al-jawārizmiyy

por yaḥyā García Olmedo

Granada

23 de mayo de 2007

Table of contents

Clave: su nombre

El nombre completo de al-jawārizmiyy es 'abū ŷa'far muḥammad ibn mūsā al-jawārimiyy

Clave: su nombre

El nombre completo de al-jawārizmiyy es 'abū ŷa'far muḥammad ibn mūsā al-jawārimiyy

- Se sabe poco, o casi nada, de su vida.

Clave: su nombre

El nombre completo de al-jawārizmiyy es 'abū ŷa'far muḥammad ibn mūsā al-jawārimiyy

- Se sabe poco, o casi nada, de su vida.
- Parece ser que nació en Bagdad y que su familia provenía de jawāriz, una ciudad al sur del Mar del Aral, en el centro de Asia.

Clave: su nombre

El nombre completo de al-jawārizmiyy es 'abū ŷa'far muḥammad ibn mūsā al-jawārimiyy

- Se sabe poco, o casi nada, de su vida.
- Parece ser que nació en Bagdad y que su familia provenía de jawāriz, una ciudad al sur del Mar del Aral, en el centro de Asia.
- Vivió aproximadamente entre el 780 y el 850 después de Jesús de Nazaret.

Clave: su nombre

El nombre completo de al-jawārizmiyy es 'abū ŷa'far muḥammad ibn mūsā al-jawārimiyy

- Se sabe poco, o casi nada, de su vida.
- Parece ser que nació en Bagdad y que su familia provenía de jawāriz, una ciudad al sur del Mar del Aral, en el centro de Asia.
- Vivió aproximadamente entre el 780 y el 850 después de Jesús de Nazaret.
- Nació poca antes de que el Harum Ar-Rashid llegara a ser el quinto califa de la disnastía Abbasí (14/09/786).

Clave: su nombre

El nombre completo de al-jawārizmiyy es 'abū ŷa'far muḥammad ibn mūsā al-jawārimiyy

- Se sabe poco, o casi nada, de su vida.
- Parece ser que nació en Bagdad y que su familia provenía de jawāriz, una ciudad al sur del Mar del Aral, en el centro de Asia.
- Vivió aproximadamente entre el 780 y el 850 después de Jesús de Nazaret.
- Nació poca antes de que el Harum Ar-Rashid llegara a ser el quinto califa de la disnastía Abbasí (14/09/786).
- Su sucesor e hijo, Al-Ma'mun, continuó la labor de mecenazgo hacia el conocimiento iniciada por su padre; creó la *La Casa de la Sabiduría*, una especie de instituto de investigación o academia.

- La Casa de la Sabiduría se ocupaba, además de la investigación, de: traducir a los científicos y filósofos griegos o de otras culturas (bizantinos,indios, etc.) y conformar una gran biblioteca de manuscritos (la mayor desde la de Alejandría).

- La Casa de la Sabiduría se ocupaba, además de la investigación, de: traducir a los científicos y filósofos griegos o de otras culturas (bizantinos,indios, etc.) y conformar una gran biblioteca de manuscritos (la mayor desde la de Alejandría).
- Se construyeron grandes observatorios astronómicos para continuar la labor de culturas anteriores.

- La Casa de la Sabiduría se ocupaba, además de la investigación, de: traducir a los científicos y filósofos griegos o de otras culturas (bizantinos,indios, etc.) y conformar una gran biblioteca de manuscritos (la mayor desde la de Alejandría).
- Se construyeron grandes observatorios astronómicos para continuar la labor de culturas anteriores.
- En la Casa de la Sabiduría se formó al-jawārizmiyy y pudo desarrollar su labor de estudio posterior.

Table of contents

Clave: sus obras

Sus obras más importantes versan sobre: aritmética, álgebra, geometría, astronomía y geografía.

Clave: sus obras

Sus obras más importantes versan sobre: aritmética, álgebra, geometría, astronomía y geografía.

- La Aritmética contiene: el sistema de numeración posicional basado en cifras hindúes, los métodos de cálculo, las operaciones con fracciones y el cálculo de raíces cuadradas.

Clave: sus obras

Sus obras más importantes versan sobre: aritmética, álgebra, geometría, astronomía y geografía.

- La Aritmética contiene: el sistema de numeración posicional basado en cifras hindúes, los métodos de cálculo, las operaciones con fracciones y el cálculo de raíces cuadradas.
- El Álgebra contiene: una parte propiamente algebraica, una parte de geometría y —la tercera— una parte sobre cuestiones testamentarias. Destacan los métodos para resolver ecuaciones de segundo grado.

- La Geometría (dentro del Álgebra) contiene: reglas de cálculo de áreas, reglas de cálculo de elementos de figuras planas, aplicaciones del álgebra a problemas de triángulos, calcula el área de círculo ($\pi r \cdot r$) pasando al límite, da fórmulas para calcular el: el área de un sector circular, el volumen de un prisma recto, del cilindro, del cono, del tronco de cono, del tronco de pirámide de base cuadrada. Fue muy útil a agrimensores y calculistas. Fue un texto muy influyente.

- La Geometría (dentro del Álgebra) contiene: reglas de cálculo de áreas, reglas de cálculo de elementos de figuras planas, aplicaciones del álgebra a problemas de triángulos, calcula el área de círculo $(\pi r \cdot r)$ pasando al límite, da fórmulas para calcular el: el área de un sector circular, el volumen de un prisma recto, del cilindro, del cono, del tronco de cono, del tronco de pirámide de base cuadrada. Fue muy útil a agrimensores y calculistas. Fue un texto muy influyente.
- La Geografía está inspirada en Ptolomeo con añadidos propios.

- La Geometría (dentro del Álgebra) contiene: reglas de cálculo de áreas, reglas de cálculo de elementos de figuras planas, aplicaciones del álgebra a problemas de triángulos, calcula el área de círculo $(\pi r \cdot r)$ pasando al límite, da fórmulas para calcular el: el área de un sector circular, el volumen de un prisma recto, del cilindro, del cono, del tronco de cono, del tronco de pirámide de base cuadrada. Fue muy útil a agrimensores y calculistas. Fue un texto muy influyente.
- La Geografía está inspirada en Ptolomeo con añadidos propios.
- Las aportaciones en Astronomía consisten en unas tablas con instrucciones de uso, pero sin teoría.

- Las tablas fueron modificadas por Maslama (hacia el 1007) para adaptarlas al meridiano de Córdoba.

- Las tablas fueron modificadas por Maslama (hacia el 1007) para adaptarlas al meridiano de Córdoba.
- Las manipulación de Maslama, traducidas por Adelardo de Bath, fueron aprovechadas por Roberto de Chester para repetirlas para Londres.

- Las tablas fueron modificadas por Maslama (hacia el 1007) para adaptarlas al meridiano de Córdoba.
- Las manipulación de Maslama, traducidas por Adelardo de Bath, fueron aprovechadas por Roberto de Chester para repetirlas para Londres.
- Con los trabajos de Maslama, y sus traducciones, entró la trigonometría islámica en Europa.

Table of contents

Clave: el libro se titula "al-mujtaṣar fī ḥisāb al-ŷabr wa-al-muqābalah" que viene a ser "Compendio sobre el Cálculo con (de) al-ŷabr y al-muqābalah"

En la Univ. de Oxford hay una copia árabe del siglo XIV y existen muchos ejemplares de dos traducciones al latín del siglo XII: una de Robert de Chester (1145) y otra de Gerardo de Cremona.

Clave: el libro se titula "al-mujtaṣar fī ḥisāb al-ŷabr wa-al-muqābalah" que viene a ser "Compendio sobre el Cálculo con (de) al-ŷabr y al-muqābalah"

En la Univ. de Oxford hay una copia árabe del siglo XIV y existen muchos ejemplares de dos traducciones al latín del siglo XII: una de Robert de Chester (1145) y otra de Gerardo de Cremona.

- al-jawārizmiyy no entiende la unidad de al-ŷabr y al-muqābalah porque no contempla la posibilidad de utilizar ni el 0 ni los números negativos; aunque sí ve claramente la necesidad de simplicar antes de resolver.

- al-ŷabr literalmente tiene que ver con utilizar la fuerza para recomponer los huesos: reduciendo la fractura si la hay o recolocándolos si simplemente están dislocados. Para al-jawārizmiyy significa suprimir términos negativos de una ecuación. Por ejemplo, la ecuación $x^2 = 40x - 4x^2$ por efecto de al-ŷabr se transforma en $5x^2 = 40x$.

- al-ŷabr literalmente tiene que ver con utilizar la fuerza para recomponer los huesos: reduciendo la fractura si la hay o recolocándolos si simplemente están dislocados. Para al-jawārizmiyy significa suprimir términos negativos de una ecuación. Por ejemplo, la ecuación $x^2 = 40x - 4x^2$ por efecto de al-ŷabr se transforma en $5x^2 = 40x$.
- al-muqābalah significa hacer balance y es el proceso de reducir términos positivos de la misma potencia cuando ocurren a ambos lados de una ecuación; por ejemplo, $50 + 3x + x^2 = 29 + 10x$ se transforma mediante dos aplicaciones de al-muqābalah en $21 + x^2 = 7x$.

- al-ŷabr literalmente tiene que ver con utilizar la fuerza para recomponer los huesos: reduciendo la fractura si la hay o recolocándolos si simplemente están dislocados. Para al-jawārizmiyy significa suprimir términos negativos de una ecuación. Por ejemplo, la ecuación $x^2 = 40x - 4x^2$ por efecto de al-ŷabr se transforma en $5x^2 = 40x$.
- al-muqābalah significa hacer balance y es el proceso de reducir términos positivos de la misma potencia cuando ocurren a ambos lados de una ecuación; por ejemplo, $50 + 3x + x^2 = 29 + 10x$ se transforma mediante dos aplicaciones de al-muqābalah en $21 + x^2 = 7x$.
- Realmente, y en esencia, al-ŷabr y al-muqābalah son dos manifestaciones del mismo fenómeno: al cambiar un sumando de un miembro de la ecuación al otro miembro, dicho sumando debe ser cambiado con signo contrario.

Clave: el álgebra de “al-mujtaṣar fī ḥisāb al-ŷabr wa-al-muqābalah” se centra en la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado. Trata de conocer y extraer reglas sencillas que faciliten la vida de los semejantes que no las alcanzaron.

al-jawārizmiyy dice en el propósito de su libro: *... lo que es más fácil y útil en aritmética, tal como los hombres requieren constantemente en casos de herencia, legados, particiones, juicios, y comercio, y en todas sus relaciones con el otro, o en el caso de la medición de tierras, la excavación de canales, cálculos geométricos, y otros objetos de varias clases y tipos se refiere*

Clave: el álgebra de “al-mujtaṣar fī ḥisāb al-ŷabr wa-al-muqābalah” se centra en la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado. Trata de conocer y extraer reglas sencillas que faciliten la vida de los semejantes que no las alcanzaron.

al-jawārizmiyy dice en el propósito de su libro: *... lo que es más fácil y útil en aritmética, tal como los hombres requieren constantemente en casos de herencia, legados, particiones, juicios, y comercio, y en todas sus relaciones con el otro, o en el caso de la medición de tierras, la excavación de canales, cálculos geométricos, y otros objetos de varias clases y tipos se refiere*

- Como al-jawārizmiyy no tiene ni cero ni negativos, clasifica las ecuaciones cuadráticas en seis tipos. Dedica un capítulo a cada tipo de ecuación.

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.
- Los seis tipos de ecuaciones son:
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa; $x^2 = 5x$

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.
- Los seis tipos de ecuaciones son:
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa; $x^2 = 5x$
  - Cuadrado de la cosa igual a número; $x^2 = 5$

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.
- Los seis tipos de ecuaciones son:
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa; $x^2 = 5x$
  - Cuadrado de la cosa igual a número; $x^2 = 5$
  - Cosa igual a número; $5x = 3$

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.
- Los seis tipos de ecuaciones son:
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa; $x^2 = 5x$
  - Cuadrado de la cosa igual a número; $x^2 = 5$
  - Cosa igual a número; $5x = 3$
  - Cuadrado de la cosa más cosa igual a número; $x^2 + 10x = 39$

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.
- Los seis tipos de ecuaciones son:
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa; $x^2 = 5x$
  - Cuadrado de la cosa igual a número; $x^2 = 5$
  - Cosa igual a número; $5x = 3$
  - Cuadrado de la cosa más cosa igual a número; $x^2 + 10x = 39$
  - Cuadrado de la cosa más número igual a cosa: $x^2 + 21 = 10x$

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.
- Los seis tipos de ecuaciones son:
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa; $x^2 = 5x$
  - Cuadrado de la cosa igual a número; $x^2 = 5$
  - Cosa igual a número; $5x = 3$
  - Cuadrado de la cosa más cosa igual a número; $x^2 + 10x = 39$
  - Cuadrado de la cosa más número igual a cosa: $x^2 + 21 = 10x$
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa más número; $3x + 4 = x^2$

- Las ecuaciones están hechas con tres clases de cantidades: raíces (cosa, incógnita, x), cuadrados de raíces (x^2) y números.
- Los seis tipos de ecuaciones son:
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa; $x^2 = 5x$
  - Cuadrado de la cosa igual a número; $x^2 = 5$
  - Cosa igual a número; $5x = 3$
  - Cuadrado de la cosa más cosa igual a número; $x^2 + 10x = 39$
  - Cuadrado de la cosa más número igual a cosa: $x^2 + 21 = 10x$
  - Cuadrado de la cosa igual a cosa más número; $3x + 4 = x^2$
- al-jawārizmiyy da métodos o reglas (algoritmos) para resolver cualquier tipo de ecuación; la regla está aplicada a un ejemplo numérico. También da en cada caso la demostración de la validez de la regla, vía un argumento geométrico de completación de cuadrados. Es lo que necesita, pues sabe extraer raíces cuadradas.

Table of contents

Clave: Uno de los ejemplos de al-jawārizmiyy es $x^2 + 10x = 39$. En el capítulo correspondiente da el método para resolverla ... y con ella todas las que tienen su forma.

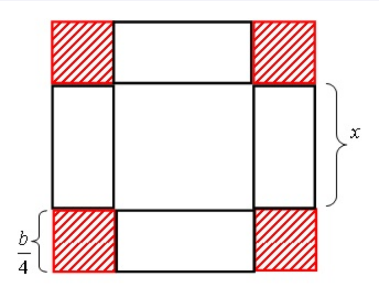
... un cuadrado y 10 raíces igualan 39 unidades.La cuestión, por tanto, en este tipo de ecuación es como sigue: ¿cuál es el cuadrado que combinado con 10 de sus raíces dará una suma total de 39? La manera de resolver este tipo de ecuaciones es tomar la mitad de las raíces dichas. Ahora bien, las raíces en el problema que nos ocupa son 10. Por consiguiente, tómese 5, que multiplicado por sí mismo da 25, cantidad que sumada a 39 da 64. Habiendo tomado entonces la raíz cuadrada de éste, que es 8, réstese de él la mitad de las raíces, 5 quedando 3. El número tres, por consiguiente, representa una raíz de este cuadrado, que por sí mismo, por supuesto,es 9. Nueve, por tanto da el cuadrado.

- Siguiendo los pasos dados en el párrafo anterior y usando notación símbólica tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2+39}-\frac{10}{2} &= \sqrt{5^2+39}-5\\ &= \sqrt{64}-5\\ &= 8-5\\ &= 3\end{aligned}$$

Clave: La demostración de al-jawārizmiyy es por completación de cuadrados.

Para ello hace un razonamiento sobre las siguientes figuras:



- el área de la cruz mide 39

- el área de la cruz mide 39
- los pequeños cuadrados de las esquinas miden cada uno 25/4

- el área de la cruz mide 39
- los pequeños cuadrados de las esquinas miden cada uno $25/4$
- los cuatro suman un área de:

$$4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(2 \cdot \frac{5}{2}\right)^2$$

- el área de la cruz mide 39
- los pequeños cuadrados de las esquinas miden cada uno 25/4
- los cuatro suman un área de:

$$4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(2 \cdot \frac{5}{2}\right)^2$$

- El cuadrado grande (cruz más cuatro cuadraditos) mide:

$$\begin{aligned}\left(x + 2 \cdot \frac{5}{2}\right)^2 \quad &= \left(2 \cdot \tfrac{5}{2}\right)^2 + 39 \\ &= \left(\tfrac{10}{2}\right)^2 + 39\end{aligned}$$

- el área de la cruz mide 39
- los pequeños cuadrados de las esquinas miden cada uno $25/4$
- los cuatro suman un área de:

$$4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(2 \cdot \frac{5}{2}\right)^2$$

- El cuadrado grande (cruz más cuatro cuadraditos) mide:

$$\begin{aligned}\left(x + 2 \cdot \frac{5}{2}\right)^2 &= \left(2 \cdot \tfrac{5}{2}\right)^2 + 39 \\ &= \left(\tfrac{10}{2}\right)^2 + 39\end{aligned}$$

- Por tanto,

$$x + \frac{10}{2} = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39}$$

- Y en definitiva:

$$x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = 3$$

que es exactamente lo previsto por al-jawārizmiyy.

Table of contents

Clave: El razonamiento moderno es el mismo que el de al-jawārizmiyy, sólo que incluyendo al cero, a los números negativos y a los complejos.

Si queremos resolver la ecuación $x^2 + bx + c = 0$: completamos cuadrados, despejamos, extraemos raíz cuadrada y volvemos a despejar.

- completamos cuadrados:

$$x^2 + 2\frac{b}{2}x + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{4} + c = 0$$

- completamos cuadrados:

$$x^2 + 2\frac{b}{2}x + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{4} + c = 0$$

- despejamos por primera vez:

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - c$$

- completamos cuadrados:

$$x^2 + 2\frac{b}{2}x + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{4} + c = 0$$

- despejamos por primera vez:

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - c$$

- extraemos raíz cuadrada:

$$\left(x + \frac{b}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$$

- volvemos a despejar:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4c}{4}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

- bien visto el caso particular de al-jawārizmiyy es:

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

- bien visto el caso particular de al-jawārizmiyy es:

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

- con nuestra fórmula (que es la suya y poco más):

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 39}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 156}}{2} = \frac{-10 \pm 16}{2}$$

- bien visto el caso particular de al-jawārizmiyy es:

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

- con nuestra fórmula (que es la suya y poco más):

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 39}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 156}}{2} = \frac{-10 \pm 16}{2}$$

- en un caso tenemos $\frac{6}{2} = 3$ y en el otro tenemos $\frac{-26}{2} = -13$

- bien visto el caso particular de al-jawārizmiyy es:

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

- con nuestra fórmula (que es la suya y poco más):

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 39}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 156}}{2} = \frac{-10 \pm 16}{2}$$

- en un caso tenemos $\frac{6}{2} = 3$ y en el otro tenemos $\frac{-26}{2} = -13$
- 3 era la solución de al-jawārizmiyy y le faltaba -13, pues él no consideraba ni números negativos ni cero.

- bien visto el caso particular de al-jawārizmiyy es:

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

- con nuestra fórmula (que es la suya y poco más):

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 39}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 156}}{2} = \frac{-10 \pm 16}{2}$$

- en un caso tenemos $\frac{6}{2} = 3$ y en el otro tenemos $\frac{-26}{2} = -13$
- 3 era la solución de al-jawārizmiyy y le faltaba -13, pues él no consideraba ni números negativos ni cero.
- No concebía áreas negativas ni nulas.