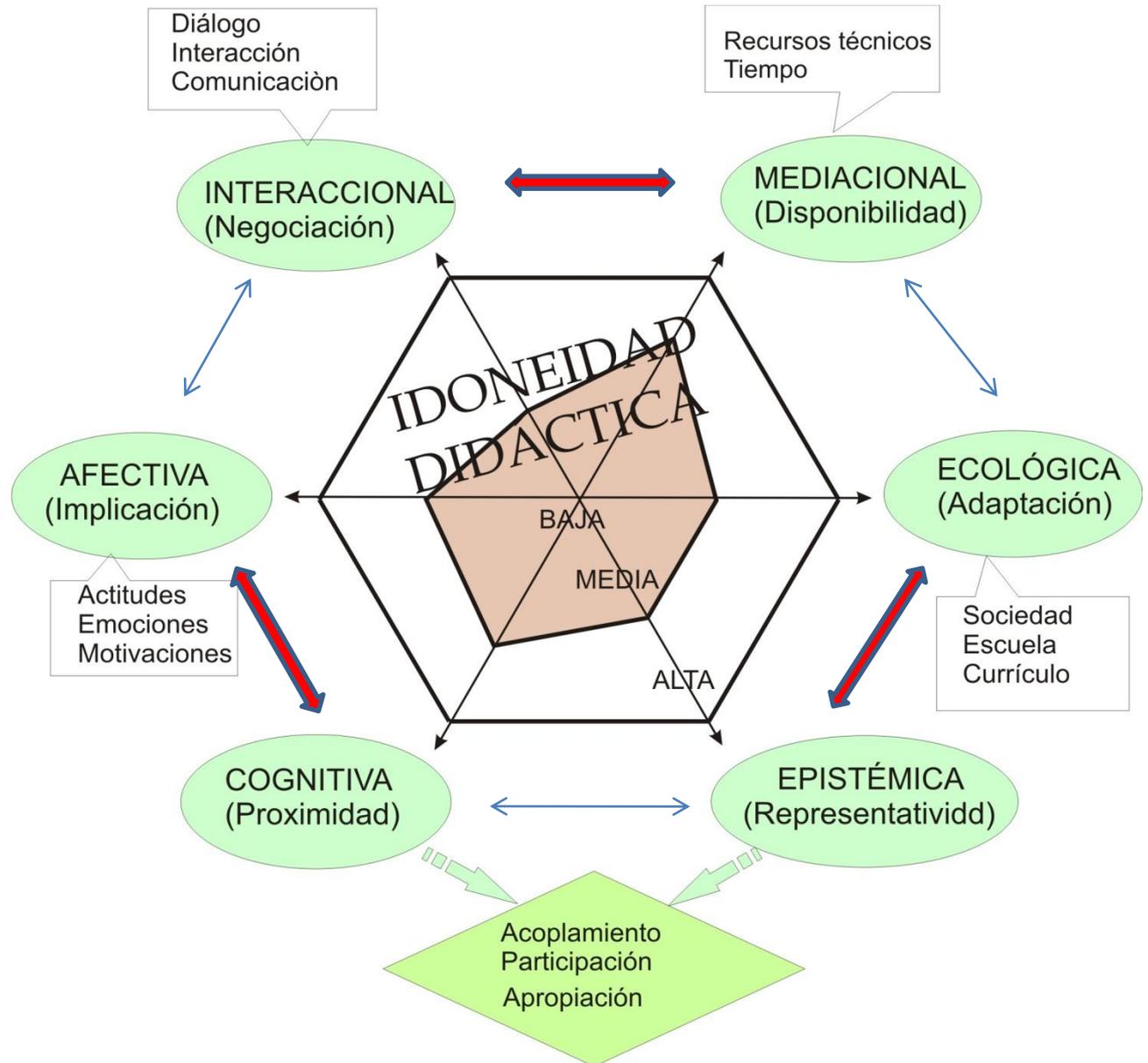
Componente valorativo: Idoneidad Didáctica

- En trabajos recientes hemos abordado el problema de establecer conexiones entre los modelos epistémicos y cognitivos sobre el contenido, y la práctica del diseño, desarrollo y evaluación de intervenciones didácticas en el aula.
- La noción de **IDONEIDAD DIDÁCTICA** de un proceso de estudio se orienta en esa dirección.
- Es el criterio global de pertinencia (adecuación al proyecto de enseñanza) de un proceso de instrucción, cuyo principal indicador empírico puede ser el grado de adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos/ implementados.

- Esta idoneidad se debe interpretar, no obstante, como relativa a unas circunstancias temporales y contextuales cambiantes, lo que requiere una actitud de reflexión e investigación por parte del profesor y demás agentes que comparten la responsabilidad del proyecto educativo.
- Supone la articulación coherente y armónica de las siguientes idoneidades parciales:
 - **Epistémica - Ecológica,**
 - **Cognitiva - Afectiva,**
 - **Interaccional – Mediacional (Instruccional)**

Idoneidad didáctica

Godino, J. D.
(2011).
Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.



- Situamos en la base las idoneidades epistémica y cognitiva al considerar que el proceso de estudio gira alrededor del desarrollo de unos conocimientos específicos.
- Las idoneidades epistémica y cognitiva no se pueden reducir a los componentes conceptuales, procedimentales y actitudinales, como habitualmente se considera en las propuestas curriculares.
- El primer paso para poder confeccionar un programa de estudio es determinar qué es idóneo desde los puntos de vista epistémico y cognitivo (así como la coordinación de estas idoneidades).

- La ontología (junto con las facetas duales) propuesta por el EOS permite describir las idoneidades epistémica y cognitiva en términos de configuraciones epistémicas y cognitivas (conglomerado de situaciones-problema, definiciones (conceptos), procedimientos, proposiciones, lenguajes y argumentos).
- El núcleo de dichas configuraciones son las situaciones-problemas seleccionadas para contextualizar y personalizar los significados.
- Las idoneidades epistémica, cognitiva e interaccional están definidas usando como noción clave la de **significado**, entendido de una manera pragmatista (sistema de prácticas), y también referencial (contenido de funciones semióticas).

- El logro de una idoneidad alta en una de las dimensiones, por ejemplo, la epistémica, puede requerir unas capacidades cognitivas que no posean los estudiantes a los que se dirige la enseñanza.
- Una vez logrado un cierto equilibrio entre las dimensiones epistémica y cognitiva es necesario que la trayectoria didáctica optimice la identificación y solución de conflictos semióticos.
- Los recursos técnicos y el tiempo disponible también interaccionan con las situaciones-problemas, el lenguaje, etc.

- Las herramientas descritas se pueden aplicar al análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, a la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o de manera más global, al desarrollo de un curso o una propuesta curricular.
- También pueden ser útiles para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales.

FUENTES Y CONEXIONES

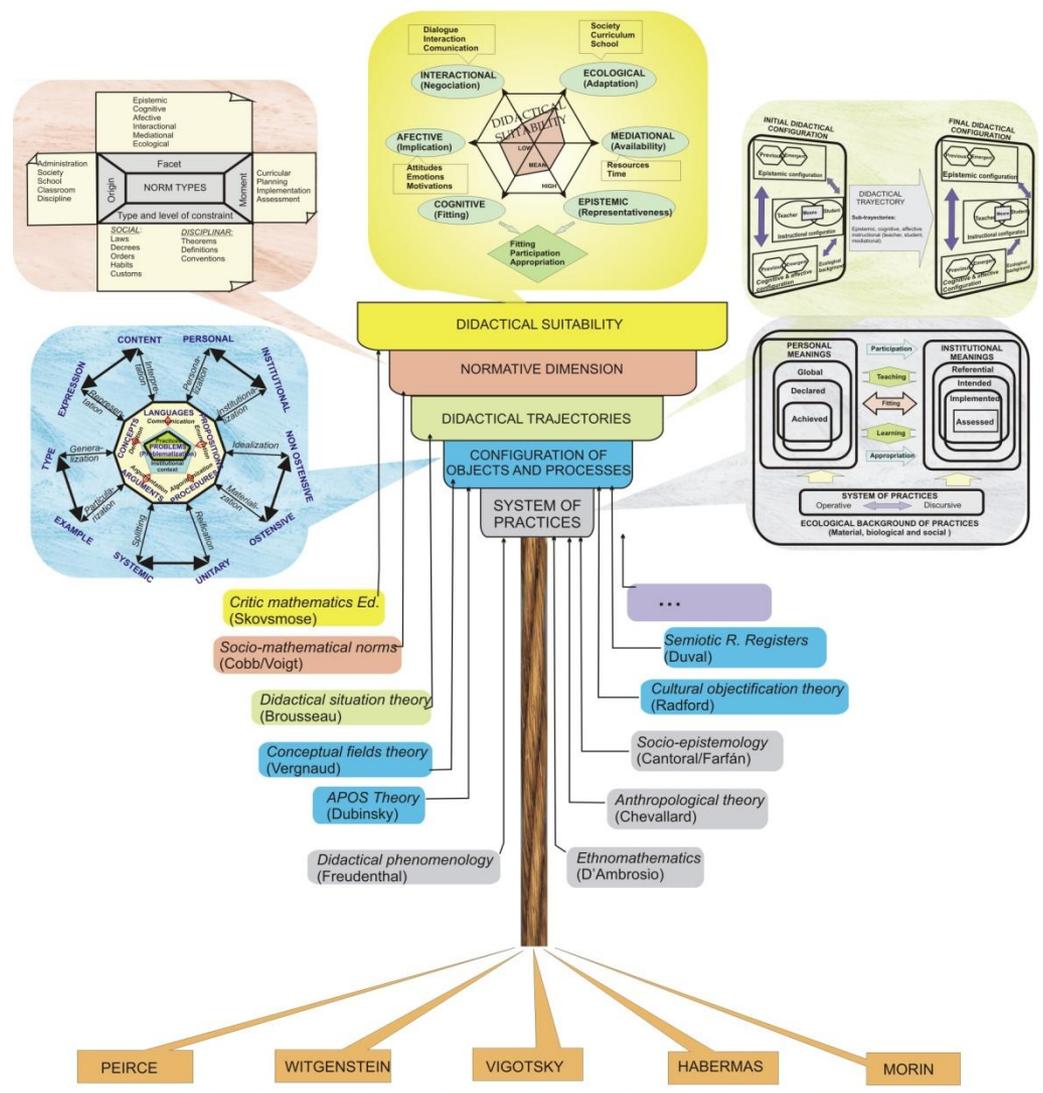
THE ONTO-SEMIOTIC APPROACH TO RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION

KNOWLEDGE AND INSTRUCTION

An integrative theoretical framework to research in Mathematics Education

Juan D. Godino⁽¹⁾, Carmen Batanero⁽²⁾ and Vicenç Font⁽³⁾

FUENTES Y CONEXIONES



(1) University of Granada; <http://www.ugr.es/local/jgodino>
 (2) University of Granada; <http://www.ugr.es/local/batanero>
 (3) University of Barcelona; <http://www.webpersonal.net/vfont/>

Teoria-edumat virtual forum:
<http://es.groups.yahoo.com/group/teoria-edumat/>

Synthesis reference:
 Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

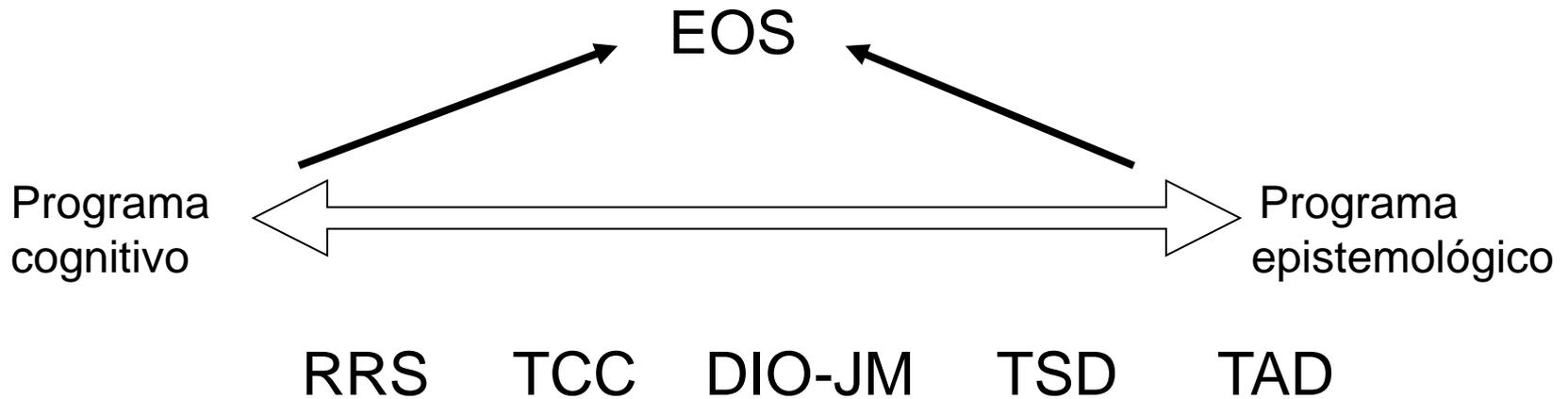
Onto-semiotic approach Blog:
<http://enfoqueontosemiotico.blogspot.com/>

Concordancias y complementariedades

ARTÍCULOS

- Godino, J. D., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. [Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa](#), 9 (1): 117-150.
- Font, V., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). [Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática](#). [Versión ampliada del artículo: Font, V., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27 (2): 2-7

Articulación de programas de investigación (Didáctica de la matemática en Francia)



RSS: Registros de Representación Semiótica

TCC: Teoría de los Campos Conceptuales

DIO-JM: Dialéctica Instrumento-Objeto y Juego de Marcos

TSD: Teoría de las Situaciones Didácticas

TAD: Teoría Antropológica de lo Didáctico

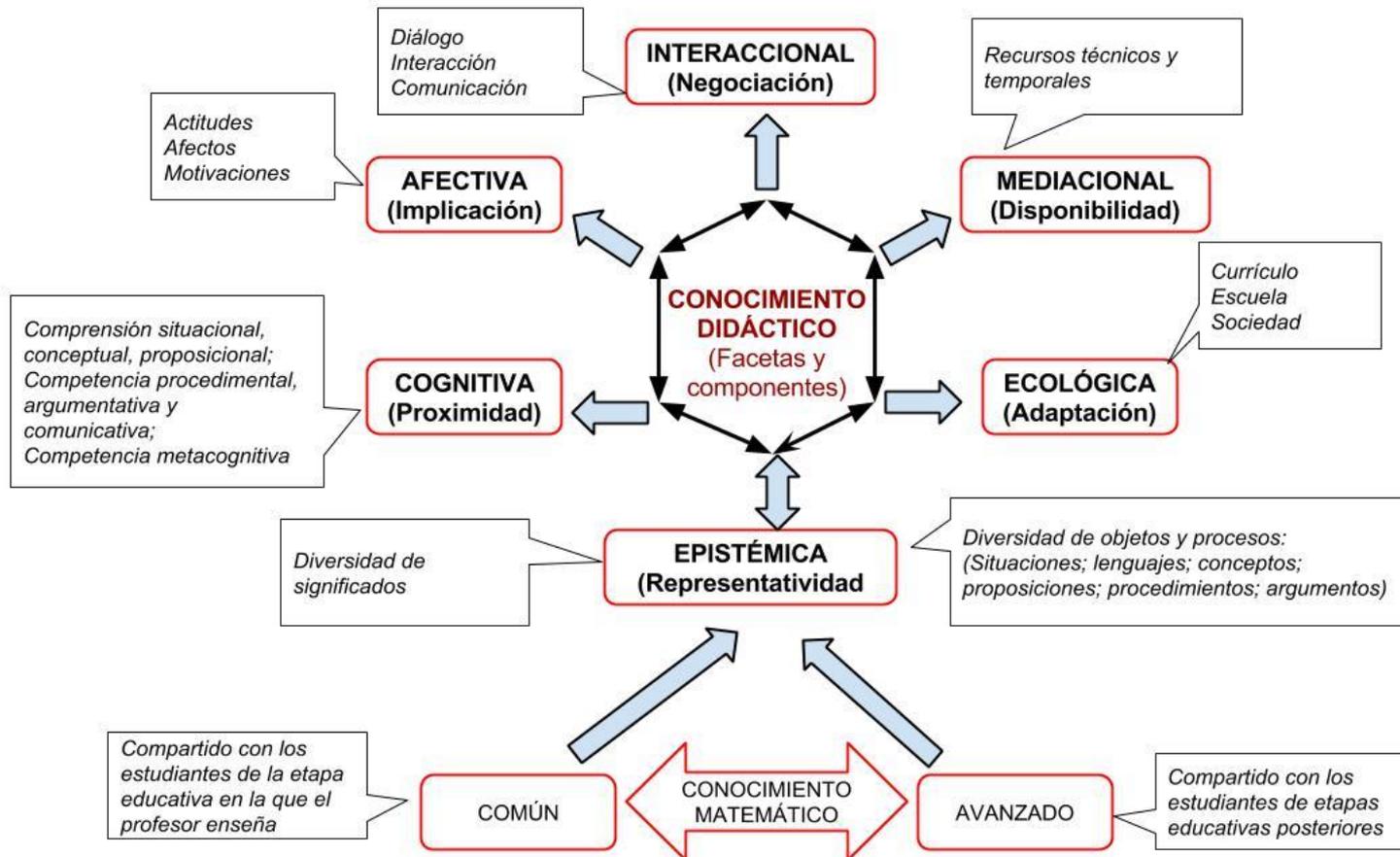
EOS: Enfoque Ontosemiótico

Teoría de la Génesis Instrumental y EOS

- Drijvers, P. Godino, J. D., Font, V. & Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82:23–49.

Categorías de análisis del conocimiento del profesor

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO - MATEMÁTICO



EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplos de aplicación del EOS

Disponibles en las páginas webs:

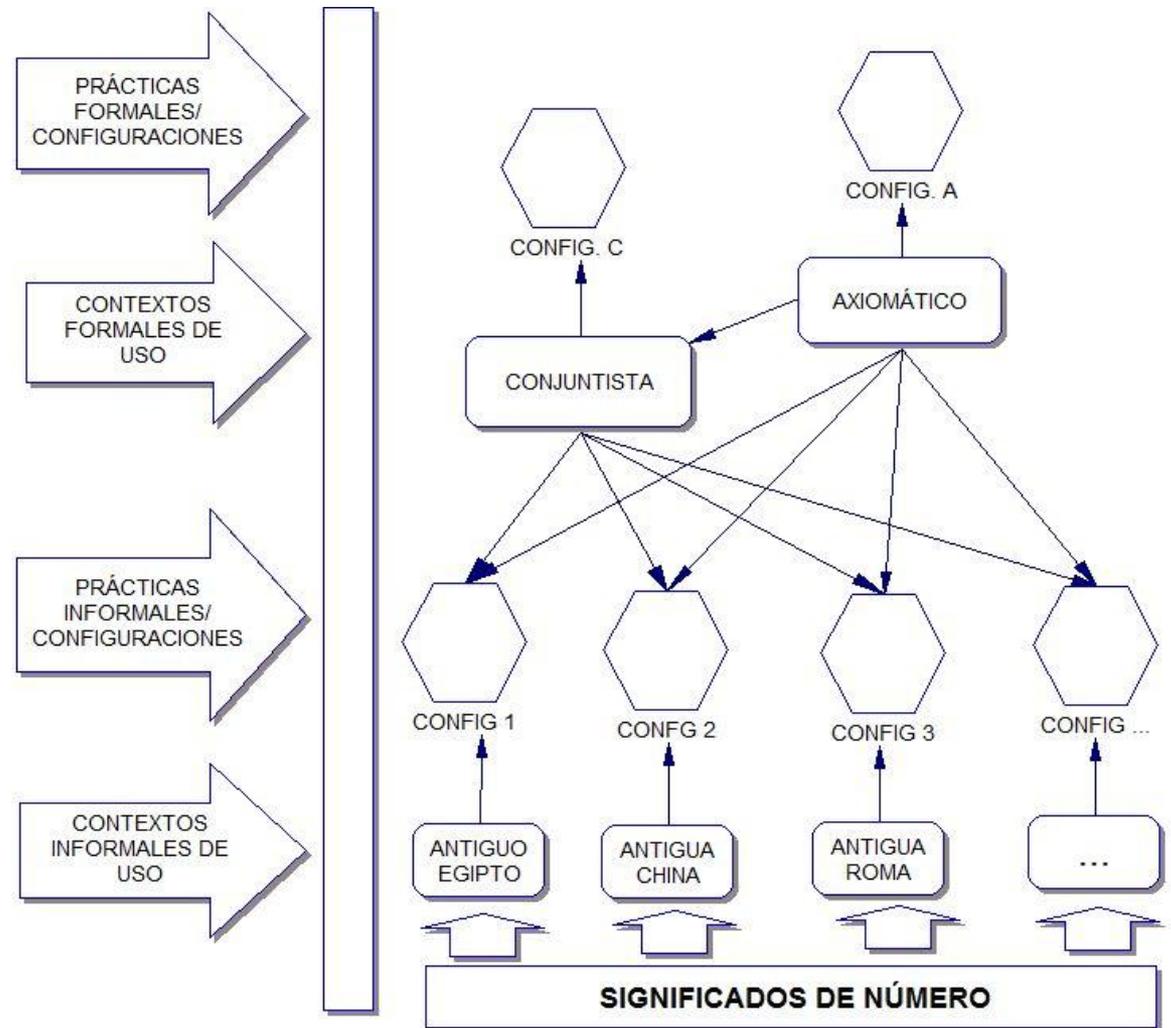
<http://www.ugr.es/local/jgodino/>

<http://www.ugr.es/local/batanero/>

<http://www.webpersonal.net/vfont/>

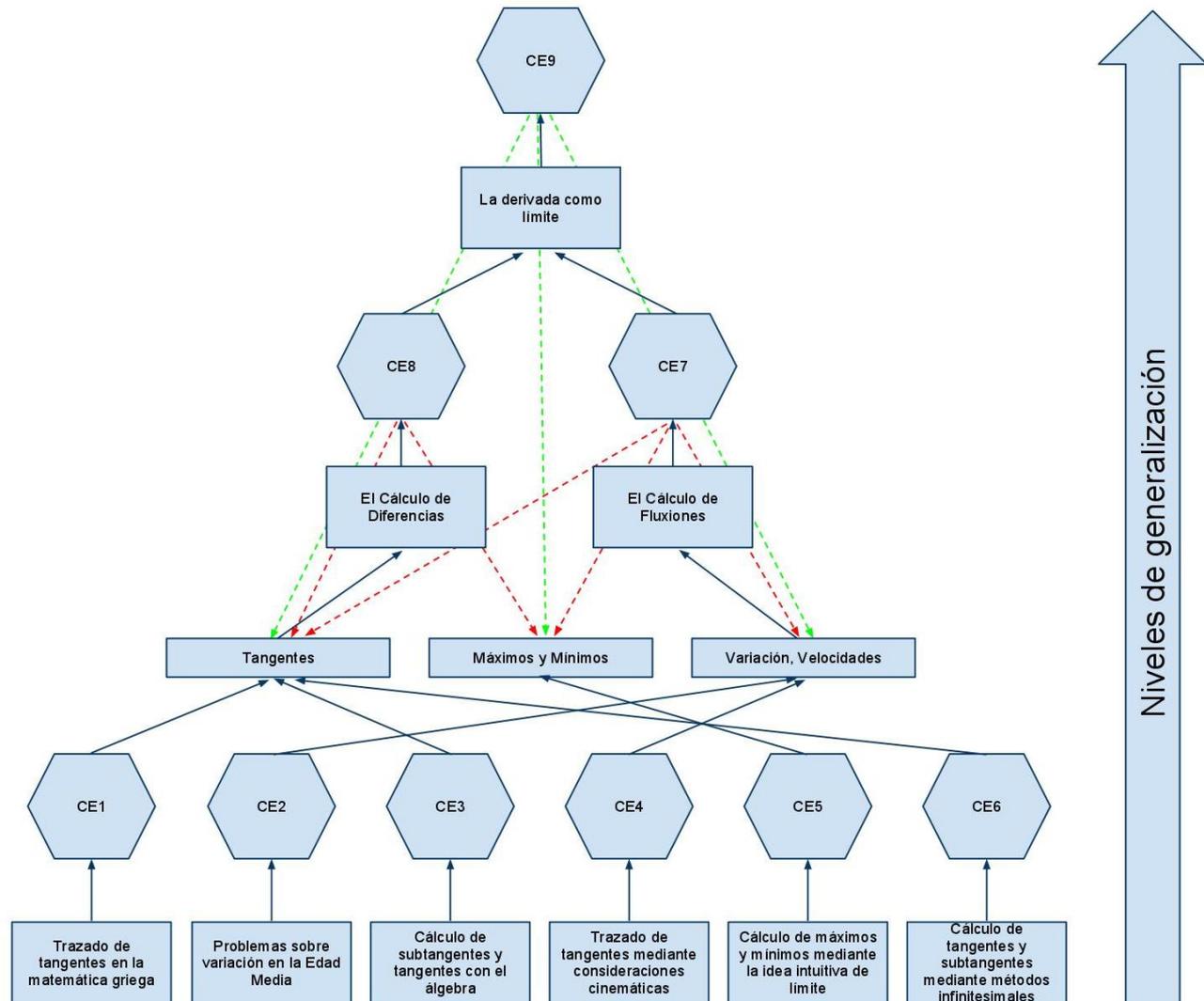
Significados del número natural

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics* 77 (2), 247-265.



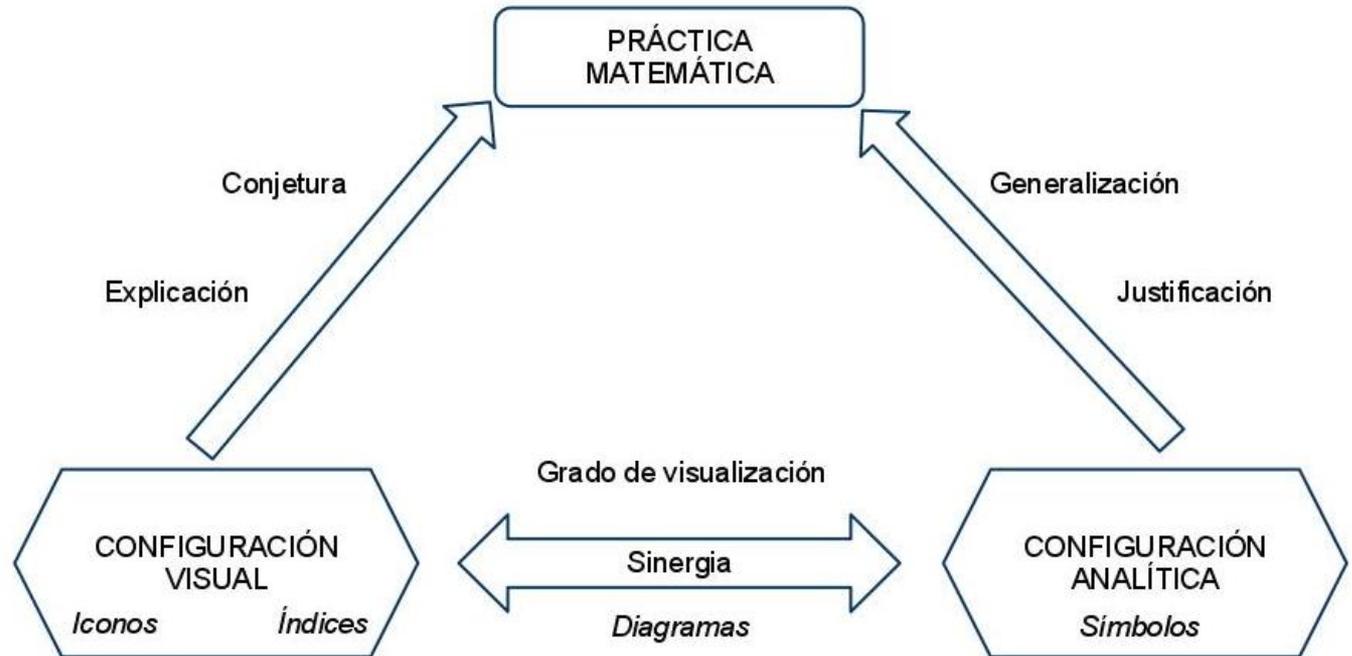
Significado holístico de la derivada

Pino-Fan, L.,
 Godino, J. D. y
 Font, V. (2011)
 Faceta epistémica
 del conocimiento
 didáctico-
 matemático sobre
 la derivada.
*Educação
 Matemática
 Pesquisa*, 13 (1),
 141-178.



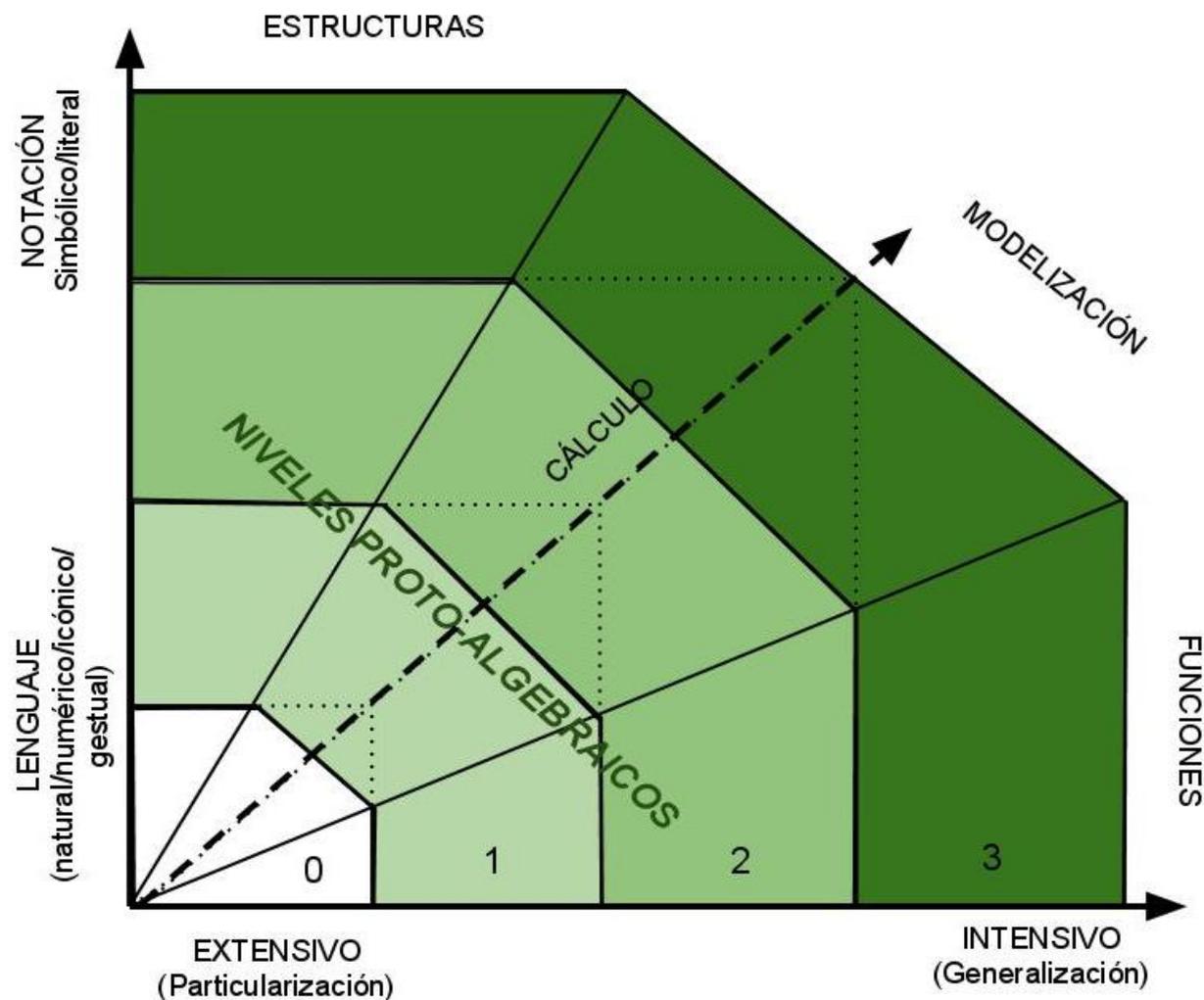
Visualización

Godino, J. D.,
Cajaraville, J. A.
Fernández, T., y
Gonzato, M.
(2012). Una aproximación
ontosemiótica a
la visualización
en educación
matemática.
*Enseñanza de las
Ciencias*, 30 (2),
163-184.



Razonamiento algebraico elemental

Godino, J. D. Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32.1, 199-219.



REFERENCIAS

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3), 237-284.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma*, XXVIII, Nº 2, 49-77.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.

Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.

Drijvers, P. Godino, J. D., Font, V. y Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 23–49.