1. Introducción

Es un hecho observacional que el Universo se reacelera, en contraposición con la idea clásica de que la gravedad frena la expansión. La explicación mas inmediata desempolva el término cosmológico, Λ, introducido por Einstein. El vacío posee una naturaleza expansiva, equivalente a una presión negativa, que produce una aceleración que acabará llevando a una expansión exponencial. Curiosamente, el Universo primitivo tuvo una era, llamada de la Inflación, caracterizada por una presión negativa, que debió producir una expansión similar a la esperable en el futuro como consecuencia del término cosmológico. Sin embargo, la Inflación debió de producirse cuando la densidad de energía del Universo estaba dominada por el valor esperado del vacío de un campo escalar, quizás asociado a la transición de fase cosmológica GUT. La Reaceleración y la Inflación, al estar regidas por una misma ecuación de estado, pueden estudiarse con un tratamiento único. Aunque se desconoce el mecanismo preciso de la Inflación su existencia puede explicar cuestiones tan trascendentales como por qué es el Universo plano y por qué es homogéneo.

2. Hasta cuando se equivocaba tenía razón...

La Mecánica de Newton se basa en unos Principios. Adicionalmente, Newton propuso una expresión de la fuerza de la gravedad. Si ésta fuera incorrecta no por eso la Mecánica de Newton perdería su validez. Análogamente, Einstein propuso unas .^{ec}uaciones de campo", que de no ser ciertas no invalidarían la teoría de la Relatividad General. Bien es sabido que estas ecuaciones nos dicen cómo el tensor impulso-energía crea curvatura. Son parte del anecdotario de la Física las vacilaciones de Einstein al proponer estas ecuaciones, vacilaciones que vamos a evocar brevemente en este apartado.

El objeto era la contrapartida relativista de la ecuación clásica de Poisson:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi\rho \tag{1}$$

donde Φ es el potencial y ρ la densidad. El Principio de Mach establecía que las propiedades de inercia en un punto dependían de la distribución de materia y energía en torno a ese punto. Esta distribución podía venir caracterizada por el tensor impulso-energía, $\tau_{\alpha\beta}$. Puesto que Einstein era "machista"pensó que este tensor y el de curvatura de Riemann estaban íntimamente relacionados:

$$\tau^{\alpha\beta} = \varphi\left(R^{\lambda\mu\nu\kappa}\right) \tag{2}$$

La ecuación de Poisson era ciertamente de este tipo pues $\tau^{00} = \Gamma^2\left(\epsilon + pv_0^2\right)$ correspondía clásicamente a ρ, $\left(\Gamma = \sqrt{(1-v_0^2)}\right)$, p es la presión, ϵ es la densidad de energía, v_0 es la velocidad del fluido) mientras que también en el caso clásico, en la aproximación campo débil, $g_{00} = -1 - 2\Phi$. Téngase presente que $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$ se obtiene a partir de derivadas segundas del tensor métrico, $g_{\mu\nu}$. Aquí $\nabla^2\Phi$ representa a $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$ y ρ representa a $\tau_{\alpha\beta}$.

Pero $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$ es de cuarto orden. Había que buscar un tensor $G_{\mu\nu}$ (llamémosle de Einstein) función de las posibles contracciones del tensor de Riemann. Escribamos:

$$G_{\mu\nu} = -8\pi\tau_{\mu\nu} \tag{3}$$

donde $G_{\mu\nu}(R_{\lambda\mu\nu\kappa})$. El factor 8π se introduce porque ya la ecuación de Poisson lleva 4π y porque no estamos acostumbrados a ver una fórmula sin π. Solo hay dos contracciones del tensor de Riemann: el tensor de Ricci:

$$R_{\mu\kappa} = R^{\lambda}_{\lambda\nu\kappa} \tag{4}$$

y la curvatura escalar:

$$R = g^{\mu\nu}R_{\nu\mu} \tag{5}$$

Aunque este último es de orden cero, puede formarse el tensor de segundo orden $Rg_{\mu\nu}$. Entonces $G_{\mu\nu}$ debía ser una función de $R_{\mu\nu}$ y de $Rg_{\mu\nu}$. Lo más sencillo era buscar una simple combinación lineal

$$G_{\mu\nu} = C_1 R_{\mu\nu} + C_2 R g_{\mu\nu} \tag{6}$$

Para determinar las constantes universales C_1 y C_2, contamos con dos condiciones:
a) La divergencia nula del tensor impulso-energía, y por tanto de $G_{\mu\nu}$. Con ello se obtuvo

$$C_2 = -C_1/2 \tag{7}$$

mediante un desarrollo tensorial sencillo que omitimos.

b) La ecuación del campo tenía que convertirse en la expresión clásica en el caso clásico; es decir, la ecuación (3) tenía que convertirse en la (1) en el caso clásico. Con ello se obtuvo

$$C_1 = 1 \tag{8}$$

mediante un desarrollo tensorial sencillo que omitimos. Resulta entonces:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R \tag{9}$$

lo que con la ecuación (3) nos proporciona las ecuaciones del campo de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi\tau_{\mu\nu} \tag{10}$$

Cuando Einstein quiso aplicar estas ecuaciones al Universo se encontró que no podía encontrar una solución estacionaria. En efecto, sabemos que con las ecuaciones precedentes se encuentra la fórmula AFD(9.97) (AFD = Astrophysical Fluid Dynamics):

$$3\frac{\ddot{R}}{R} = -4\pi(\epsilon + 3p) \tag{11}$$

donde ahora R es el "radio del Universo" o "factor de escala cósmica". Si $\ddot{R} = 0$ por ser el Universo estático, y si $\epsilon > 0$ y $p > 0$, esta ecuación no puede tener solución. Y si no era estático el Universo estaba en expansión. No está claro por qué Einstein estaba convencido que el Universo era estático, pero lo cierto es que lo estaba. Había que "arreglar" su proposición sobre la forma de $G_{\mu\nu}$. Añadió el llamado "término cosmológico", Λ:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} \tag{12}$$

Como la divergencia del tensor añadido es nula, este "arreglo" no estaba del todo mal, debió pensar. Ahora ya podía obtener un Universo estático, o lo que hoy se llama universo de Einstein. Veamos cómo. Introducimos un tensor impulso-energía total como:

$$\tilde{\tau}_{\mu\nu} = \tau_{\mu\nu} - \frac{1}{8\pi}\Lambda g_{\mu\nu} \tag{13}$$

o bien:

$$\tilde{\tau}_{\mu\nu} = \tau_{\mu\nu} + \hat{\tau}_{\mu\nu} \tag{14}$$

donde si $\hat{\tau}_{\mu\nu}$ ha de tener la forma de tensor impulso-energía de un fluido ideal,

$$\hat{\tau}_{\mu\nu} = \hat{p}g_{\mu\nu} + (\hat{p} + \hat{\epsilon})\hat{U}_\mu\hat{U}_\nu \tag{15}$$

Este es el tensor impulso-energía del término cosmológico o tensor impulso-energía del vacío y $\hat{\epsilon}$ y $\hat{p}$ serían la densidad de energía y la presión del vacío respectivamente.

Aceptamos la métrica de Robertson-Walker, con $g_{00} = -1$, $g^{00} = -1$. Como $g_{\mu\nu}U^\mu U^\nu = -1$, o bien $g^{\mu\nu}U_\mu U_\nu = -1$, y puesto que parece lógico admitir $\hat{U}_i = 0$, tendremos $\hat{U}_0\hat{U}_0 = 1$. Entonces

$$\hat{\tau}_{00} = \hat{p}g_{00} + (\hat{p} + \hat{\epsilon})\hat{U}_0\hat{U}_0 = -\frac{1}{8\pi}\Lambda g_{00} \tag{16}$$

nos proporciona:

$$\hat{\epsilon} = \frac{\Lambda}{8\pi} \tag{17}$$

Igualmente, como $U_iU_i = 0$, obtenemos:

$$\hat{p} = -\frac{\Lambda}{8\pi} \tag{18}$$

Resumiendo:

$$\tilde{\tau}_{\mu\nu} = \tau_{\mu\nu} + \hat{\tau}_{\mu\nu} \tag{19}$$

$$\hat{\tau}_{\mu\nu} = \left(\frac{1}{8\pi}\right)\Lambda g_{\mu\nu} \tag{20}$$

$$\tilde{p} = p + \hat{p} \tag{21}$$

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon + \hat{\epsilon} \tag{22}$$

los signos "tilde" significan "total" y los signos "sombrero" significan "vacío" o "término cosmológico".

Recuperamos así la expresión formal inicial de las ecuaciones de Einstein, simplemente reemplazando $\tau_{\mu\nu}$ por $\tilde{\tau}_{\mu\nu}$. De esta forma, análogamente a como obtuvimos AFD(9.97) obtenemos ahora:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3}(\tilde{\epsilon} + 3\tilde{p}) \tag{23}$$

donde en lugar de la variable R hemos utilizado la variable adimensional:

$$a = \frac{R}{R_0} \tag{24}$$

siendo R_0 el radio del Universo, o factor de escala cósmica, actual. Y obtenemos, análogamente a AFD(9.100):

$$\dot{a}^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{8\pi}{3}\tilde{\epsilon}a^2 \tag{25}$$

es decir:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3}\left(\epsilon + 3p - \frac{\Lambda}{4\pi}\right)a \tag{26}$$

$$\dot{a}^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{\Lambda}{3}a^2 + \frac{8\pi}{3}a^2\epsilon \tag{27}$$

Estas son las nuevas ecuaciones generales del Universo, aplicables a cualquier época, según su propia ecuación de estado.

En la era actual admitimos $p = 0$. Para el universo estacionario de Einstein, hacemos $\ddot{a} = 0$ y $\dot{a} = 0$ y obtenemos como solución:

$$\epsilon = \frac{\Lambda}{4\pi} \tag{28}$$

$$\Lambda = \frac{k}{a^2 R_0^2} \tag{29}$$

Este Universo le pareció a Einstein más admisible: era estático y no obtenía la "absurda" conclusión de que el Universo estaba en expansión. Si Λ era positivo, también debía ser $k = 1$, el Universo de Einstein era cerrado. Como a era constante, y $a_0 = 1$, siempre $a = 1$. Además $R_0 = (4\pi\epsilon_0)^{-1/2} = \Lambda^{-1/2}$.

Pero al cabo de más de diez años Hubble descubrió que el Universo estaba en expansión. Einstein había perdido la ocasión de anunciar lo que hubiera sido su predicción más asombrosa: la expansión del Universo. Su reacción fue pedir a la Comunidad Científica que "borrara" Λ, que se olvidara del maldito y fantasmal término cosmológico, que había sido un error suyo. Pero la Comunidad Científica no lo olvidó del todo y, como vamos a ver, proporciona una descripción perfecta de las observaciones más recientes. Cuando se crea un término, éste puede cobrar vida propia y ni su propio autor tiene derecho a aniquilarle. Einstein se equivocó cuando dijo que se había equivocado.

Y sin embargo, eran muy serias las razones para la tachadura del "remiendo" a una ecuación simple como la inicial; tres serias razones:

a) Dos partículas aisladas tenderían a separarse debido al carácter expansivo del vacío. Esto parece contradecir el principio de conservación de la energía, aunque no es así, si dotamos, como lo hemos hecho, al vacío de una densidad de energía. Pero entonces, el vacío no sería vacíıo, tendría energía, y por tanto materia; es decir, el vacío no está vacío, o mejor, el vacío no existe. Lo extraño del término cosmológico es que no tiene ninguna relación con el tensor impulso-energía. Por tanto, la introducción de Λ representa una revolución ideológica extraordinaria en la Física. Si el Universo estaba realmente en expansión esta revolución era completamente innecesaria (La reaceleración recientemente descubierta, por el contrario, sí que parece necesitarla).

b) En el primer razonamiento para encontrar la curvatura, se había adoptado como premisa implícita que las nuevas leyes propuestas deberían convertirse en las clásicas en el caso clásico. Pero con Λ, ésto no ocurre: la ecuación de Poisson deja de cumplirse. Claro que si Λ fuera muy pequeño, su presencia podría haber pasado inadvertida en los experimentos terrestres. Pero entonces la introducción de Λ viola una ley no escrita de la Cosmología: Hay que respetar las leyes existenciales, mientras no nos conduzcan a un callejón sin salida. (Pero atención: la reaceleración puede ser este callejón).

c) Einstein no fue consciente de que el Universo que lleva su nombre es imposible. Corresponde al equilibrio, pero a un equilibrio inestable. Supongamos que las acciones de Λ y la gravedad se equilibran en cierto memento; si se produce una expansión infinitesimal, la acción de Λ se mantiene constante, pero la gravedad disminuye. A una expansión infinitesimal sucedería una expansión creciente indefinida. También la contracción es inestable: Toda una teoría revolucionaria para justificar un universo imposible. Este sí que fue el gran error de Einstein.

Pero .... Λ parece existir.

Digamos que el nombre *término cosmológico* es inapropiado. Los términos deben representar efectos, pero no serlo. Debería llamarse *expansividad del vacío*, o algo así. Pero la tradición obliga.

3. El Universo reacelerado

Las nuevas ecuaciones del Universo son (26) y (27). Las observaciones sugieren $k = 0$, principlamente las correspondientes al espectro de anisotropías de la radiación de fondo. La reaceleración observadaa con las supernovas muy lejanas y la dinámica de los cúmulos de galaxias sugieren $\Omega_\Lambda = 0{,}7$. Este Ω_Λ sería la contribución de Λ a la densidad de energía total, en contraposición con Ω_M que representaría la contribución de la materia, tanto oscura como visible. Se toma como unidad, claro está, la densidad de energía del Universo crítico, o plano. Definamos Ω_Λ y Ω_M con precisión.

Dividimos la ecuación (27) por a^2, considerando $H = \dot{a}/a$

$$H^2 + \frac{k}{R_0^2 a^2} = \frac{\Lambda}{3} + \frac{8\pi}{3}\epsilon \qquad (30)$$

Obtenemos la densidad crítica del Universo de einstein-de Sitter, haciendo $\Lambda = 0$; $k = 0$

$$\epsilon_c = \frac{3}{8\pi} H^2 \tag{31}$$

Dividimos (30) por ϵ_c, o equivalentemente por H^2

$$1 + \frac{k}{R_0^2 a^2 H^2} = \Omega_\Lambda + \Omega_M \tag{32}$$

donde

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} \tag{33}$$

y

$$\Omega_M = \frac{8\pi}{3} \frac{\epsilon}{H^2} \tag{34}$$

Si el Universo real tuviera $k = 0$, sería

$$\Omega_\Lambda + \Omega_M = 1 \tag{35}$$

Para ver el efecto de Λ sobre la expansión comencemos analizando el Universo de de Sitter, que consiste en suponer Λ dominante ($\Omega_\Lambda = 1$; $\Omega_M = 0$. De Sitter se planteó este problema como puro ejercicio académico sin imaginar que éste puede ser el universo que nos espera. Haciendo $p = \epsilon = 0$ en nuestras ecuaciones generales (26) y (27) obtenemos

$$\ddot{a} = \frac{\Lambda}{3} a \tag{36}$$

$$\dot{a}^2 = \frac{\Lambda}{3} a^2 \tag{37}$$

La solución es

$$a = a_0 e^{(\Lambda/3)^{1/2} t} \tag{38}$$

El Universo crece exponencialmente. La función de Hubble es constante

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \left(\frac{\Lambda}{3}\right)^{1/2} \tag{39}$$

Resulta algo preocupante que la vida actual surja precisamente en la región intermedia entre dos regímenes extremos ($t^{2/3}$ y exponencial), relacionable con el llamado *principio antrópico.* El término cosmológico nunca había sido importante y "dentro de poco" será dominante. Nuestro futuro es la dilución exponencial. La exótica expansión del Universo de de Sitter se debe a la enigmática ecuación de estado del vacío

$$\hat{p} = -\hat{\epsilon} \tag{40}$$

Sabemos que el Universo es más complejo al acercarnos a $t = 0$. Debemos considerar una escala temporal logarítmica para escudriñar esta era. En parte ya la conocemos, aunque ahora, vamos a llegar más allá, a la llamada era de la Inflación.

4. Pero... ¿hubo realmente un Big-Bang?

La existencia del Big-Bang se acpta hoy como un hecho indiscutible. Paradógicamente, nadie ha pretendido demostrarlo y su veracidad nos es hoy incomprobable. Su pretendida predicción se basa en la fórmula (11) en la cual, si $\epsilon > 0$, $p > 0$ se obtiene

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3}(\epsilon + 3p)a < 0 \tag{41}$$

y si hoy $\dot{a}_0 > 0$ ha de llegar un momento, que tomamos como origen de tiempo en el que $a(0) = 0$. Además, la ecuación AFD (9.101) sería

$$\frac{d}{dt}(\epsilon a^3) = -3a^2\dot{a}p \tag{42}$$

o bien

$$\dot{\epsilon} = -\frac{\dot{a}}{a}3(\epsilon + p) \tag{43}$$

Esta fórmula es válida incluso tras la inclusión de Λ (el que no se lo crea que lo compruebe), aunque ahora poco nos importa Λ, pues sabemos que en tiempos muy primitivos su acción fue completamente despreciable. En esta fórmula vemos que si $\epsilon > 0$, $p > 0$, será $\dot{\epsilon} < 0$ y el Universo siempre se ha enfriado. Incluso vemos que si $a = 0$, $\dot{\epsilon} = \infty$: el Universo fue infinitamente caliente y denso. No se escapa fácilmente de esta conclusión pues ϵ debería de haber sido, además de positivo, muy grande. Tampoco es probable $\dot{a} = 0$ pues sabemos que $\dot{a}$ era mayor en tiempos remotos.

Pero estas ecuaciones se deducen de la Relatividad General, teoría que, con toda seguridad, no se cumple para sistemas tan densos y calientes. Haría falta acudir a la (por nacer) teoría Cuántica de la Gravedad. La existencia del Big-Bang se obtiene con unas ecuaciones incorrectas. Oigamos al propio Einstein: "...No se puede asumir la validez de las ecuaciones para densidades muy altas y es posible que en una teoría de unificación no exista esa singularidad". Y Hoyle, quien acuñó el término "Hot Big Bang", no creía en su existencia.

Pues además, ¿y si "p" fuera negativo? No parece intuitivo pero probablemente en estos tiempos remotos el comportamiento del Universo no tuvo nada de intuitivo. Tampoco podemos sorprendernos puesto que "nuestro" vacío tienen como ecuación de estado, $p = -\epsilon$, con una presión negativa.

La presión no solamente tuvo que ser negativa, sino $p < -\epsilon/3$. Precisamente hay razones para pensar que una era hubo en la que $p = -\epsilon$, exactamente igual que en el Universo dominado por la expansibilidad del vacío, aunque ahora la causa de la ecuación de estado $p = -\epsilon$ no sea el término cosmológico.

5. Inflación

Hubo una era en la que $p = -\epsilon$, y por tanto de crecimiento exponencial, o "era de la Inflación". Luego trataremos de la causa pero el fenómeno, en líneas generales, se atribuye a una transición de fase cosmológica, la correspondiente a la rotura de simetría GUT, cuyo parámetro de orden ϕ es el valor esperado del vacío de un campo escalar. Luego hablaremos de las tentativas de identificación del mecanismo con más detalle. Ahora escribamos su lagrangiano $L_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi, T)$. Su tensor impulso- energía puede caracterizarse por una densidad de energía ϵ_ϕ y una presión p_ϕ dadas por

$$\epsilon_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V \tag{44}$$

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V \tag{45}$$

Cuando el término cinético es despreciable tenemos

$$p_\phi = -\epsilon_\phi \tag{46}$$

similar a la ecuación de estado del término cosmológico. Cuando ϵ_ϕ sea dominante la ecuación de estado del Universo será del tipo $p = -\epsilon$, y su crecimiento será exponencial.

Λ y ϕ producen una expansión similar aunque, en principio, son efectos muy diferentes. A veces se habla de Λ "equivalente" en la era de la Inflación. Algunos autores atribuyen a otro campo escalar, la llamada "quintaesencia", la reaceleracion, en lugar de admitir un término cosmológico. A pesar de la confusión actual sobre la inflación, su existencia se admite generalmente, puesto que permite explicar la "planitud" y la homogeneidad del Universo, que de otra forma se tienen que adoptar como condiciones iniciales "ad hoc". Puede la inflación además explicar otros efectos, tales como la creación deel campo magnético del Universo.

6. El Problema del Horizonte

Hagámosnos una pregunta de diversas maneras: ¿Por qué es el Universo homogéneo? ¿Cómo nos parecen iguales regiones del Universo que nunca estuvieron conectadas causalmente? ¿Por qué la radiación de fondo es isótropa en escalas angulares mayores que el horizonte en la época de la Recombinación? Hay dos posibles respuestas: O la homogeneidad es parte de las condiciones iniciales, lo cual tiene un cierto parecido a un planteamiento religioso, o hubo en una época remota un mecanismo homogeneizador. La inflación ofrece una explicación de este segundo tipo.

El horizonte fue definido en AFD (9.8.3). Pero este concepto es algo complejo y admite varias definiciones. En AFD hablamos de lo que se llama el "horizonte de partículas" que se alejaba a 3 veces la velocidad de la luz en la era de la Materia y a 2 veces en la era de la Radiación. En la era inflacionaria sería:

$$d_H = a \int_0^t \frac{dt'}{Ae^{t/\tau}} = \tau \left(e^{t/\tau} - 1 \right) \tag{47}$$

Para tiempos pequeños comparados con τ, vemos que $e^{t/\tau} \approx 1 + t/\tau + \ldots$, el horizonte se aleja con la velocidad de la luz, pero a partir de $t \sim \tau$, se aleja exponencialmetne hasta el cese de la era inflacionaria.

Pero para nuestros propósitos no nos interesa este horizonte de partículas, que tiene en cuenta toda la historia del Universo (desconocida para tiempos bastante próximos a la Inflación). Se prefiere utilizar el concepto de "horizonte cosmológico", más determinante de la situación instantánea. Se define el horizonte cosmológico, a_c, como el radio de Hubble comóvil.

El tamaño propio sería $c/H = ca/\dot{a} = a/\dot{a}$ (pues $c = 1$) y el tamaño comóvil, multiplicado por R_0/R, es decir, dividiendo por a, es decir

$$a_c = \frac{1}{\dot{a}} \tag{48}$$

Así, se considera la propagación de la causalidad en una época particular. a_c es la distancia (tomando como unidad R_0) de un objeto que viaja a la velocidad de la luz, participando del movimiento de expansión. También se le llama radio de la esfera a la velocidad de la luz. Calculamos a_c en las distintas épocas:

- Era de la materia: $a = K_M t^{2/3}$, donde $K_M = (3/2H_0)^{2/3}$, con dimensiones $[K_M] = T^{-2/3}$.
$$a_c = \frac{3}{2}\frac{1}{K_M}t^{1/3} = \frac{3}{2}\frac{1}{K_M^{3/2}}a^{1/2} \tag{49}$$

- Era de la radiación. Entonces $a = K_R t^{1/2}$, donde $K_R = ((32\pi/3)\epsilon_0)^{1/4}$, siendo ϵ_0 a densidad de energía de la radiación de fondo. $[K_R] = T^{-1/2}$
$$a_c = \frac{2}{K_R}t^{1/2} = \frac{2}{K_R^2}a \tag{50}$$

- Era de la Inflación. Entonces $a = Ae^{t/\tau}$
$$a_c = \frac{\tau}{A}e^{-t/\tau} = \tau/a \tag{51}$$

En las eras de la Materia y de la Radiación, el horizonte cosmológico se aleja, según $a^{1/2}$ y según a respectivamente, como parece lógico. Pero en la era de la Inflación, el tamaño propio del horizonte cosmológico $a/\dot{a}$ es constante (igual a la constante τ), y el tamaño comóvil, que es lo que estamos considerando, se hace menor al transcurrir el tiempo: a_c disminuye cuando aumenta a.

En las gráficas que siguen representamos $a(t)$ y $a_c(t)$.

t_i es el momento de inicio de la inflación, t_f el final, t_{eq} el tiempo de la Igualdad y t_o el tiempo actual. Dentro de la zona "desconocida" no estamos tan ignorantes entre la época de Planck y la época GUT, pero es preferible una curva de puntos dubitativa.

En coordenadas comóviles un tamaño de objeto es invariable, si el tamaño varía debido a la expansión exclusivamente. Es lo que se representa con la línea discontinua l_0. Vemos en la segunda gráfica que l_0 era super-horizonte inicialmente, llegó a ser sub-horizonte antes de la inflación y entonces se alcanzó la homogeneidad dentro de la escala l_0. En la era de la Inflación volvió a ser super-horizonte. Al llegar la Igualdad y la Recombinación aún era superhorizonte, pero al llegar a la época actual se hizo sub-horizonte, lo que nos permite "observar" el objeto de tamaño l_0. Si desconociéramos la inflación no podríamos explicarnos como existe homogeneidad en un objeto que solo recientemente se hizo sub-horizonte.

Obsérvese que el razonamiento no precisa suponer nada sobre la era pre-Inflacionaria. Pudo ser (aunque no es probable) que a_c disminuyera con t, antes de t_i.

Claro que esta explicación supone una situación filosóficamente inquietante: vivimos en una burbuja de homogeneidad.

7. Crecimiento inflacionario

La inflación debió transcurrir en torno a la transición de fase GUT y no se sabe cuánto duró. Desde el punto de vista observacional solo podemos obtener un valor mínimo del tamaño de nuestra burbuja de homogeneidad, que corresponderá a cuando

$$a_c(t_i) = a_c(t_0) \tag{52}$$

En general $a_c(t_i) > a_c(t_0)$ y como no hay razón para pensar que estas dos escalas han de estar relacionadas, es lógico asumir $a_c(t_i) \gg a_c(t_0)$, a no ser que pensemos en una relación basada en el Principio Antrópico. Puesto que hay esta gran desigualdad procedamos al cálculo prescindiendo de todas las constantes del orden de 1. El objeto del cálculo es a_f/a_i, siendo a_f y a_i los radios del universo al final y al comienzo de la inflación.

La condición de partida, teniendo en cuenta las ecuaciones (49) y (51) es

$$a_i = \tau K_M^{3/2} \tag{53}$$

Para t_f han de coincidir las expresiones (50) y (51). Por tanto

$$a_f = \tau^{1/2} K_R \tag{54}$$

Dividiendo

$$\frac{a_f}{a_i} = \frac{K_R}{\tau^{1/2} K_M^{3/2}} \tag{55}$$

Pero

$$\tau = (\Lambda/3)^{-1/2} = (8\pi\epsilon_i/3)-1/2 \approx \epsilon_i^{-1/2} \tag{56}$$

siendo Λ la constante cosmológica equivalente y ϵ_i la densidad de energía en la época GUT. Haciendo las sustituciones correspondientes

$$\frac{a_f}{a_i} = \frac{(\epsilon_0\epsilon_i)^{1/4}}{H_0} = \frac{a^{1/2} T_i T_0}{H_0} \tag{57}$$

En el último miembro a es la constante de la presión de radiación. Evidentemente ϵ_0 y T_0 corresponden a la radiación de fondo actual. Con los valores: $1K = 3{,}79 \times 10^{-76}s$, $T_i \sim 10^{28}K$, $T_0 \sim 3K$, $H_0 \sim 2{,}5 \times 10^{-18}s^{-1}$, $a = 2{,}69 \times 10^{259}s^{-6}$ obtenemos

$$\frac{a_f}{a_i} \gg 10^{23} \tag{58}$$

que equivale a 52 multiplicaciones por el factor e. Otros autores dan 60.

8. La planitud del Universo

Otra forma de escribir AFD (9.100) es

$$(\Omega^{-1} - 1)\epsilon a^2 = cte = (\Omega_0^{-1} - 1)\epsilon_0 \tag{59}$$

válida para cualquier época del Universo. Despejando Ω_0

$$\Omega_0 = \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_i}{\epsilon_0} a_i^2 \left(\frac{1-\Omega_i}{\Omega_i}\right)} \tag{60}$$

ϵ_i/ϵ_0 es muy grande pero en tiempos remotos a_i pudo ser muy pequeño.

Si inicialmente $\Omega_i = 1$, obtenemos $\Omega_0 = 1$, eso está claro. Si Ω_i tuvo un valor tan extremo como 10^{10}, obtendríamos $\Omega_0 \sim 1$ siempre que $(\epsilon_i/\epsilon_0)a_i^2$ fuera mucho menor que 1. Entonces

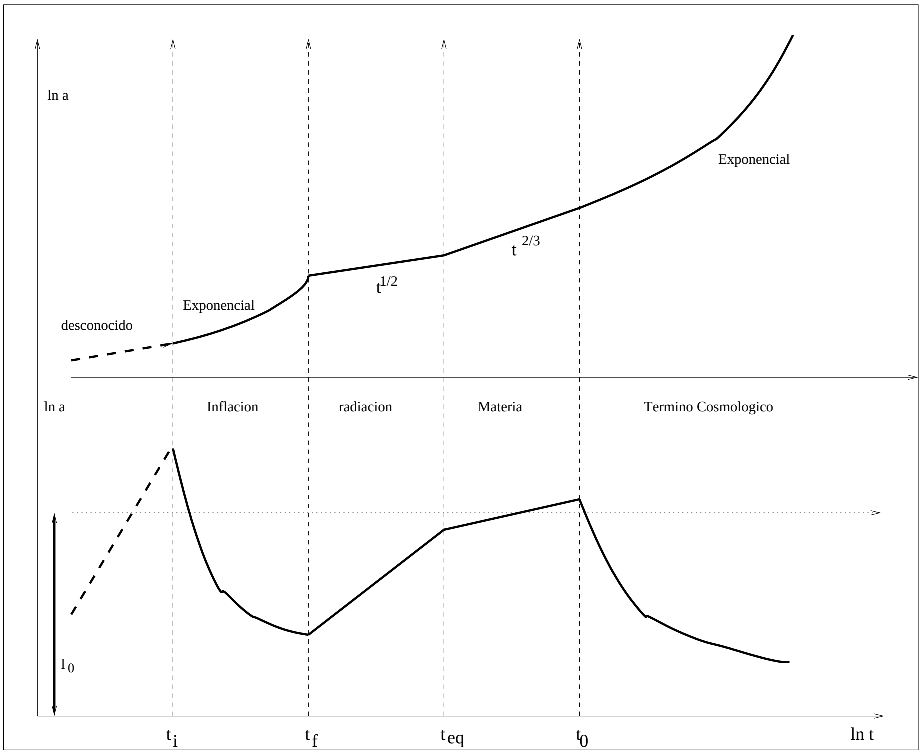
$$\frac{\epsilon_i}{\epsilon_0} a_i^2 \ll 1 \tag{61}$$

probablemente mucho menor. Imaginemos $a_f = Xa_i$. En el apartado anterior vimos que $X \gg 10^{23}$, pero ahora pretendemos obtener otro valor de X basado en la planitud del Universo. El valor máximo de $\left(\frac{\epsilon_i}{\epsilon_0} a_i^2\right)$ debe ser del orden de la unidad

$$\begin{aligned} 1 &\sim \tfrac{\epsilon_i}{\epsilon_0} X^{-2} a_f^2 = \tfrac{\epsilon_i}{\epsilon_0} X^{-2} \tau K_R^2 \\ &= \tfrac{\epsilon_i}{\epsilon_0} X^{-2} \epsilon_i^{-1/2} \epsilon_0^{1/2} = \left(\tfrac{\epsilon_i}{\epsilon_0}\right)^{1/2} X^{-2} \\ &= \left(\tfrac{T_i}{T_0}\right)^2 X^{-2} = 10^{28\times 2} X^{-2} = 10^{56} X^{-2} \end{aligned} \tag{62}$$

$$X = 10^{28} \tag{63}$$

equivalente a unas 64 multiplicaciones por el factor e.



ln a
Exponencial
$t^{2/3}$
$t^{1/2}$
Exponencial
desconocido
ln a
Inflacion
radiacion
Materia
Termino Cosmologico
l_0
t_i
t_f
t_{eq}
t_0
ln t

Figura 1: