Análisis Armónico asociado a una ecuación del calor semidiscreta

Luz Roncal

La investigación en Análisis Armónico en un contexto discreto, y en particular sobre integrales singulares y otros operadores clásicos, tiene una larga historia, con aportaciones de matemáticos como D. Hilbert, M. Riesz, E. C. Titchmarsh, A. Calderón, A. Zygmund, E. M. Stein o S. Wainger.

Se propone en esta charla la definición y análisis de operadores clásicos asociados al laplaciano discreto en $\mathbb{Z}$,

$$\Delta_d f(n) = f(n+1) - 2f(n) + f(n-1),$$

La motivación viene porque la solución fundamental de

$$u_t(n,t) = u(n+1,t) + 2u(n,t) + u(n-1,t), \quad n \in \mathbb{Z},$$

con $u(n,0) = \delta_{nm}$ para cada $m \in \mathbb{Z}$ fijo, viene dada explícitamente por $u(n,t) = e^{-2t} I_{n-m}(2t)$ (ver por ejemplo [2, 3]), donde $I_k(t)$ es la función de Bessel modificada de primera especie. En otras palabras, el semigrupo del calor asociado a Δ_d se puede describir con la serie formal $W_t f(n) = \sum_{m\in\mathbb{Z}} e^{-2t} I_{n-m}(2t) f(m)$, y esta fórmula nos permite analizar operadores asociados Δ_d mediante la utilización de la teoría de semigrupos y varias propiedades de las funciones de Bessel.

El trabajo presentado forma parte de una colaboración con los profesores Ó. Ciaurri, T. A. Gillespie, J. L. Torrea y J. L. Varona [1].

Referencias

[1] Ó. Ciaurri, T. A. Gillespie, L. Roncal, J. L. Torrea y J. L. Varona, Harmonic analysis associated with a discrete Laplacian, *J. Anal. Math.* **132** (2017), 109–131.

[2] F. A. Grünbaum y P. Iliev, Heat kernel expansions on the integers, *Math. Phys. Anal. Geom.* **5** (2002), no. 2, 183–200.

[3] P. Iliev, Heat kernel expansions on the integers and the Toda lattice hierarchy, *Selecta Math. (N. S.)* **13** (2007), no. 3, 497–530.