

Estructura a gran escala

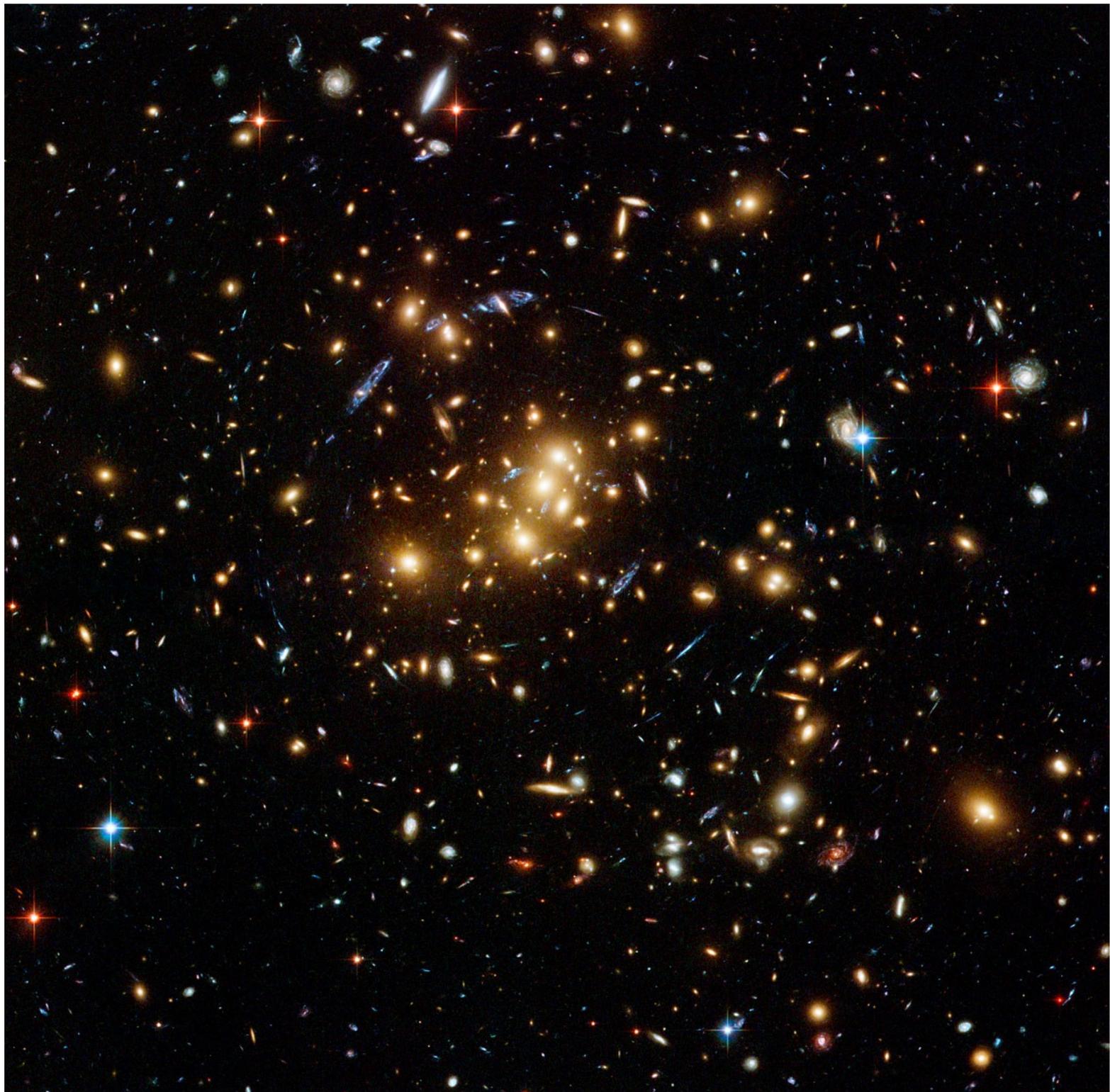
- Las estrellas se agrupan en galaxias.
- Las galaxias en cúmulos de galaxias
- Los cúmulos en supercúmulos de galaxias.
- Los supercúmulos en la estructura a gran escala.
- Grandes vacíos (20- 150 Mpc) limitados por paredes y filamentos.
- Es uno de los problemas básicos de la cosmología.

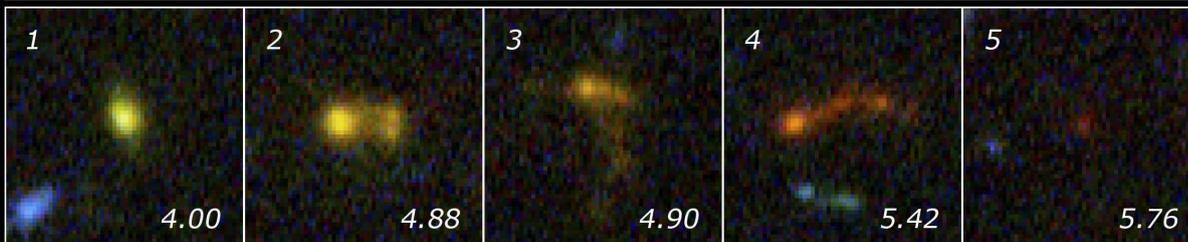
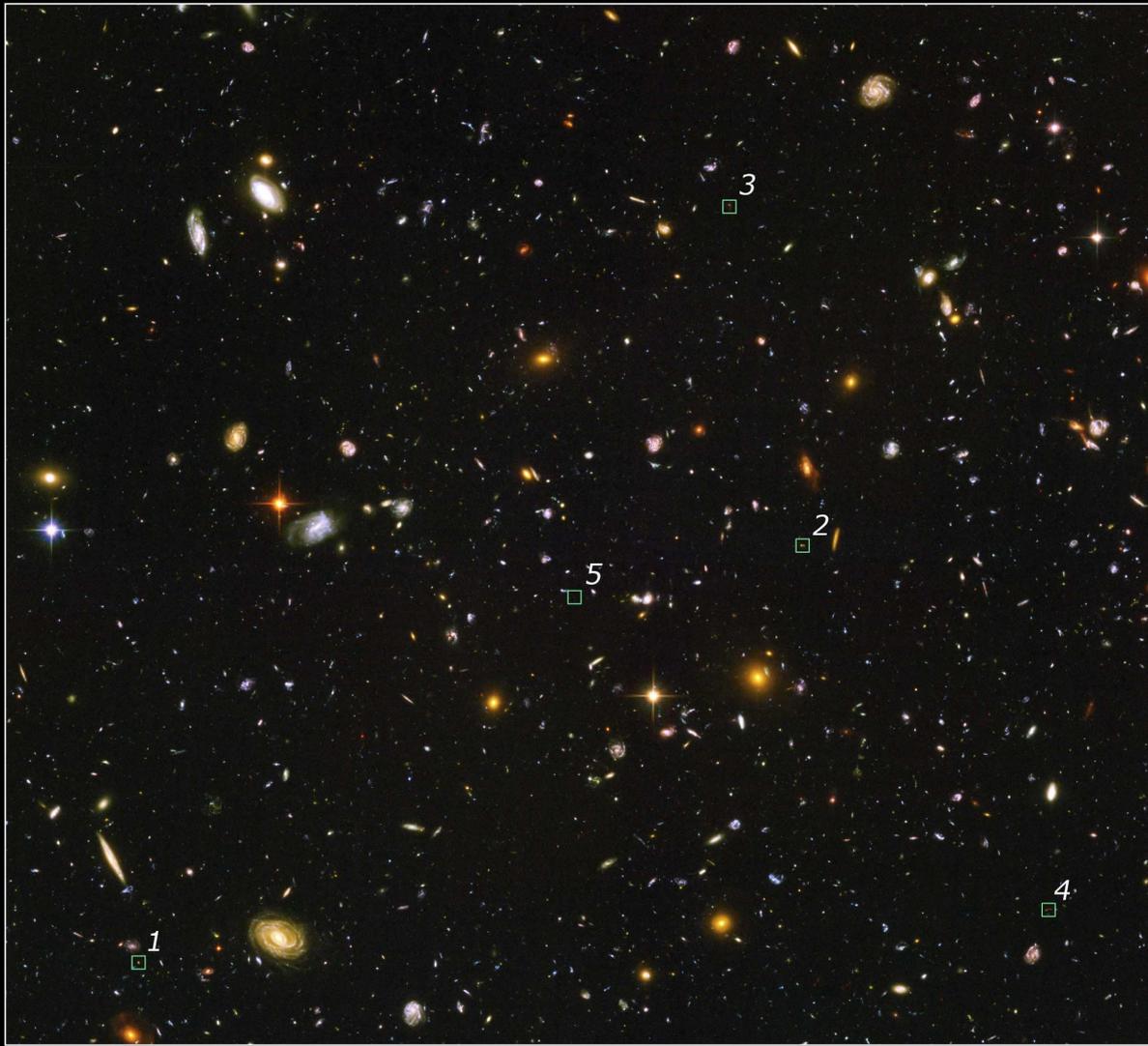
Crecimiento relativista

- Antes de la época de la Igualdad.
- Era de la luz.
- R proporcional a $t^{1/2}$
- Perturbaciones lineales.
- Consideraríamos perturbaciones en la métrica (perturbaciones adiabáticas) pero no en la ecuación de estado (perturbaciones isotermas)



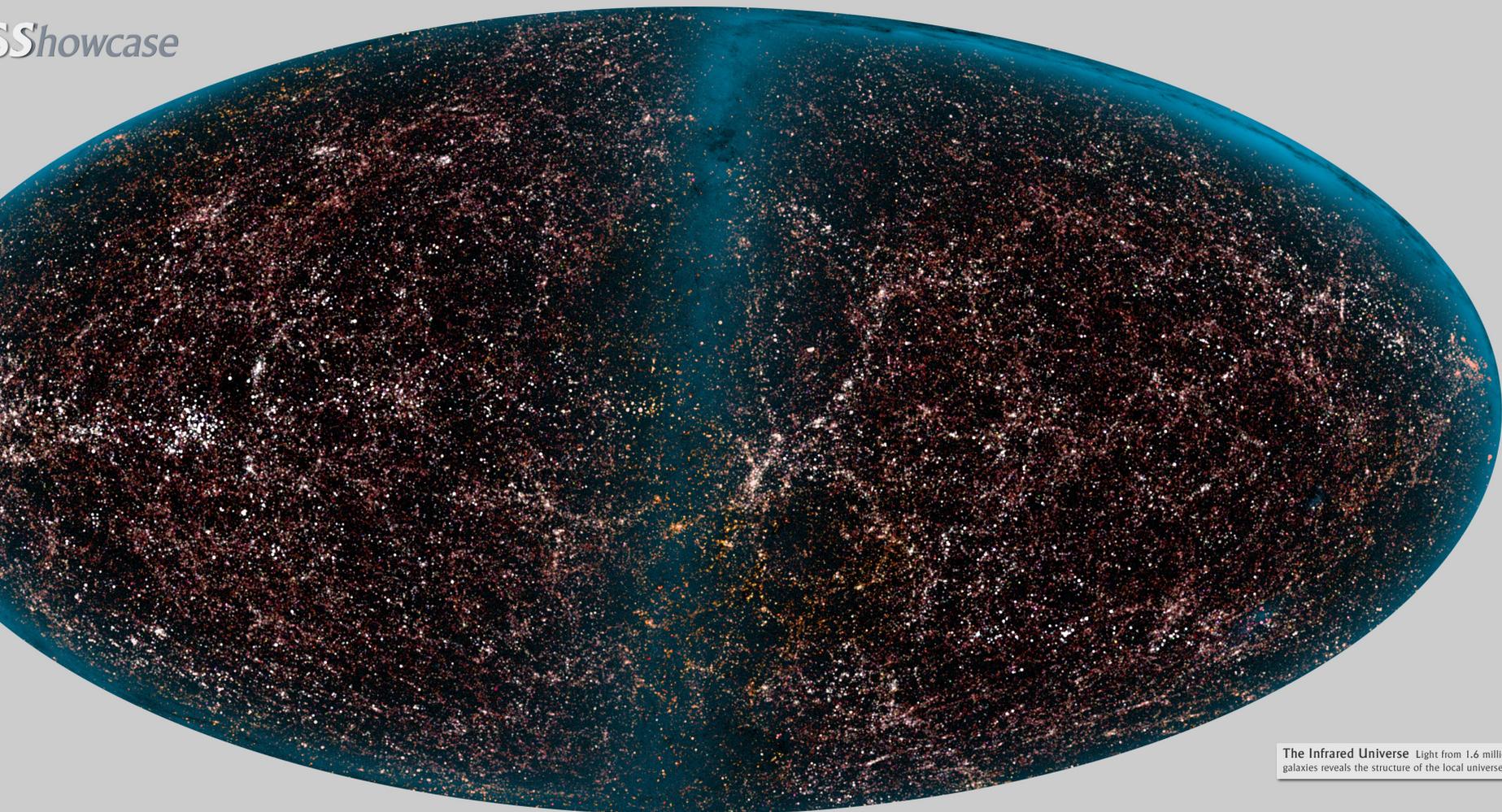






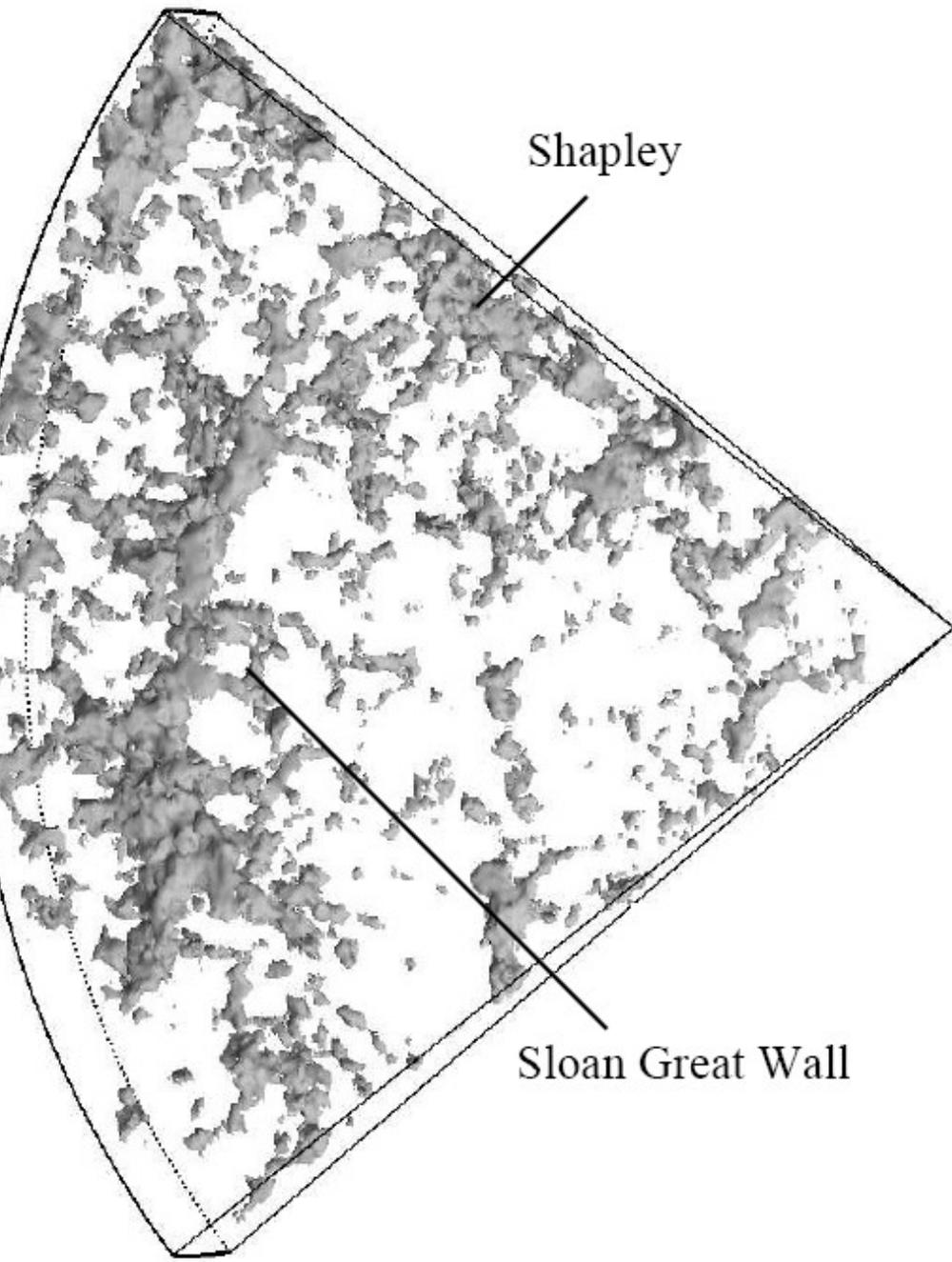
Galaxy Building Blocks in the Hubble Ultra Deep Field
Hubble Space Telescope • ACS/WFC

Showcase



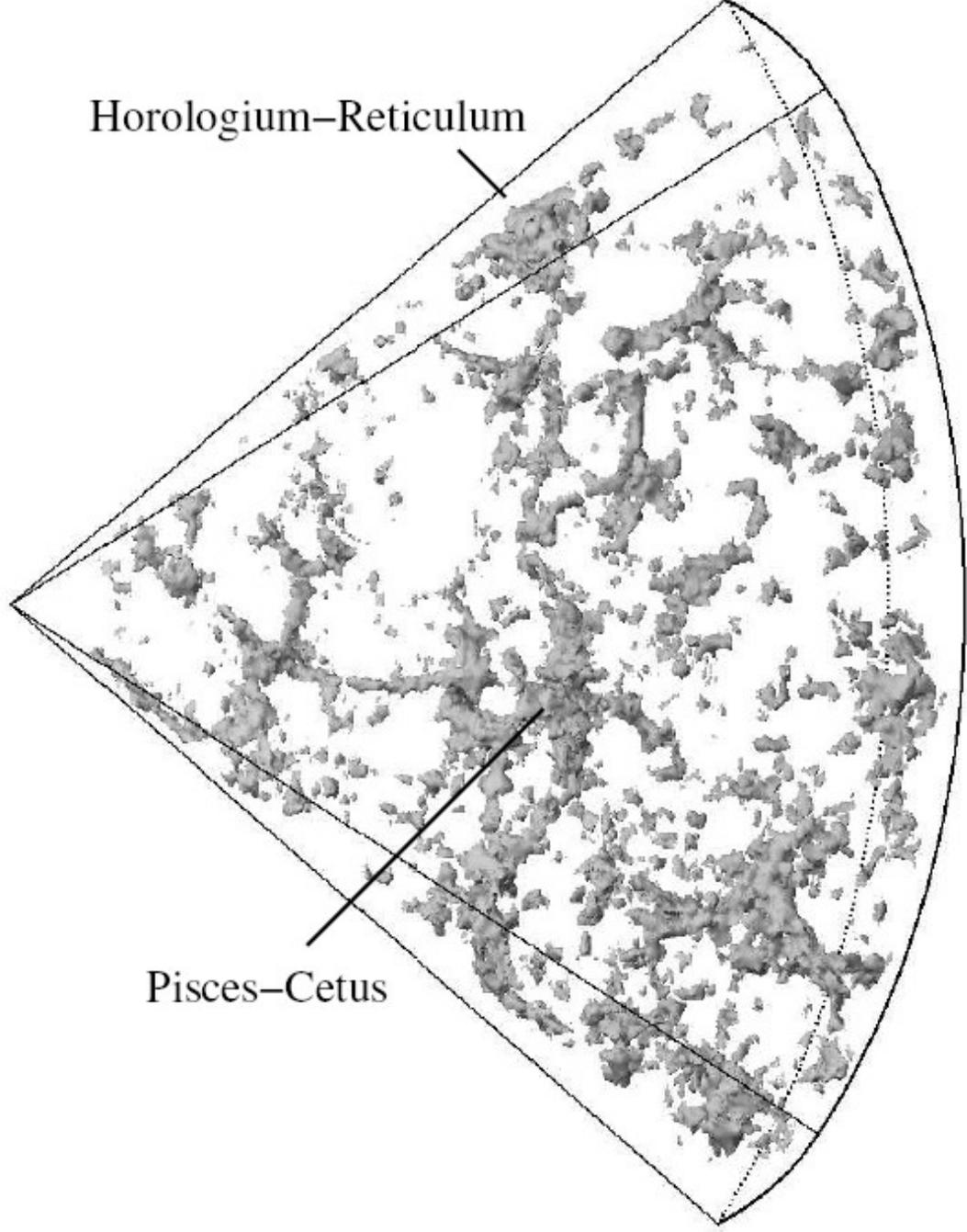
The Infrared Universe Light from 1.6 million galaxies reveals the structure of the local universe

Two Micron All Sky Survey Image Mosaic: Infrared Processing and Analysis Center/Caltech & University of Massachusetts



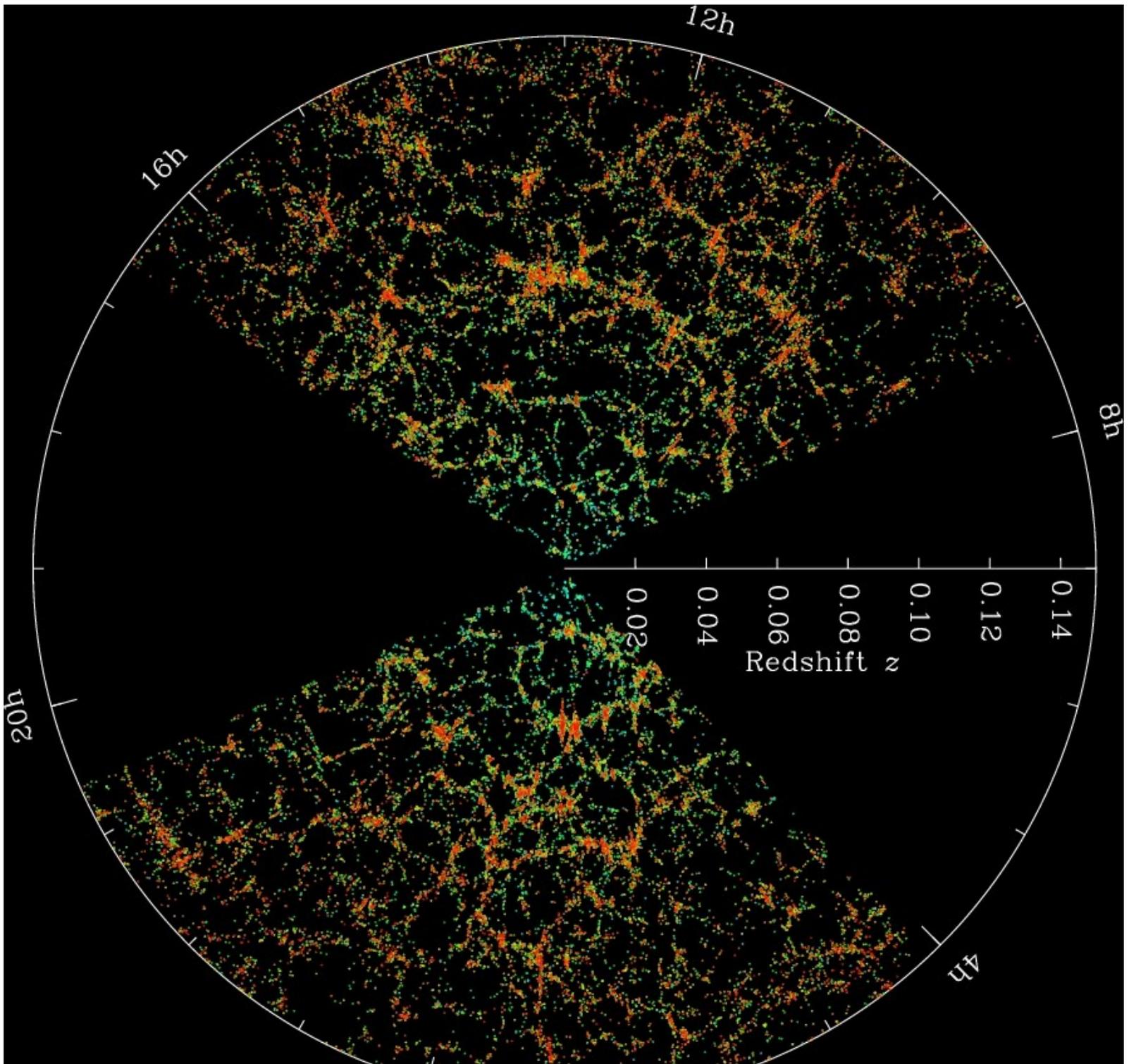
Shapley

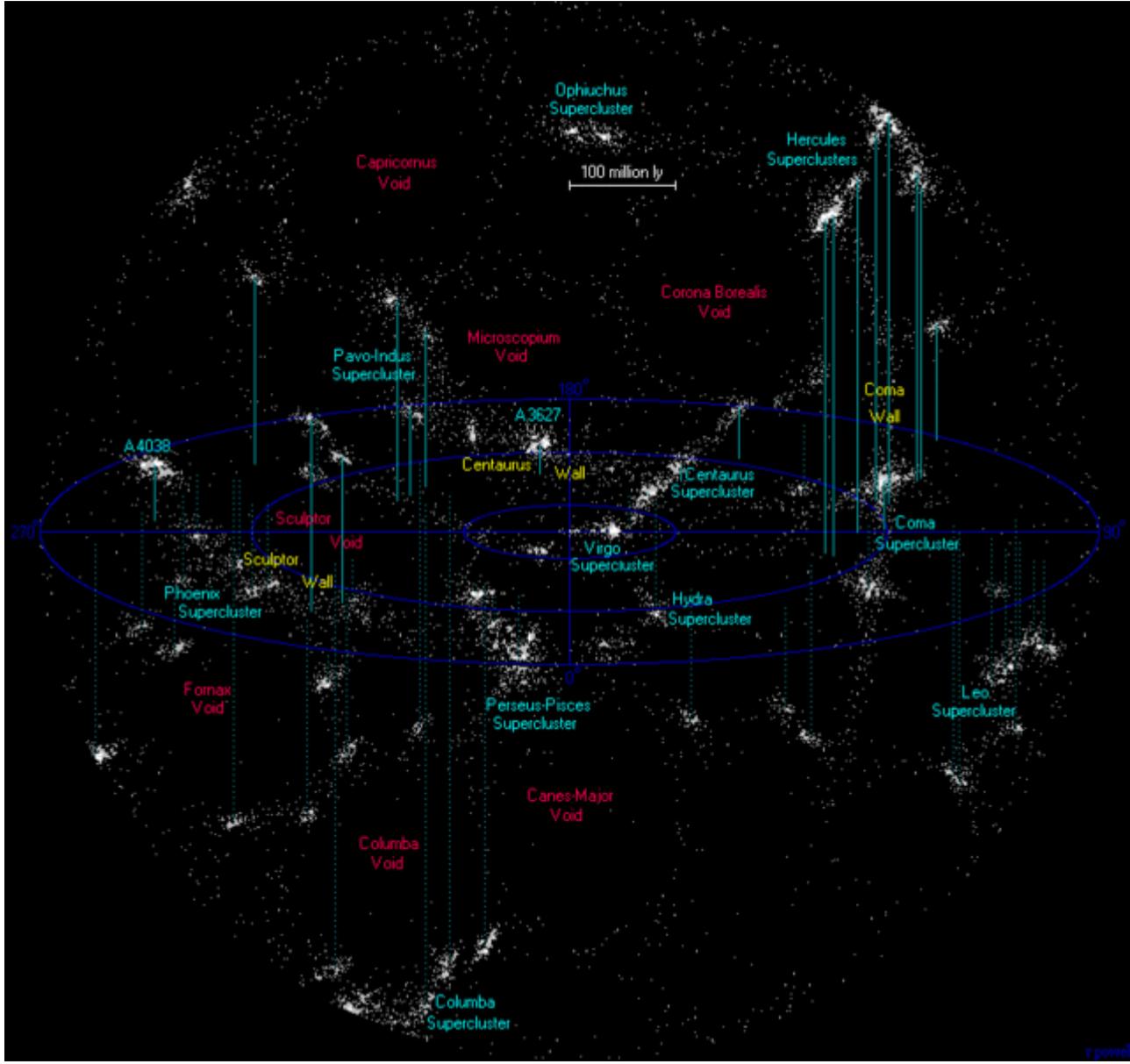
Sloan Great Wall



Horologium-Reticulum

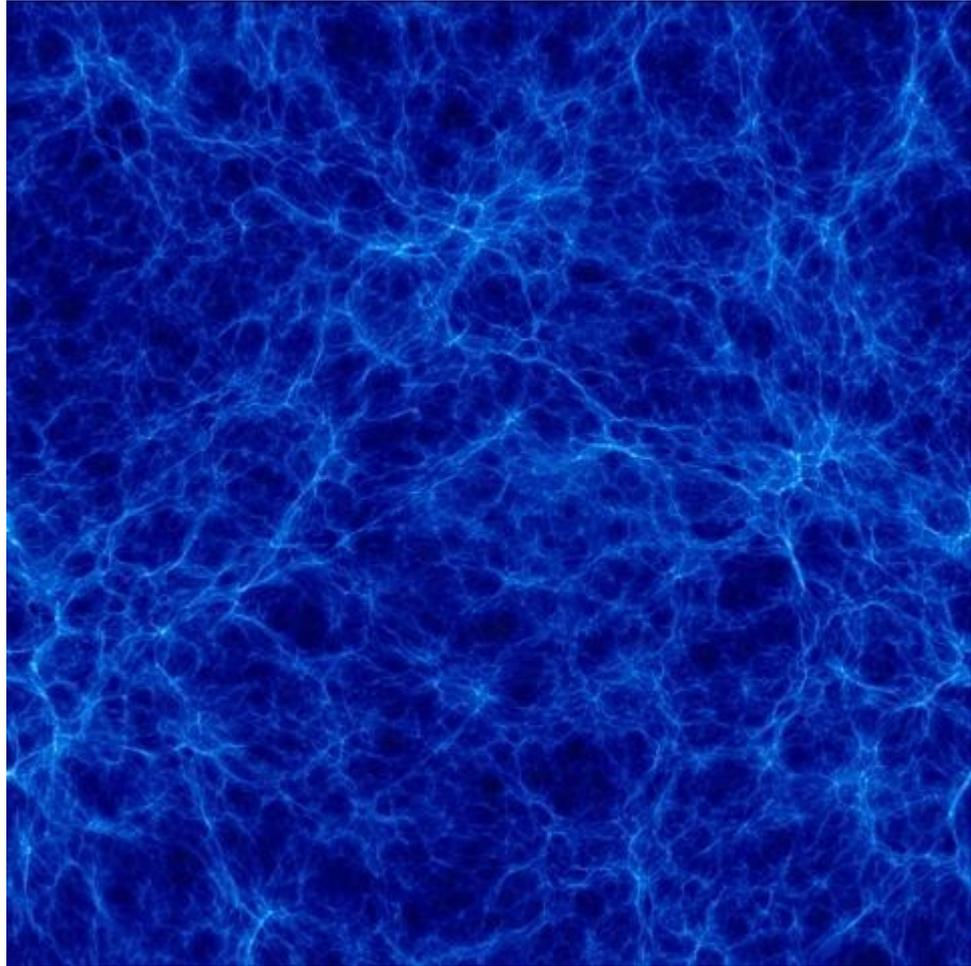
Pisces-Cetus





Cómo modelar

- ¿Cuál es el espectro de inhomogeneidades primordiales?
- ¿Cuál es la ecuación de estado?
- Materia oscura fría, CDM, o caliente?
- ¿Identificación de CDM?
- Wimps?
- Machos?
- Neutralinos?



El nacimiento de las galaxias

- La masa de Jeans clásica nos dice la masa mínima de gas interestelar que puede colapsar para formar estrellas.
- El colapso es inicialmente isoterma.
- Al final es adiabático. Este cambio decide el proceso de la fragmentación.
- La masa de Jeans es la de un cúmulo abierto.
- La masa del último fragmento es una masa solar.

Masa de Jeans estelar

$$M_J = \pi^{1/2} \left(\frac{kT}{mG} \right)^{3/2} \rho^{-1/2}$$

Masa de Jeans galáctica

- Al contrario que las estrellas, las galaxias se formaron “todas a la vez”.
- El colapso galáctico es adiabático (las nubes pregalácticas están formadas por fotones)
- El colapso es relativo: está dentro de una expansión.
- Las galaxias nacen por aislamiento, más que por colapso absoluto.
- La densidad en la vecindad del Sol es similar a la densidad en la época de la Recombinación.

Velocidad del sonido

$$\epsilon = mn + aT^4$$



$$\begin{aligned}\delta\epsilon &= m\delta n + 4aT^3\delta T \\ &= mn\left(3\frac{\delta T}{T}\right) + 4aT^4\frac{\delta T}{T} \\ &= (3mn + 4aT^4)\frac{\delta T}{T}\end{aligned}$$

$$P = \frac{1}{3}aT^4$$



$$\begin{aligned}\delta P &= \frac{4}{3}aT^3\delta T \\ &= \frac{4}{3}aT^4\frac{\delta T}{T}\end{aligned}$$

$$\sigma = \frac{4\pi T^3}{3n}$$



$$3\frac{\delta T}{T} = \delta\frac{n}{n}$$

$$V_s^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_Q \longrightarrow V_s^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \epsilon}\right)_Q$$

$$V_s^2 = \frac{\frac{4}{3}aT^4\frac{\delta T}{T}}{(3mn + 4aT^4)\frac{\delta T}{T}} = \frac{T\sigma}{3(m + T\sigma)}$$

ejemplos

Si el sistema es muy caliente $m \ll T \sigma$ por lo que $V_s^2 = 1/3$

Tras la recombinación:

$$\epsilon = mn + \frac{3}{2} nT \quad P = nT \quad n = \text{constante } T^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Con $\gamma = c_p/c_v = 5/3$

$$V_s^2 = \frac{\gamma T}{m}$$

Masa de Jeans

Cuando la energía gravitacional iguala la energía térmica

$$\frac{(\rho \lambda_J^3)^2}{\lambda_J} = T \frac{\rho}{m} \lambda^3$$

$$\lambda_J = V_S \rho^{-1/2} \longrightarrow \lambda_J = V_S \epsilon^{-1/2}$$

$$M_J \approx V_S^3 \rho^{-1/2} \longrightarrow M_J = mn \lambda_J^3 = mn V_S^3 \epsilon^{-3/2}$$

Correcta $M_J = mn V_S^3 (\epsilon + P)^{-3/2}$

M(Jeans) en medio en expansión

Tiempo de vida del Universo:

$$\frac{1}{H} = \frac{R}{\dot{R}} \approx \frac{R}{\left(\frac{8\pi\epsilon R^3}{3R}\right)^{1/2}} = \left(\frac{3}{8\pi\epsilon}\right)^{1/2} \approx \epsilon^{-1/2}$$

con $k=0$ y $P=0$. El período de Jeans:

$$\frac{\lambda_J}{V_S} = \frac{V_S \epsilon^{-1/2}}{V_S} = \epsilon^{-1/2}$$

¡Son del mismo orden!

Historia de la Masa de Jeans

$$M_J = mnV_S^3(\epsilon + P)^{-3/2}$$

Universo dominado por la radiación:

$$M_J \approx mn\epsilon^{-3/2} = m \frac{4aT^3}{3\sigma} (aT^4)^{-3/2} = \frac{m}{a^{1/2}\sigma} T^{-3} = \frac{m}{a^{1/2}\sigma} T_0^{-3} \left(\frac{R}{R_0}\right)^3$$

$$M_J \propto R^3$$

Desde Igualdad hasta Recombinación

$$M_J = mn V_s^3 (\epsilon + P)^{-3/2}$$

$$\text{Igualdad: } mn_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 \approx a T_0^4 \left(\frac{R_0}{R} \right)^4$$

$$\frac{R_0}{R} = \frac{mn_0}{a T_0^4}$$

mn_0 es la densidad crítica (sea DM lo que sea) $\approx 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$

$$\frac{R_0}{R} \approx 2.5 \times 10^4$$

Ahora $m \gg T \sigma$, $\epsilon \approx mn$ luego $V_s = \frac{T \sigma}{3m}$

$$M_J = mn \left(\frac{T \sigma}{3m} \right)^{3/2} (mn)^{-3/2} = m^{-1/2} \left(\frac{4aT^3}{3\sigma} \right)^{-1/2} \left(\frac{T \sigma}{3m} \right)^{3/2} = \frac{1}{6} \frac{\sigma^2}{m^2} a^{-1/2}$$

M_J es constante! $M_J \approx 0.4 \sigma^2 M_o \approx 4 \times 10^{19} M_o$

Tras la Recombinación

Ahora $V_s^2 \approx \frac{T}{m}$ y T es la temperatura de la materia

$$M_J = mn \left(\frac{T}{m} \right)^{-3/2} (mn)^{-3/2} = m^{-2} n^{-1/2} T^{-3/2} = m^{-2} \left(\frac{4 a T_\gamma^3}{3 \sigma} \right)^{-1/2} T^{3/2}$$

Como $T \propto R^{-2}$ y $T_\gamma \propto R^{-1}$ y como $T \approx \frac{T_\gamma^2}{T_R}$

$$M_J \approx m^{-2} \left(\frac{\sigma T_{\gamma 0}}{a T_R^3} \right)^{1/2} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3/2}$$

$$M_J \propto R^{-3/2}$$

...resumiendo...

Entre Aniquilación e Igualdad

$$M_J = 1.4 \times (10^{28} R/R_0)^3 M_o$$

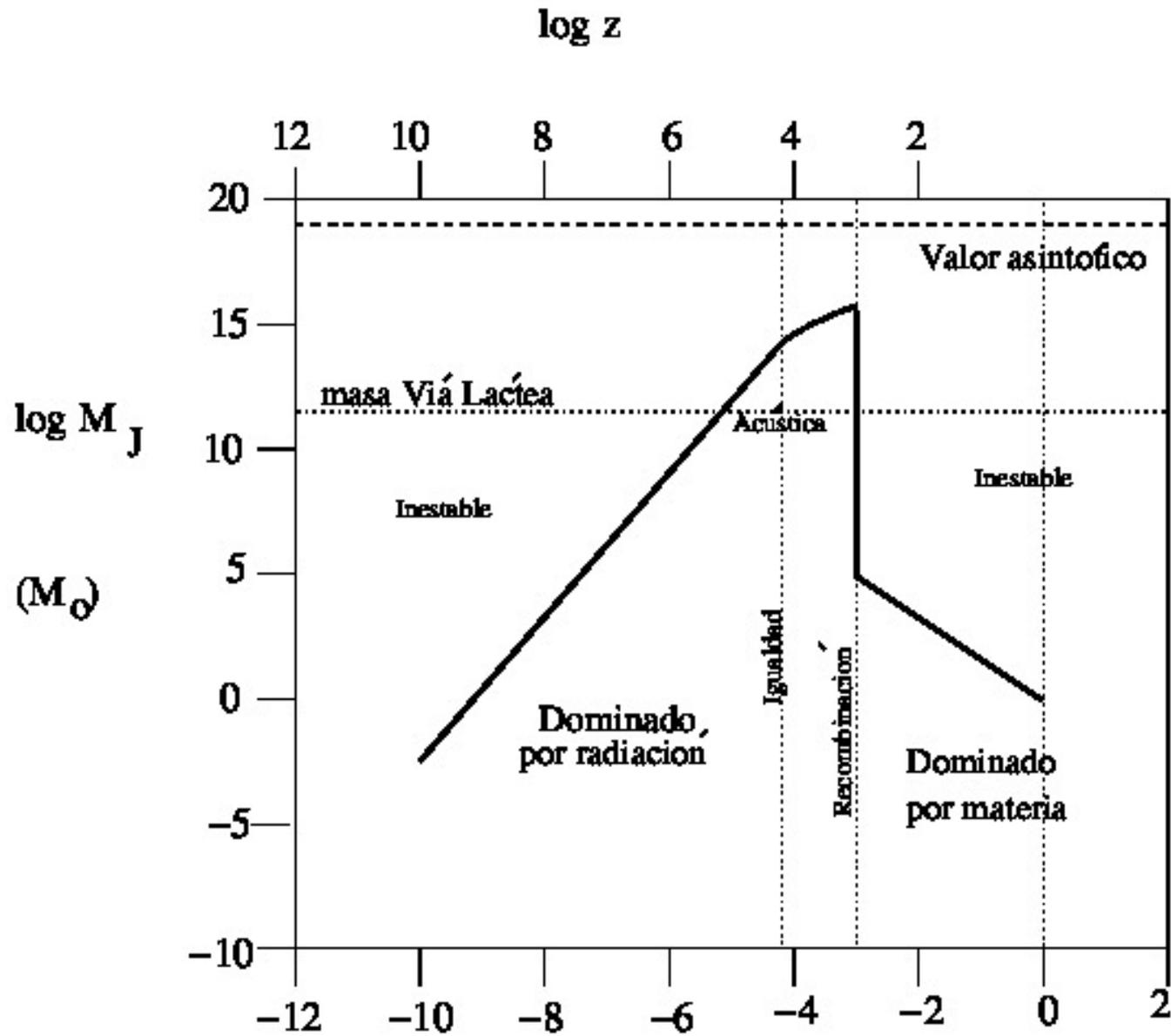
Entre Igualdad y Recombinación

$$M_J = 4 \times 10^{19} M_o$$

Entre Recombinación y el presente

$$M_J = 0.5 (R/R_0)^{-3/2} M_o$$

Evolucion de la masa de Jeans



La masa de una galaxia

- A “pequeña escala” (como la de la MW) el fluido cósmico no es perfecto.
- Hay mecanismos disipativos.
- Sobre todo el de “difusión de fotones”.
- En la fase acústica esta disipación puede ser total.
- Las perturbaciones más pequeñas no alcanzan la Recombinación y no producen galaxias.
- La masa mínima que colapsa es la “masa de Silk”.

Masa de Silk

- Los fotones tienden a escapar de la nube oscilante, perdiéndose la condición de adiabacia.
- Arrastran a los bariones y, por tanto, a los electrones.
- Los fluidos reales se caracterizan por una viscosidad y una conductividad térmica.
- Cuando el camino libre medio de los fotones es como la décima parte del tamaño de la nube, la viscosidad es importante

Masa mínima

$$\sigma_T = (8\pi e^4)/(3m_e^2) \quad 0.67 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

Camino libre medio de los fotones: $\lambda_\gamma = (\sigma_T n)^{-1}$

Tamaño máximo de la nube que sobrevive:

$$\lambda \approx 10 \frac{(R/R_0)^3}{\sigma_T n_0} = 10 \frac{(m/R/R_0)^3}{\sigma_T (mn_0)}$$

que corresponde a una masa de Silk

$$M_S = mn \lambda^3 = 10^3 \frac{m^3 (R/R_0)^6}{(mn_0)^2 \sigma_T^3} \approx 1 M_{MW}$$

El profesor muestra aquí la película de la evolución de la proto-Vía-Láctea

Flujo libre

- Es otro límite de la masa límite. Otro mecanismo de amortiguamiento.
- Los neutrinos (u otras partículas relativistas) no sufren “scattering” de Thomson. Viajan libremente lo que suaviza las nubes.
- Pero cuando su temperatura es del orden de su masa, se termalizan y no suavizan.
- ¿Qué longitud recorre un neutrino antes de termalizarse? Esa es la longitud que buscamos.
- Vuelve a salir algo parecido a la masa de la Vía Láctea.

Newton o GR

Sabemos: $\frac{M_J}{\lambda_J} \approx V_S^2$

Tras la Recombinación $V_S^2 \approx T/m \ll 1$

Antes de la Recombinación $V_S^2 = 1/3$ del orden de la unidad

Cuando en un sistema $M \approx L$ hace falta GR

Crecimiento post-recombinacional

$$\delta = \frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\rho - \langle\rho\rangle}{\langle\rho\rangle} \quad \text{Asumimos } \delta \ll 1, \text{ aunque sabemos } \delta_0 \approx 10^5$$

$$\text{Si } \langle\rho\rangle_0 \approx 10^{-30} \text{ g cm}^{-3}$$

$$\text{en la Recombinación } \langle\rho\rangle_R \approx 10^{-30} (1000)^3 = 10^{-21} \text{ g cm}^{-3} \approx 10 M_\odot \text{ pc}^{-3}$$

Las galaxias ¿nacen por aislamiento?

Perturbaciones lineales : $\rho \rightarrow \rho + \rho_1$ con $\rho_1 \equiv \delta\rho \ll \rho$

Magnitudes medias

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-3} \quad \vec{v} = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right) \vec{r} \quad \vec{g} = -\frac{4\pi\rho}{3} \vec{r}$$

$$\text{donde } \dot{R}^2 = \frac{8\pi\rho}{3} R^2$$

Ecuaciones perturbadas

Continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \vec{v}_1 + \vec{v} \cdot \nabla \rho_1 + 3\rho_1 \frac{\dot{R}}{R} = 0$$

Continuidad perturbada:

$$\dot{\rho}_1 + \rho \nabla \cdot \vec{v}_1 + \vec{v} \cdot \nabla \rho_1 + 3\rho_1 \frac{\dot{R}}{R} = 0$$

Movimiento perturbada

$$\dot{\vec{v}}_1 + \rho \nabla \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \rho_1 - \vec{g}_1 = 0$$

$$\nabla \times \vec{g} = 0 \quad \longrightarrow$$

$$\nabla \times \vec{g}_1 = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{g} = 4\pi\rho \quad \longrightarrow$$

$$\nabla \cdot \vec{g}_1 = 4\pi\rho_1$$

Solución newtoniana

$$\ddot{\delta} + 2\dot{\delta} + \frac{\dot{R}}{R} - 4\pi\delta = 0$$

$\delta \propto t^{2/3}$
 $\delta \propto t^{-1}$ Acaba desapareciendo

$$\delta \propto t^{2/3} \propto R \propto (1-z)^{-1}$$

Cuando $\delta \geq 1$ las perturbaciones ya no son lineales: $\delta \propto R^n$ con $n=2, 3, \dots$

Velocidad peculiar actual longitudinal: $V_0 \approx H_0 \lambda_0 \delta_0$

En principio permite obtener la distribución de DM

Si no hubiéramos asumido $\Omega = 1$ habríamos encontrado: $V_0 = \Omega_0^{0.6} H_0 \lambda_0 \delta_0$

lo que podría permitir obtener información sobre H_0

Crecimiento de las perturbaciones

- Cuando una nube puede colapsar, ¿con qué velocidad lo hace?
- Tras la Recombinación el tratamiento matemático puede ser newtoniano.
- Antes de la Recombinación el tratamiento exige GR.
- Esto se debe a que...

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(R^5 U_i (\varepsilon + P) \right) = -R^3 \frac{\partial p_1}{\partial x^i} \quad \text{Movimiento}$$

$$\dot{\varepsilon}_1 + \frac{3\dot{R}}{R} (\varepsilon_1 + P_1) = -(\varepsilon + P) \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial g_{kk}}{2R^2} + \frac{\partial}{\partial x^i} U_1^i \right) \right) \quad \text{Balance energía}$$

$$\delta = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon + P} = \frac{3}{4} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$$

Con esta definición ligeramente diferente, obtenemos:

$$\delta g_{kk} = -2R^2 \delta$$

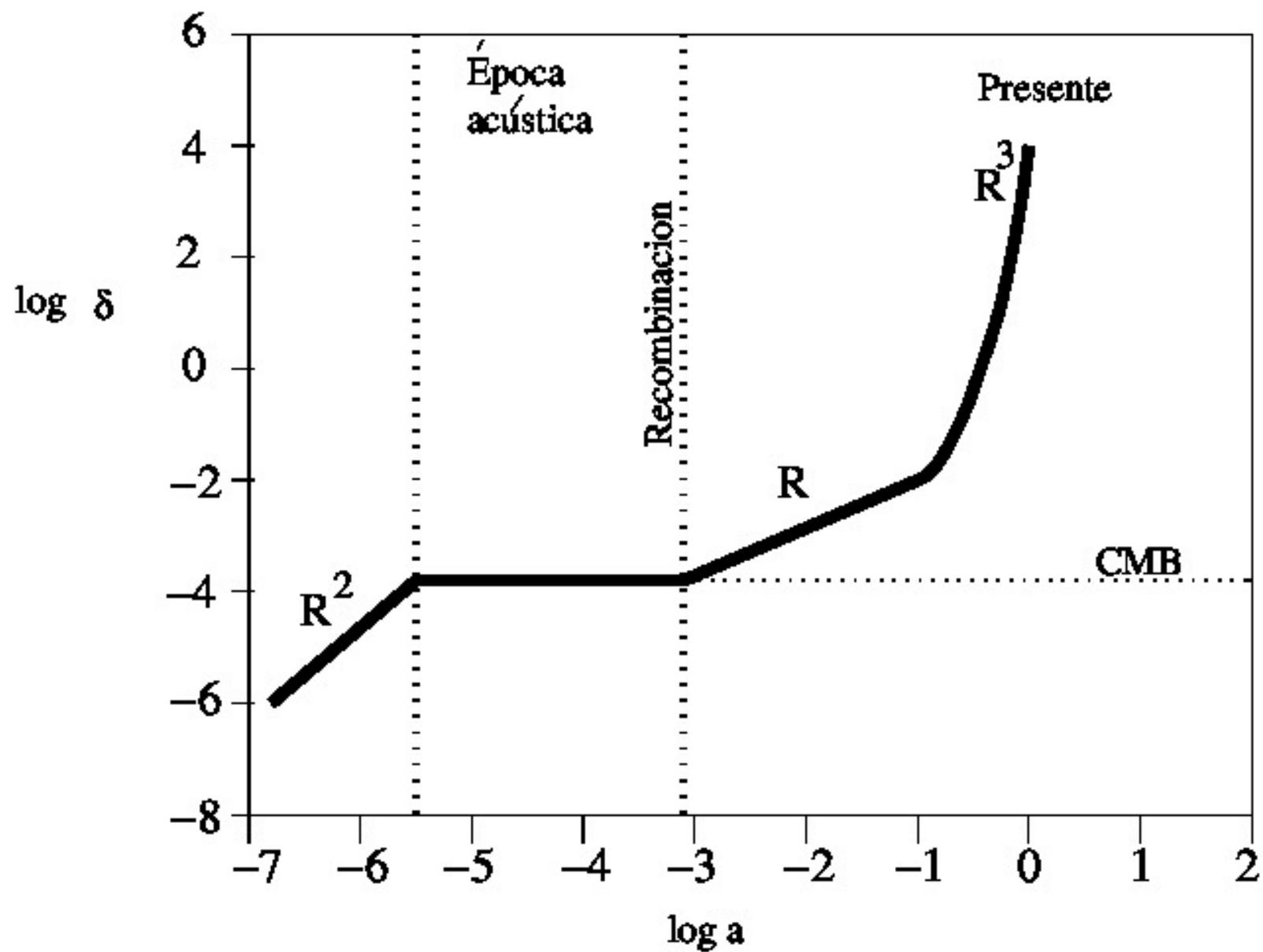
$$\delta \propto t$$

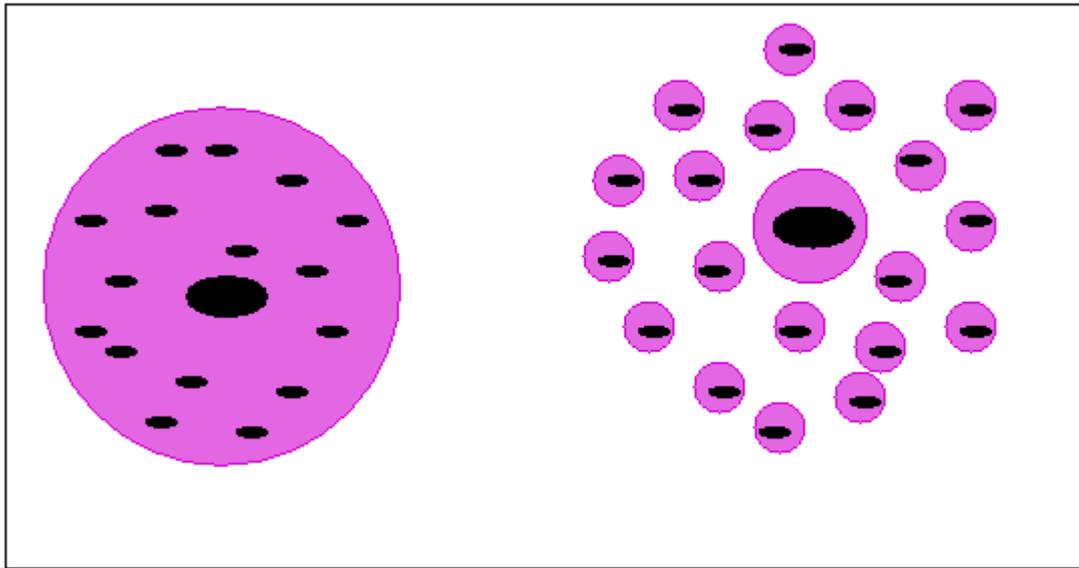
$$\delta = \text{constante} \times t$$

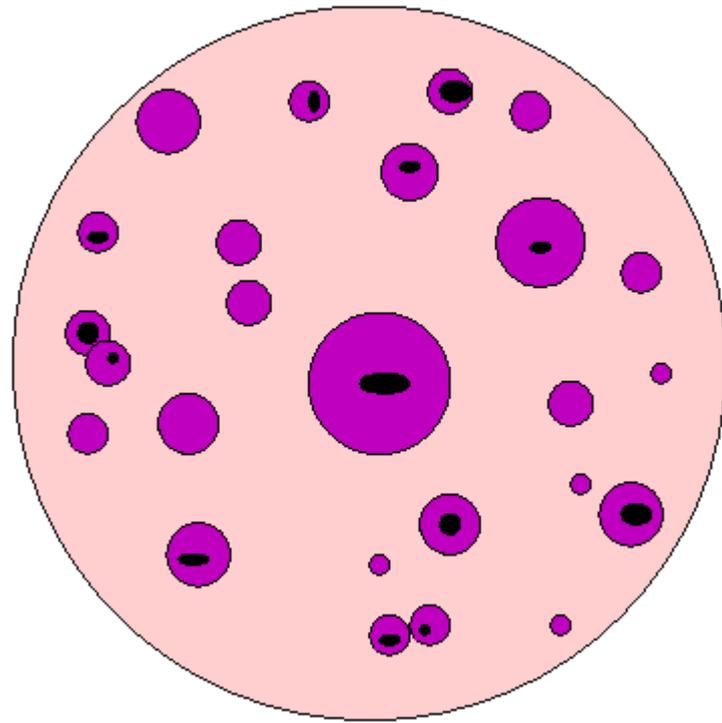
$$\ddot{\delta} + \frac{\dot{\delta}}{t} - \frac{\delta}{t^2} = 0$$



$$\delta \propto t^{-1}$$







Galaxy clusters

- They are virialized. DM was first discovered in clusters.
- They were detected as many galaxies. Abell produced a first catalogue.
- But the intergalactic gas is much more massive than all galaxies (10-15 times higher).
- This gas is observed as bremsstrahlung emission.

GC DM

$$T \approx 10^8 K$$

$L_x \propto n_e^2$ because electrons are accelerated by protons

$L_x \propto n_e^2 r_0^3$ because volume is proportional to r_0^3

$$M_{gas} \propto n_e r_0^3$$

hence: $M_{gas} \propto L_x^{1/2} r_0^{3/2}$

The total mass (about $10^{14} - 10^{15} M_o$) in hydrostatic equilibrium

$$M_{total} \propto r_0$$

hence: $M_{gas}/M_{total} \propto r_0^{1/2} L_x^{1/2}$

We thus deduce M_{gas}/M_{total} about 0.1

- Baryonic acoustic oscillations
- Anisotropy spectra

