

# Energía oscura e Inflación

- El Universo estará dominado por la energía oscura en el futuro.
- La Inflación tuvo lugar en el pasado.
- Pero pueden tratarse conjuntamente porque ambos tienen la misma ecuación de estado (o parecida)
- El proceso inflacionario no puede observarse directamente pero tiene la explicación de propiedades del Universo.

...hasta cuando se equivocaba tenía razón...

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad \longrightarrow \quad \tau^{\alpha\beta} = \varphi(R^{\lambda\mu\nu\gamma})$$

A  $\rho$  le correspondería  $\tau^{\alpha\beta}$

A  $\Phi$  le correspondería  $g_{\alpha\beta}$

En la aproximación campo débil:  $g_{00} = -1 - 2\Phi$

Como  $\nabla^2 \Phi$   $R^{\lambda\mu\nu\gamma}$  es derivada segunda de  $g_{\alpha\beta}$

$G_{\mu\nu} = -8\pi \tau_{\mu\nu}$  Había que buscar  $G_{\mu\nu}$  función de  $R^{\lambda\mu\nu\gamma}$

Solo hay dos tensores de segundo orden contracción de  $R^{\lambda\mu\nu\gamma}$ ,  
 $R_{\mu\nu}$ , el tensor de Ricci, y  $Rg_{\mu\nu}$

Buscó:  $G_{\mu\nu} = C_1 R_{\mu\nu} + C_2 Rg_{\mu\nu}$

## ...buscando las ecuaciones del campo...

- Dos condiciones para encontrar las constantes:
- El tensor  $G$  buscado tenía que tener divergencia nula puesto que el tensor impulso-energía tiene divergencia nula.
- En el caso clásico, las ecuaciones del campo tenían que proporcionar la ecuación de Poisson.

# El término cosmológico

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi \tau_{\mu\nu}$$

Einstein suponía que el Universo era estacionario y finito en el espacio

pero obtenía...  $3\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -4\pi(\epsilon + P)$

Puso un remiendo a su idea inicial  $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \left(\frac{1}{2}\right) g_{\mu\nu} R - \Lambda g_{\mu\nu}$

También  $g_{\mu\nu}$  tiene divergencia nula  
aunque ya no sale la ecuación de Poisson

# Modelo cero de Einstein

$$\tilde{\tau}_{\mu\nu} = \tau_{\mu\nu} - \left(\frac{1}{8\pi}\right) \Lambda g_{\mu\nu}$$

O bien:  $\tilde{\tau}_{\mu\nu} = \tau_{\mu\nu} + \hat{\tau}_{\mu\nu}$        $\hat{\tau}_{\mu\nu} = -\left(\frac{1}{8\pi}\right)$

El tensor impulso-energía de  $\Lambda$ :  $\hat{\tau}_{\mu\nu} = \hat{P} g_{\mu\nu} + (\hat{P} + \hat{\varepsilon}) \hat{U}_\mu \hat{U}_\nu$

$\hat{P}$ ,  $\hat{\varepsilon}$  y  $\hat{U}_\mu$  son la presión, la densidad y la velocidad del vacío

Inventemos...  $\hat{U}_i = 0$

Como era  $g^{\mu\nu} U_\mu U_\nu = -1$  ahora  $\hat{U}_0 \hat{U}_0 = -1$

$$\hat{\tau}_{00} = \hat{P} g_{00} + (\hat{P} + \hat{\varepsilon}) \hat{U}_0 \hat{U}_0 = -\left(\frac{1}{8\pi}\right) \Lambda g_{00} \quad \longrightarrow \quad \hat{\varepsilon} = \frac{\Lambda}{8\pi}$$

$$\hat{\tau}_{ii} = -\hat{P} \quad \hat{P} = \frac{-\Lambda}{8\pi}$$

# Ecuación de estado del vacío

$$\hat{P} = -\hat{\varepsilon}$$

$$\tilde{\tau}_{\mu\nu} = \tau_{\mu\nu} + \hat{\tau}_{\mu\nu}$$

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + \hat{\varepsilon}$$

$$\tilde{P} = P + \hat{P}$$

# Las nuevas ecuaciones

Son las mismas; basta poner una virgulilla sobre las magnitudes

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} (\tilde{\epsilon} + 3\tilde{P})$$

$$\dot{a}^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{8\pi}{3} \tilde{\epsilon} a^2$$

que desarrolladas proporcionan

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} \left( \epsilon + 3P - \frac{\Lambda}{4\pi} \right) a$$

$$\dot{a}^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{\Lambda}{3} a^2 + \frac{8\pi}{3} a^2 \epsilon$$

# Estático, estacionario y finito

Primer modelo de Einstein. Como ejercicio

dominado por la materia  $P=0$

estacionario  $\dot{a}=0; \ddot{a}=0; a=1$

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} \left( \epsilon + 3P - \frac{\Lambda}{4\pi} \right) a$$

$$\dot{a}^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{\Lambda}{3} a^2 + \frac{8\pi}{3} a^2 \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{\Lambda}{4\pi}$$

$$\Lambda = \frac{k}{R_0^2} \longrightarrow \Lambda = \frac{1}{R_0^2}$$

Conociendo  $\epsilon$  se podía calcular  $\Lambda$  y  $R_0$



# El remiendo

- El universo primero de Einstein, estacionario, estático y finito, no llevaba a la absurda conclusión de la expansión.
- Pero... el Universo estaba en expansión, Hubble “dixit”.
- Einstein quiso hacer olvidar el término cosmológico: había sido “la mayor pifia de su vida”
- Y la comunidad científica obediente lo borró... pero no lo olvidó
-

# Por qué rechazar el término cosmológico

- El vacío tendría energía y por tanto masa: no sería vacío.
- No se obtenía la ecuación de Poisson.
- El equilibrio que suponía Einstein era inestable.
- Y sin embargo... el término cosmológico parece existir.
- Término cosmológico = expansividad del vacío = energía oscura = energía del vacío.
- La reaceleración precisa una expansividad del Universo.
- El CMB también se explica con esta expansividad.

# Universo reacelerado

$$\epsilon_c = \frac{3}{8\pi} H^2 \quad \text{densidad crítica}$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$$

$$\Omega_M = \frac{8\pi}{3} \frac{\epsilon}{H^2}$$

Si  $k=0$  tendríamos  $\Omega_\Lambda + \Omega_M = 1$

Dividiendo por  $a^2$

$$H^2 + \frac{k}{R_0^2 a^2} = \frac{\Lambda}{3} + \frac{8\pi}{3} \epsilon$$

Dividiendo por  $H^2$

$$1 + \frac{k}{R_0^2 a^2 H^2} = \Omega_\Lambda + \Omega_M$$

$$\Omega_m = \frac{8\pi G \epsilon_m}{3H^2}$$

$$\Omega_r = \frac{8\pi G \epsilon_r}{3H^2}$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{H^2}$$

$$\Omega_k = \frac{-kc^2}{R^2 H^2}$$

$$\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$$

$$\frac{dz}{dt} = H_0^2 (1+z)^2 \left( (1+z)^2 (1+z \Omega_{m0}) - z(2+z) \Omega_{\Lambda 0} \right)$$

Por ejemplo, Si la Reionización transcurrió durante

$$\Delta z = 0.1$$

¿En qué tiempo se produjo?

# Universo de de Sitter

Hagamos  $k=0$  y  $\Lambda=1$  (energía oscura dominante)

$$\begin{aligned} \ddot{a} &= -\frac{4\pi}{3} \left( \epsilon + 3P - \frac{\Lambda}{4\pi} \right) a && \longrightarrow && \ddot{a} = \frac{\Lambda}{3} a \\ \dot{a}^2 + \frac{k}{R_0^2} &= \frac{\Lambda}{3} a^2 + \frac{8\pi}{3} a^2 \epsilon && \longrightarrow && \dot{a}^2 = \frac{\Lambda}{3} a^2 \end{aligned}$$

La solución es:

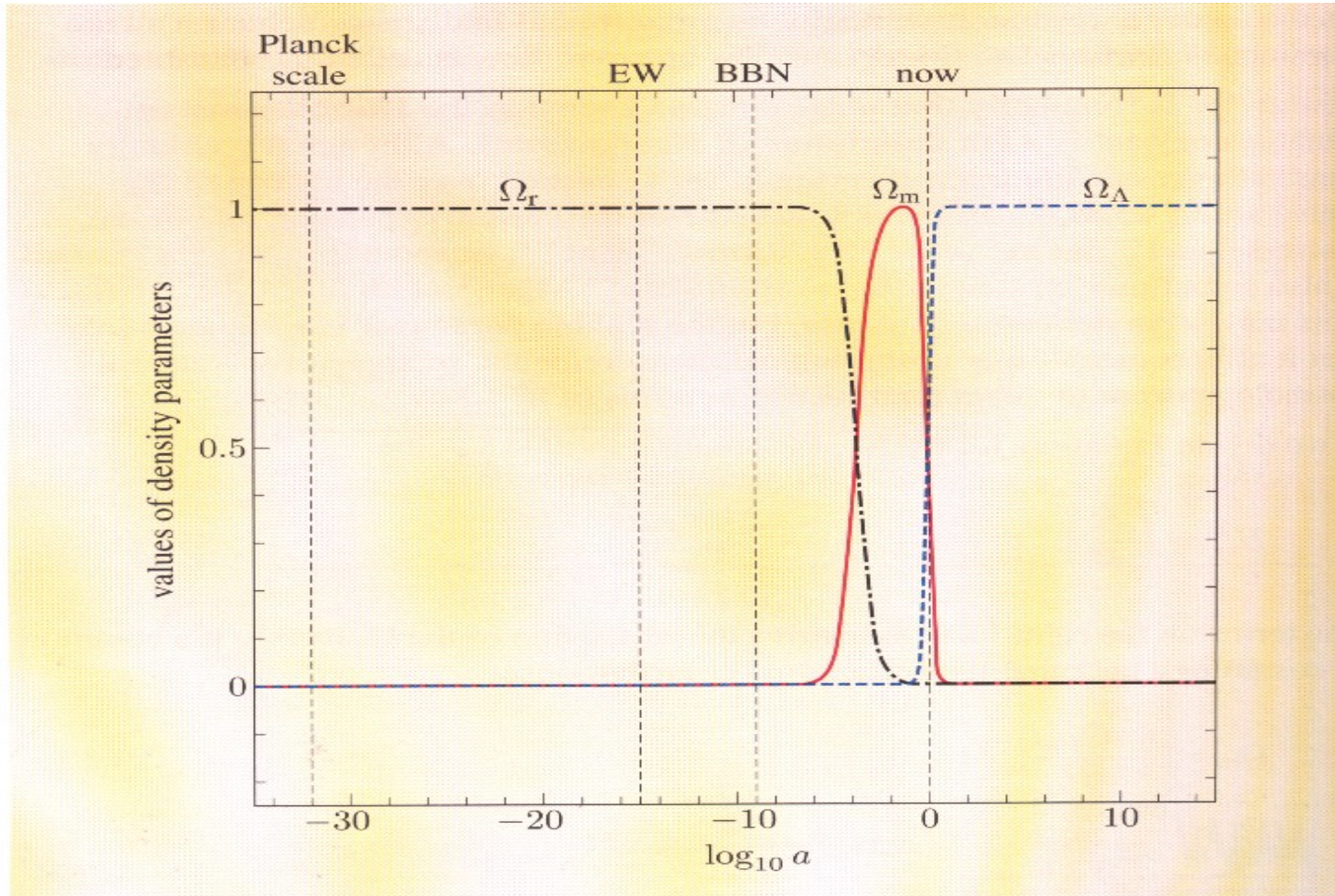
$$a = a_0 e^{(\Lambda/3)^{1/2} t} \quad \text{¡exponencial!}$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \left( \frac{\Lambda}{3} \right)^{1/2} \quad \text{constante}$$

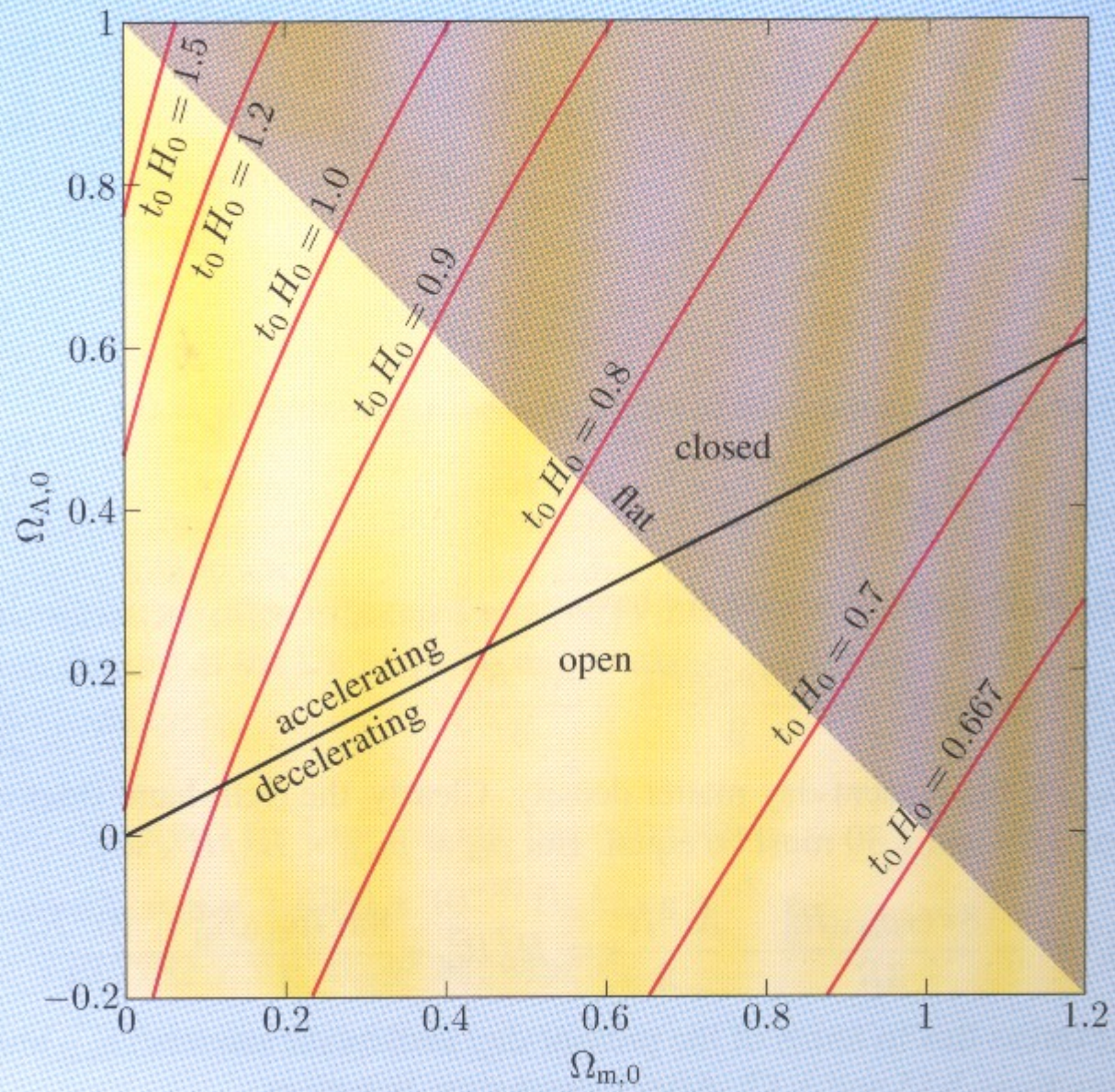
# El gran desgarrón

- El Universo de de Sitter es el que nos espera, si no estamos ya casi en él.
- Todo quedará fuera del horizonte
- No “veremos” más galaxias.
- (salvo M31 y el Grupo Local)
- “Big rip”, el gran desgarrón.
- La expansión más rápida que el horizonte.
- ¿Por qué “vivimos” en una transición?

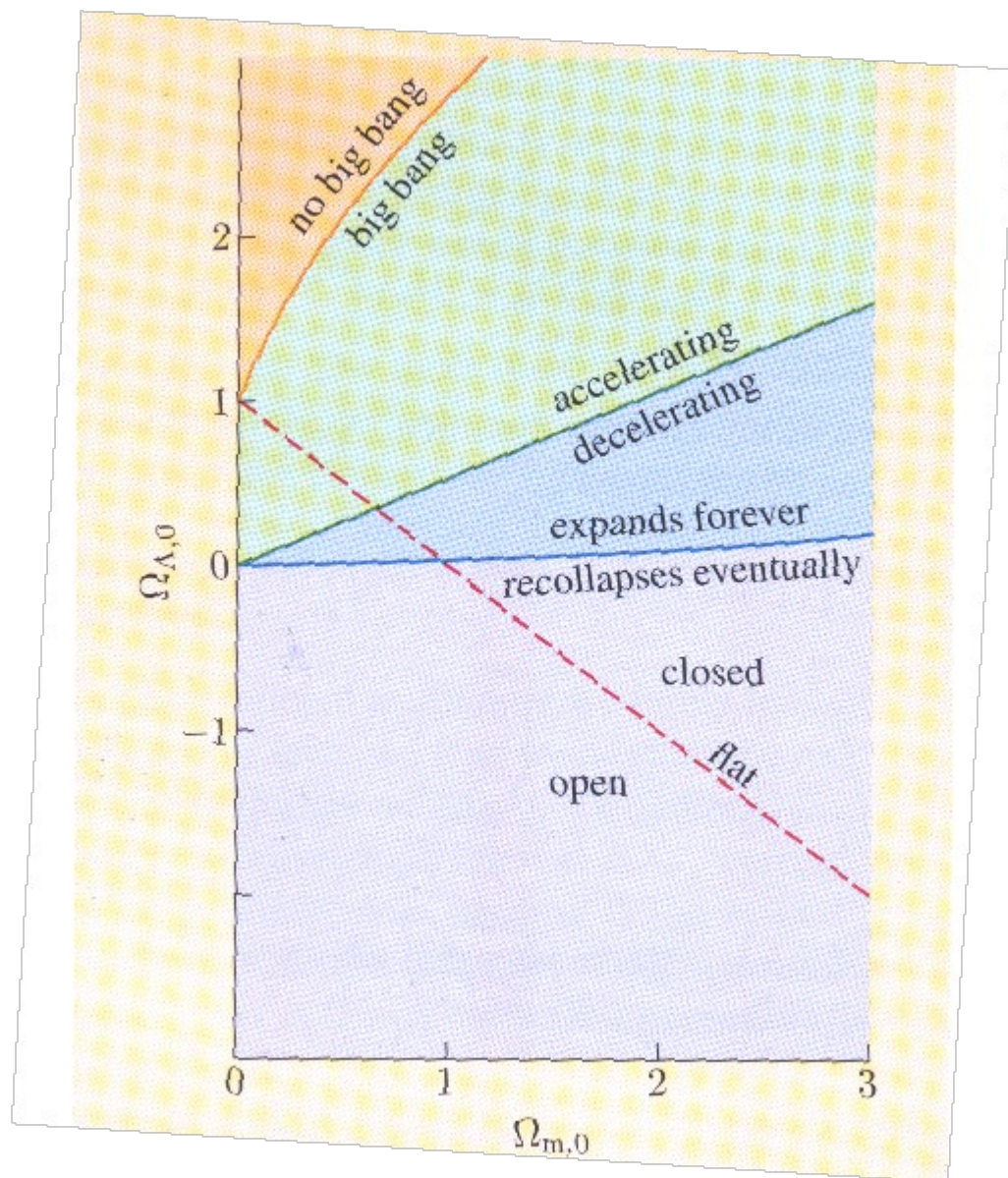
# Density parameters

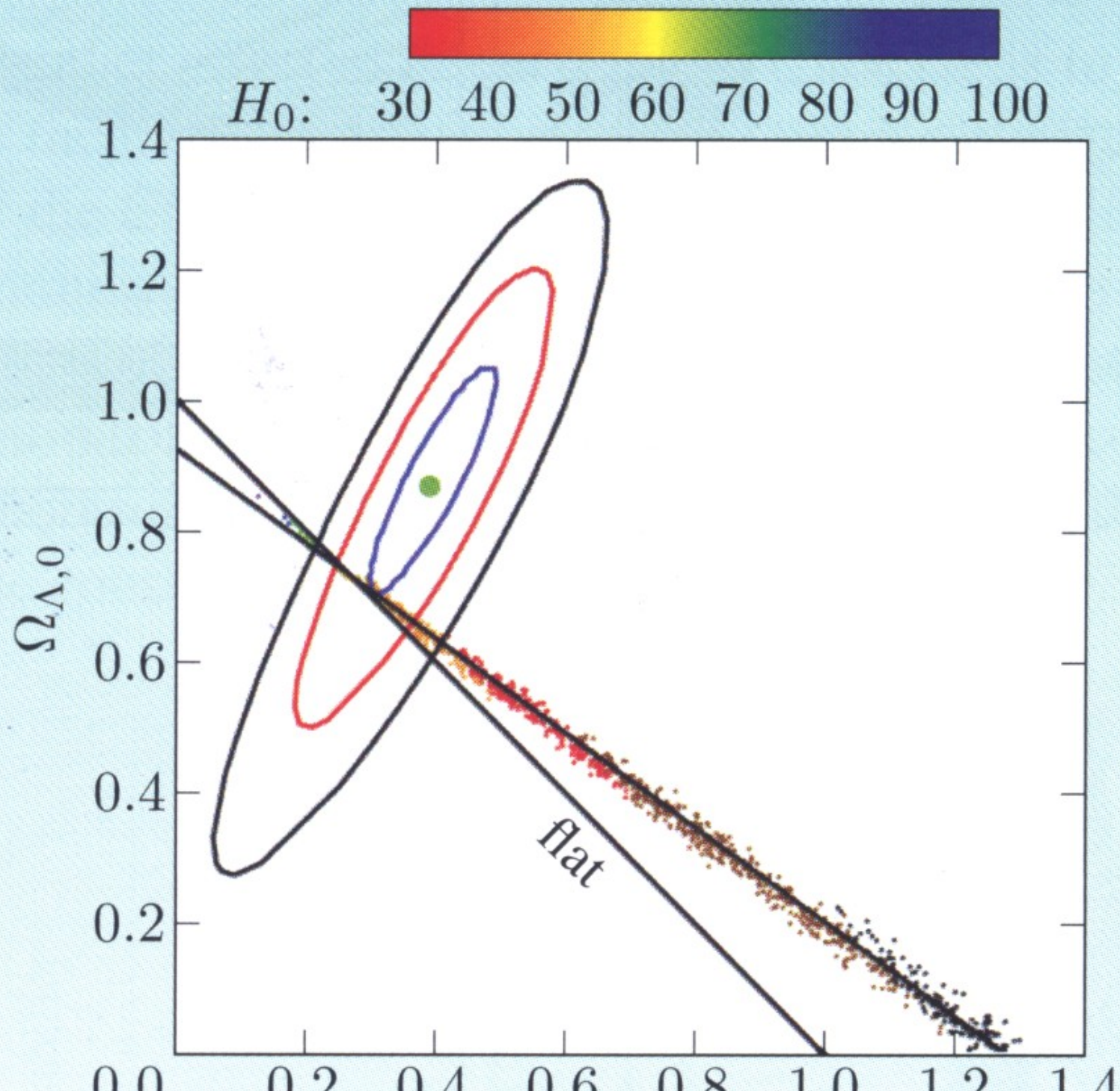












# ¿Hubo realmente un Big-Bang?

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} \left( \epsilon + 3P - \frac{\Lambda}{4\pi} \right) a$$

En el Universo primitivo  $\Lambda$  era despreciable

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} (\epsilon + 3P) a$$

Si  $P$  puede ser negativo ya no podemos concluir que  $\ddot{a} < 0$

Si  $P < -(1/3)\epsilon$  puede no haber Big-Bang

No si  $P = -\epsilon$

# Preguntas para la Inflación

- Se cree que hubo un crecimiento inflacionario porque resuelve algunos problemas:

El de horizonte.

La planitud.

- El espectro inicial de perturbaciones.
- El campo magnético primordial.
- Predice ondas de gravedad, monopolos magnéticos...



# Inflación

$$\frac{d}{dt}(\epsilon a^3) = -3a^2 \dot{a} P$$

$$\dot{\epsilon} = -\frac{\dot{a}}{a} 3(\epsilon + P)$$

Si  $P = -\epsilon$  entonces  $\epsilon = \text{constante}$

$$\epsilon_{\Phi} = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V$$

$\Phi$  es el valor esperado del vacío de un campo escalar

$$P_{\Phi} = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 - V$$

Se produjo en la época GUT o próximo a ella

# The inflaton field

- The Universe is filled with the inflaton field.
- It is a “fundamental” scalar field.
- Fields associated with 4 fundamental forces are vector fields.
- LHC has detected the Higgs boson, evidence of a fundamental scalar field. But the inflaton is not the Higgs field.
- The particle of this field is inflaton, not identified.

# False vacuum

Let  $\varphi$  be this scalar field.

Let  $V(\varphi)$  a potential.

The value of  $\varphi$  will correspond to the minimum value of  $V$

But the function  $V$  could depend on  $T$

Therefore evolves in time

At the beginning of inflation this minimum was a false vacuum

At lower temperatures another minimum (true vacuum) appeared

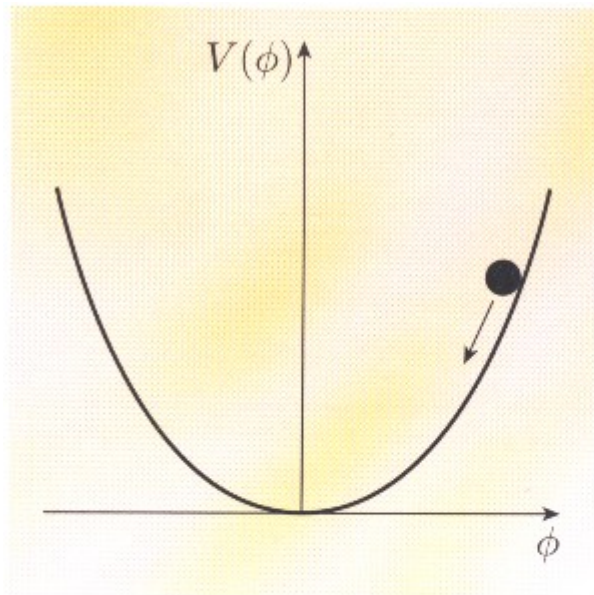
For instance: false vacuum at  $\varphi=0, V(\varphi)=0$

True vacuum at  $\varphi=1, V(\varphi)=-1$

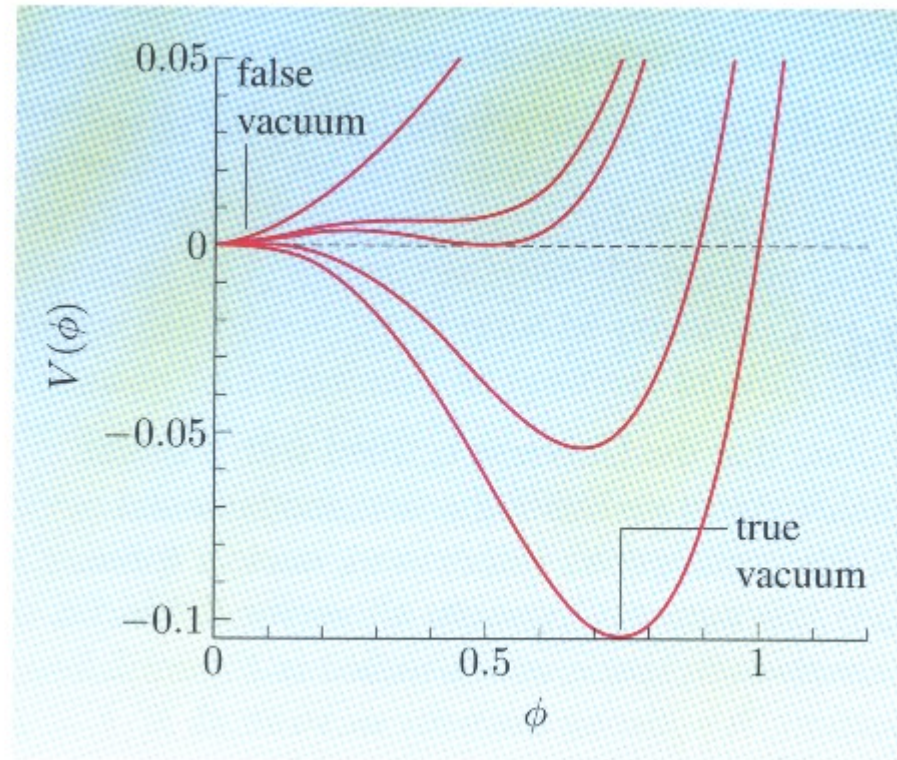
Therefore, a change in  $\varphi$  was produced.

If the kinetic energy for this change  $\dot{\varphi}^2$  is negligible, we speak of slow-roll inflation.





**Figure 2.6** Schematic representation of the value of the inflaton field  $\phi$ , versus the energy associated with the field



# Inflaton field equations

$$\ddot{\varphi} = 3H \dot{\varphi} - c^2 \nabla^2 \varphi + \frac{dV(\varphi)}{d\varphi} = 0$$

$$P = \frac{1}{2\hbar c^3} \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{6\hbar c} (\nabla \varphi)^2 - V(\varphi)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\hbar c^3} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + V(\varphi)$$

In the slow-roll inflation and if  $\varphi$  is only a function of time

$$P = -\epsilon$$

the equation of state of the inflation, with  $w = -1$

Inflation takes place if  $w < -1/3$

When  $\varphi$  is near the minimum, it oscillates

: with the friction term  $H \dot{\varphi}$

# Reheating

Because inflation the temperature is very low

$T \propto a^{-1}$  and  $a$  decreases exponentially.

Near the end of inflation  $\varphi$  decays into matter and radiation

This produces an increase of temperature: Reheating

Inflation ceases with the near the same temperature than the starting one  
and with an imbalance of matter over antimatter

# El problema del horizonte

- ¿Por qué el Universo es homogéneo?
- Si nació homogéneo tiene que seguir siendo homogéneo.
- ¿Por qué el Universo real es el matemáticamente más simple?
- CMB: ¿Por qué son iguales regiones del Universo que nunca estuvieron conectadas causalmente?
- El horizonte del CMB (cerca de 1 grado). Pero por qué hay anisotropías mayores que el horizonte?
- ¿Y por qué hay una notabilísima isotropía?
- **La inflación puede tener una respuesta.**
- Lo que hoy no está conectado ni lo estuvo en la época del CMB pudo estarlo en un remoto pasado.
- Esta conexión causal pudo establecer un mecanismo homogeneizador.

# Inflación exponencial

- Si la Inflación tuvo la misma ecuación de estado que la DE, el Universo creció exponencialmente.
- Fue más rápida que el horizonte y lo que estaba conectado causalmente se desconectó.
- El Universo se homogeneizó en una escala “L” que luego creció como “a”.
- ¿Cómo estimar L?
- Sólo podemos calcular su valor mínimo.
- No es que el Universo sea homogéneo. Vivimos en una burbuja de homogeneidad.
- ¿Por qué factor se multiplicó el Universo en la era de la Inflación? (Un valor mínimo)
- Partamos del horizonte hoy y sigamos su evolución pasada.

# La burbuja inicial

- Así podemos estimar que el Universo inflacionario se multiplicó, al menos, por un factor de  $10^{23}$
- Equivalente a 52 multiplicaciones por un factor e
- Otros autores dan 60.

# Cálculo aproximado del crecimiento inflacionario

Supongamos que la Inflación se produjo en la época GUT

$$10^{15} \text{ eV}, T = 10^{28} \text{ K}, 10^{-35} \text{ s}, z = 10^{28} / 2.7$$

El horizonte entonces era:  $c t_{GUT}$

que hoy se ha convertido en:  $c z t_{GUT} = 10 \text{ m}$

Pero hoy el horizonte tiene  $14 \times 10^9 \text{ años} - \text{luz} \approx 10^{23} \text{ m}$

Luego el Universo hubo de multiplicarse por  $10^{22}$

o bien:  $e^{50}$ , 50 multiplicaciones por e

Cálculos más detallados dan un valor de 60.

# La planitud del Universo

- ¿Por qué el Universo es plano?
- Si nació plano no puede escaparse de la planitud.
- Respuesta de la teoría inflacionaria:
- No es plano; es muy plano. La expansión exponencial “planificó” mucho el Universo



...

$$(\Omega^{-1} - 1) \varepsilon a^2 = cte = (\Omega_0^{-1} - 1) \varepsilon_0$$

Esta fórmula es válida para cualquier era del Universo

$$\Omega_0 = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0} a_i^2 \left( \frac{1 - \Omega_i}{\Omega_i} \right)}$$

Subíndice i de "inflación"

$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0}$  puede ser muy grande pero  $a_i$  era muy pequeño

Si inicialmente  $\varepsilon_i = 1$  entonces  $\varepsilon_0 = 1$

Si inicialmente  $\Omega_i$  era enorme,  $\Omega_0 \approx 1$  si:

$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0} a_i \ll 1$  lo que nos permite encontrar  $a_i$

El Universo se multiplicó en la inflación por un factor  $10^{28}$   
o 64 multiplicaciones por  $e$

HISTORIA DE NUESTRO CONOCIMIENTO DE  $a(t)$

# Espectro de perturbaciones iniciales

- El universo inflacionario tenía un horizonte de sucesos de  $c/H$ .
- $H$  era constante. El horizonte (propio) era constante.
- Algunas partículas creadas en la producción virtual partícula-antipartícula cayeron dentro del horizonte y otras fuera. Se produjo radiación Hawking.
- Esta radiación consiste en todo tipo de partículas, incluyendo ondas de gravedad. La inflación predice ondas de gravedad (predicción comprobable pero no conseguida).
- Las fluctuaciones en la radiación Hawking son el origen del espectro primordial de perturbaciones que llevaron a la estructura a gran escala (predicción comprobable. Avalada por los cálculos).

# Producción de monopolos magnéticos

- La transición GUT se realizó en dominios (domains) del tamaño del horizonte entonces.
- Uno de los posibles bordes (boundaries, domain walls) equivale a un monopolos magnético.
- La inflación predice la existencia de monopolos magnéticos.
- Aunque no se han encontrado y hay un límite de Parker.
- El límite de Parker se obtiene a partir de la existencia de campos magnéticos cósmicos.

# Primordial density power spectrum

$$\delta(\vec{r}) = \sum \delta_k e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

$$\delta(\vec{k}) = \frac{1}{L^3} \int_{L^3} \delta(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r}$$

where L is the size of a box

If  $\delta(\vec{r})$  is statistically isotropic, we define the power spectrum

$$P(k) = \langle |\delta_k|^2 \rangle$$

where

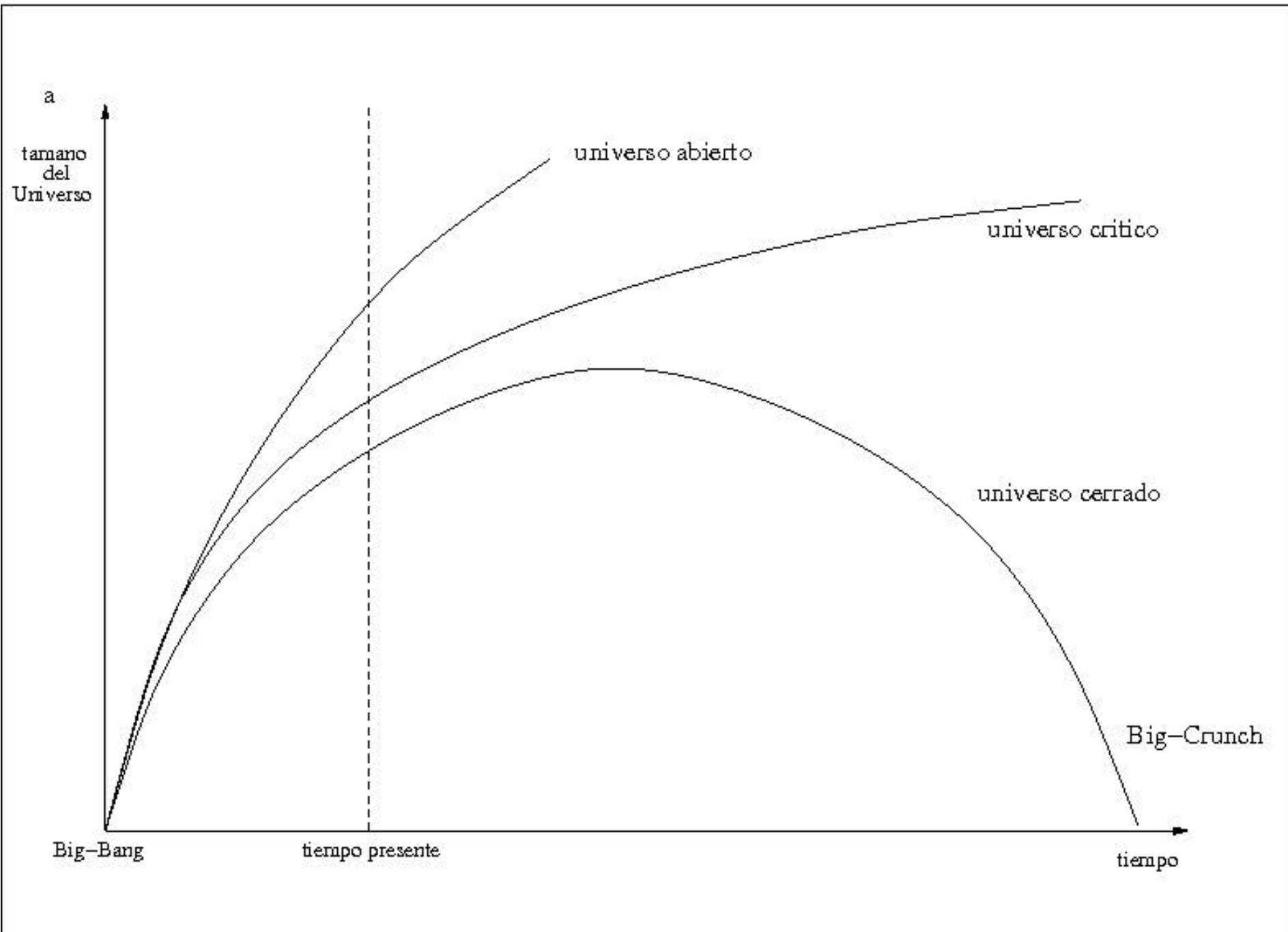
$$|\delta_k|^2 = \delta_k \delta_k^*$$

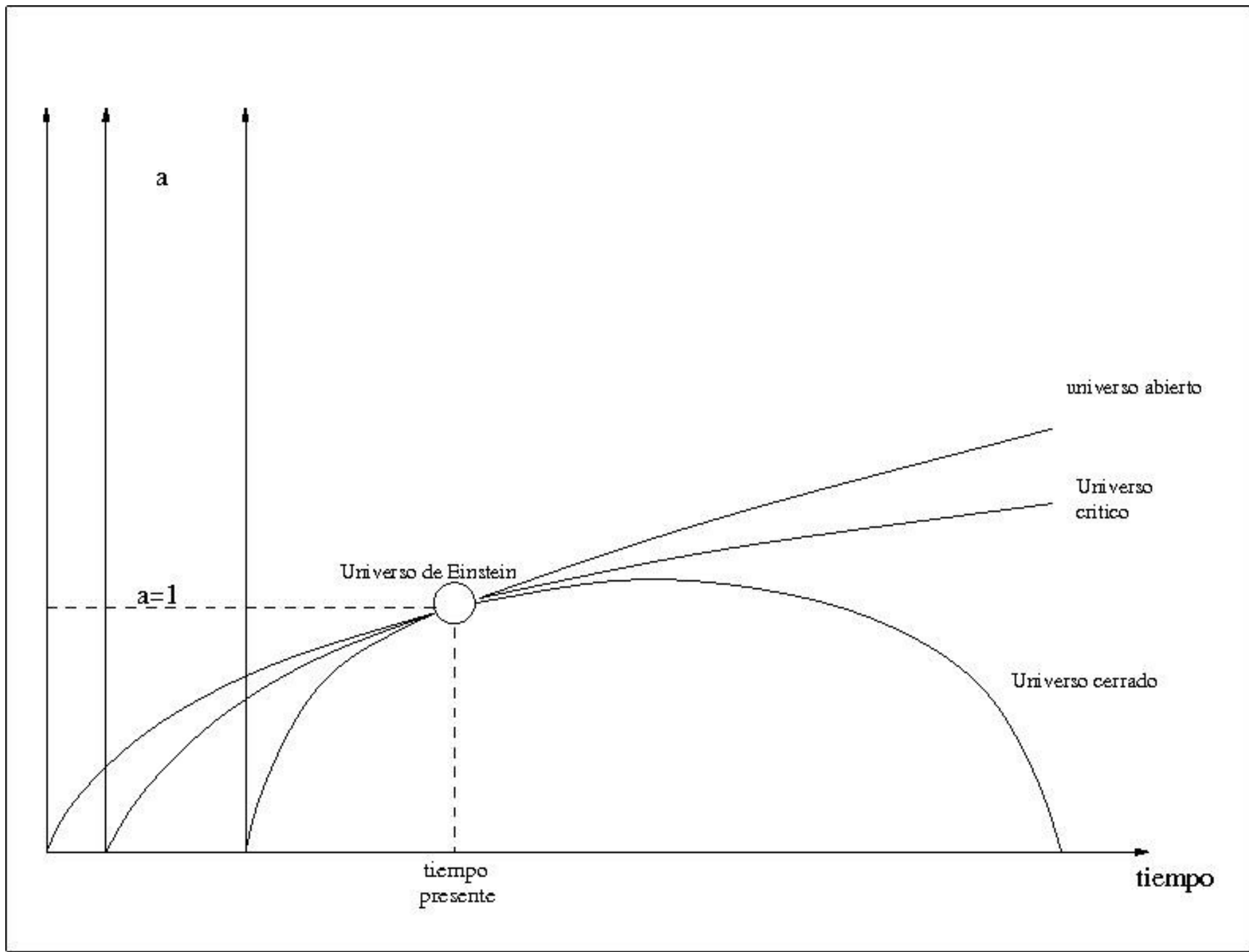
The power spectrum predicted by inflation is

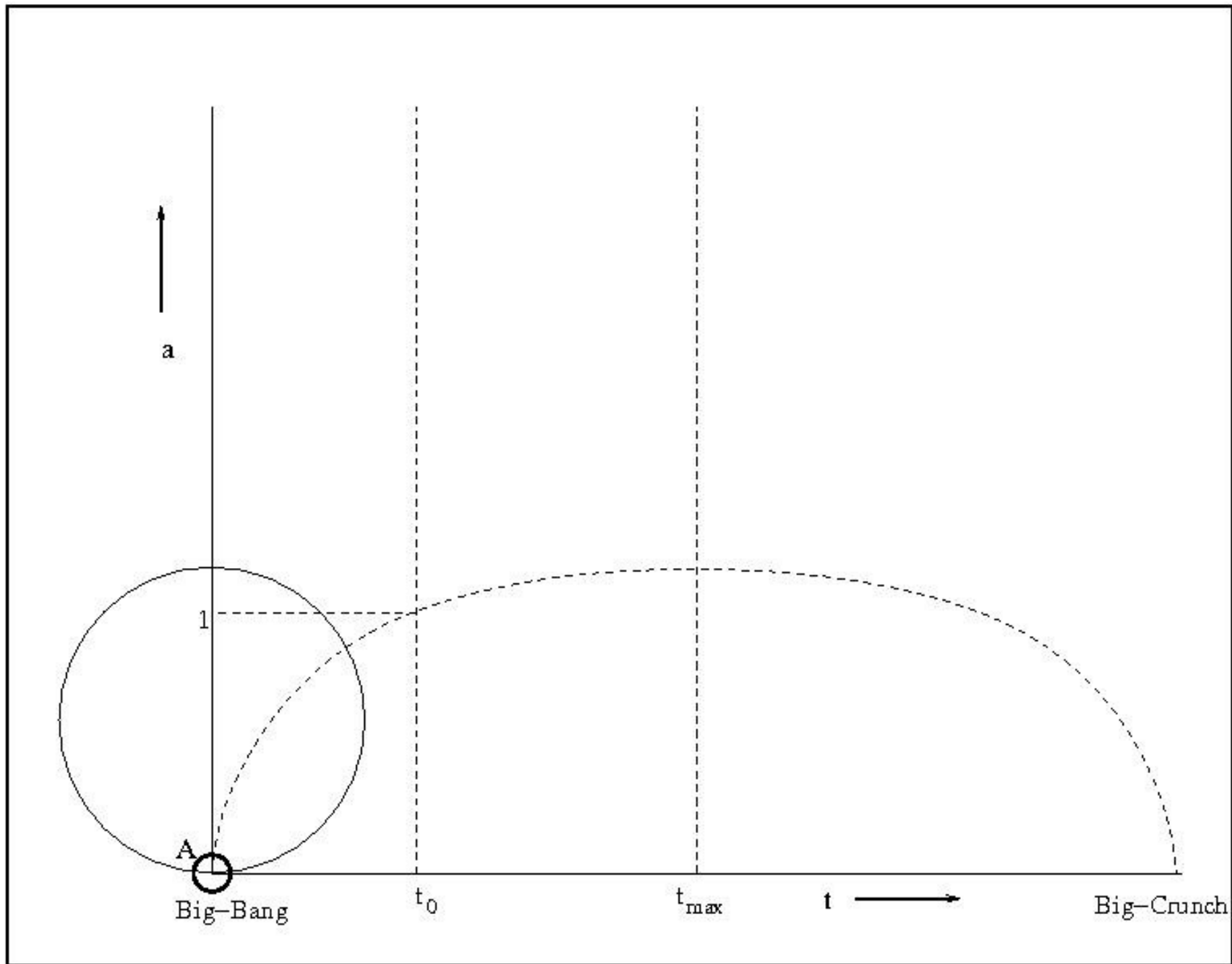
$P(k) \propto k^{n_s}$  with  $n_s = 1$  (scale-invariant power spectrum or Harrison-Zel'dovich)  
 $n_s$  is called the spectral index scalar perturbations

# Campo magnético primordial

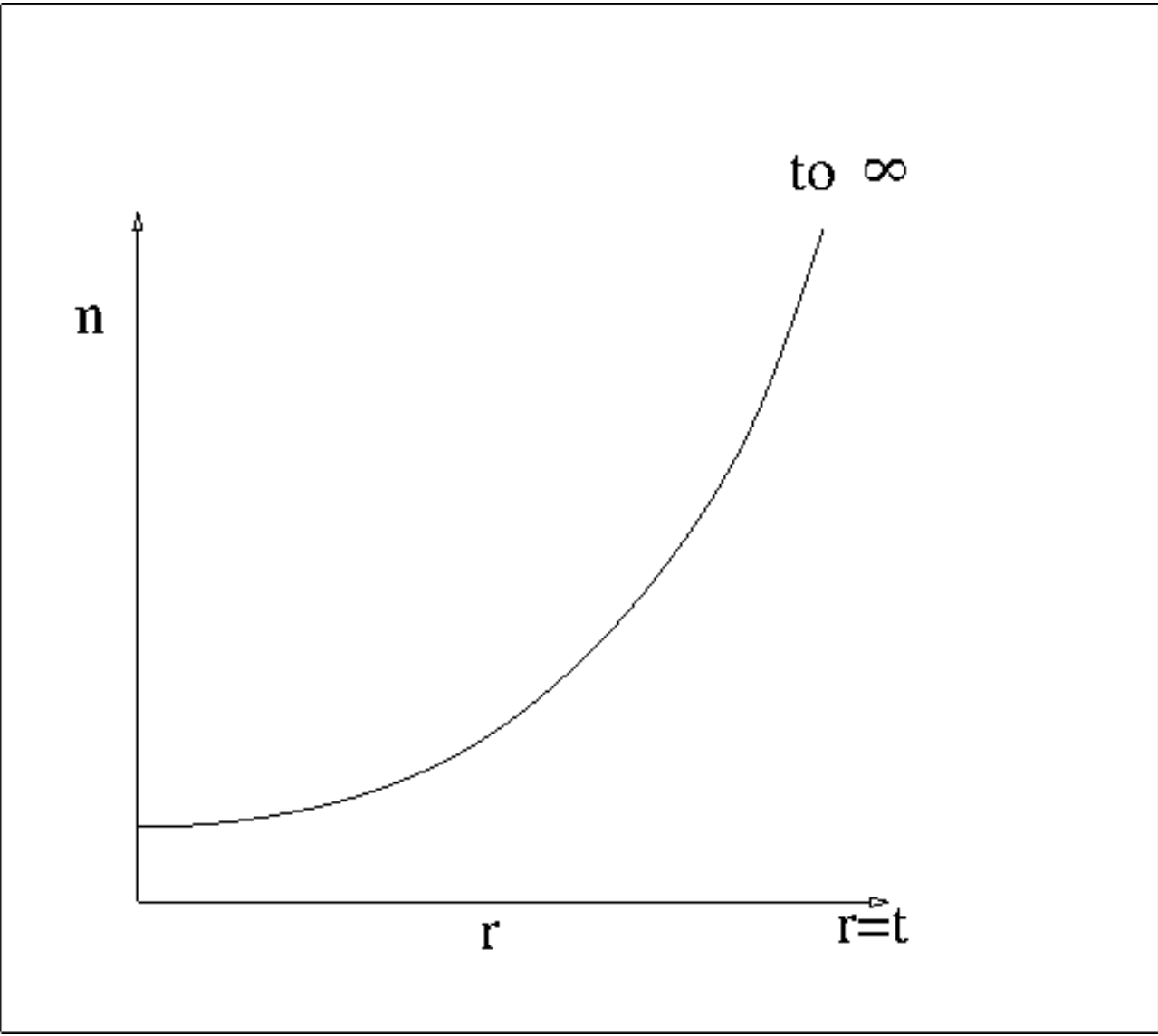
- Las estructuras pregalácticas están magnetizadas.
- El magnetismo puede haber sido generado por mecanismos post- o pre- recombinacionales
- Puede haber sido motor en la generación de la LSS.
- Las transiciones de fase cosmológicas proporcionan escalas de coherencia sub-horizonte.
- La inflación proporciona escalas de coherencia a todas las escalas.

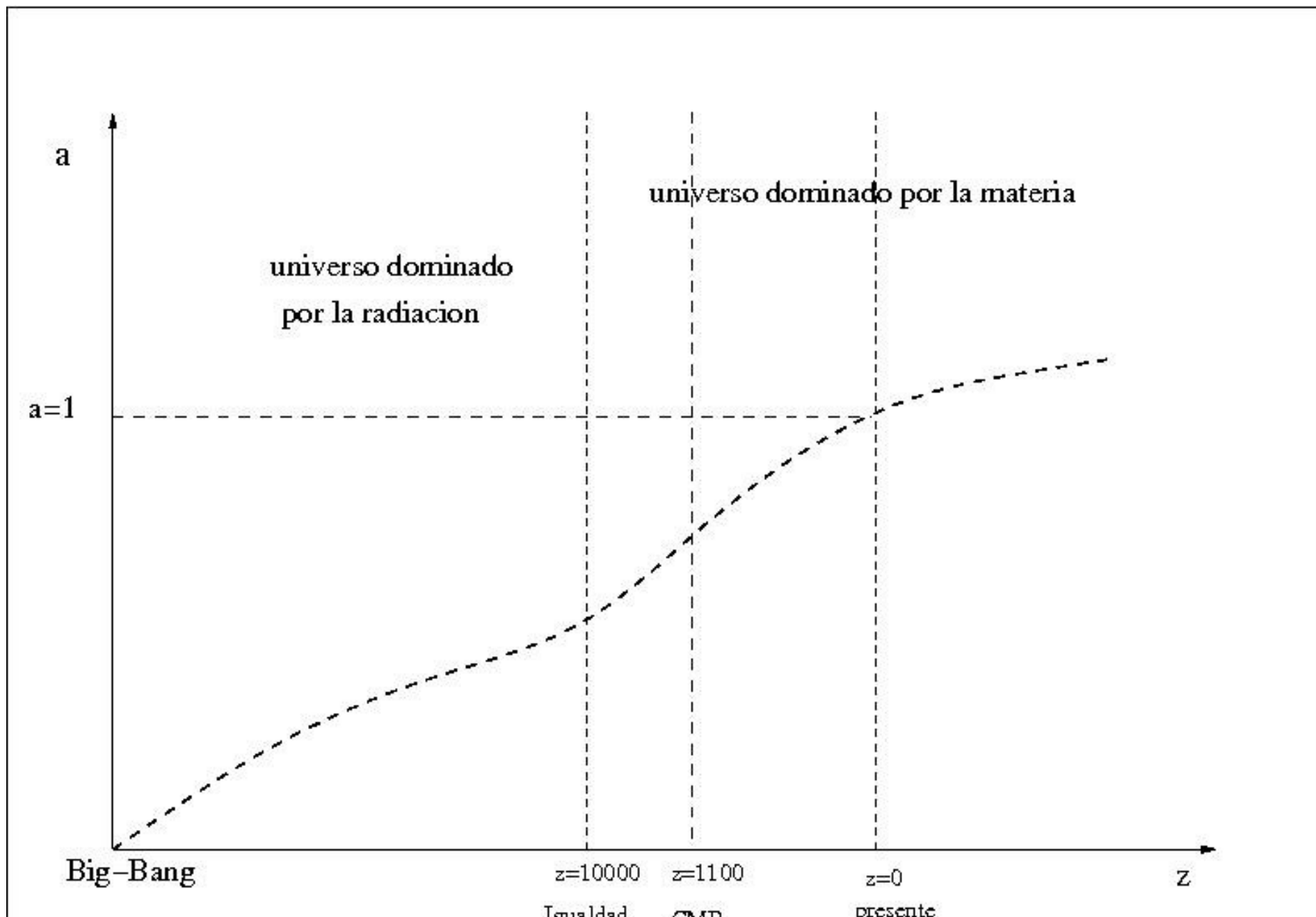


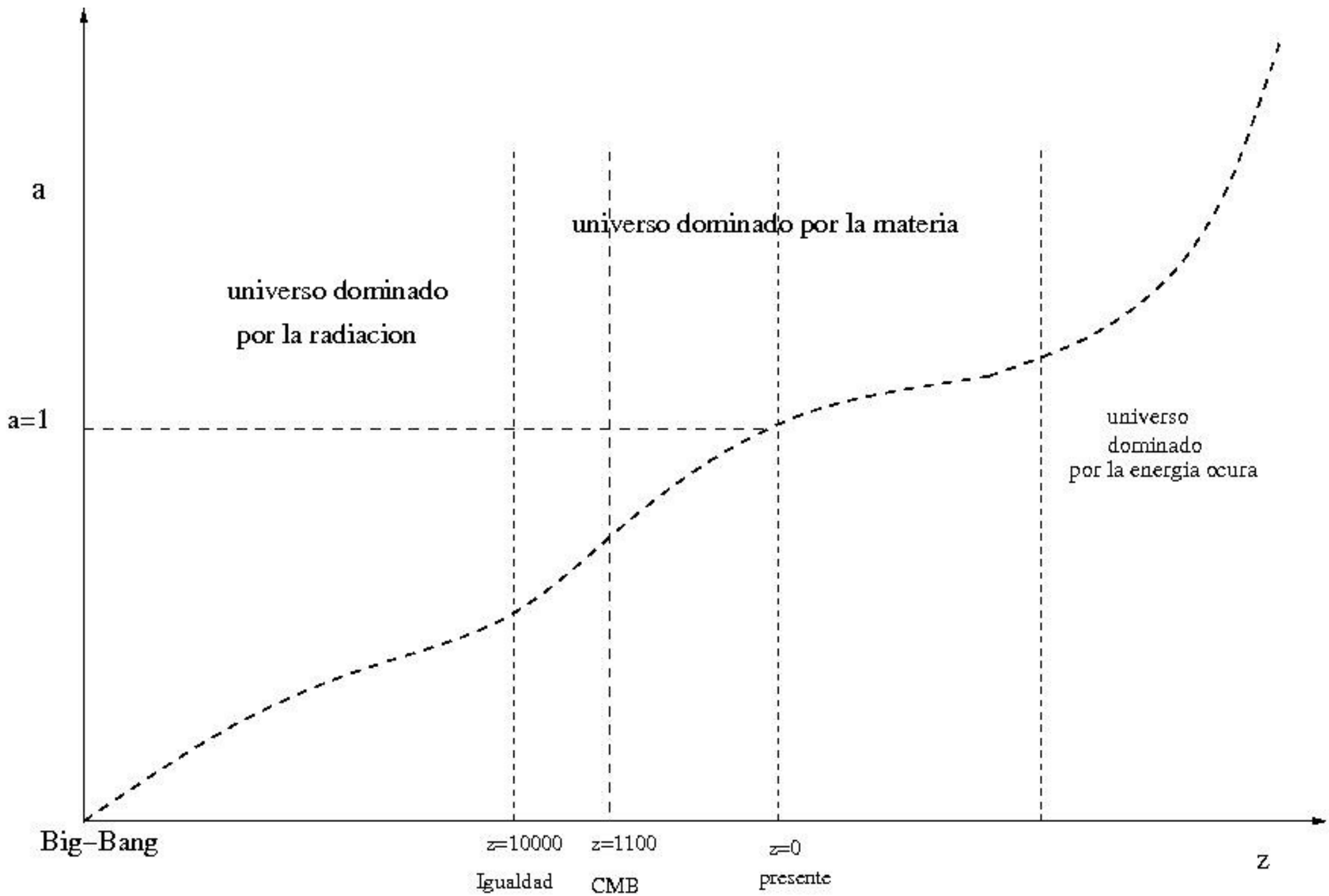


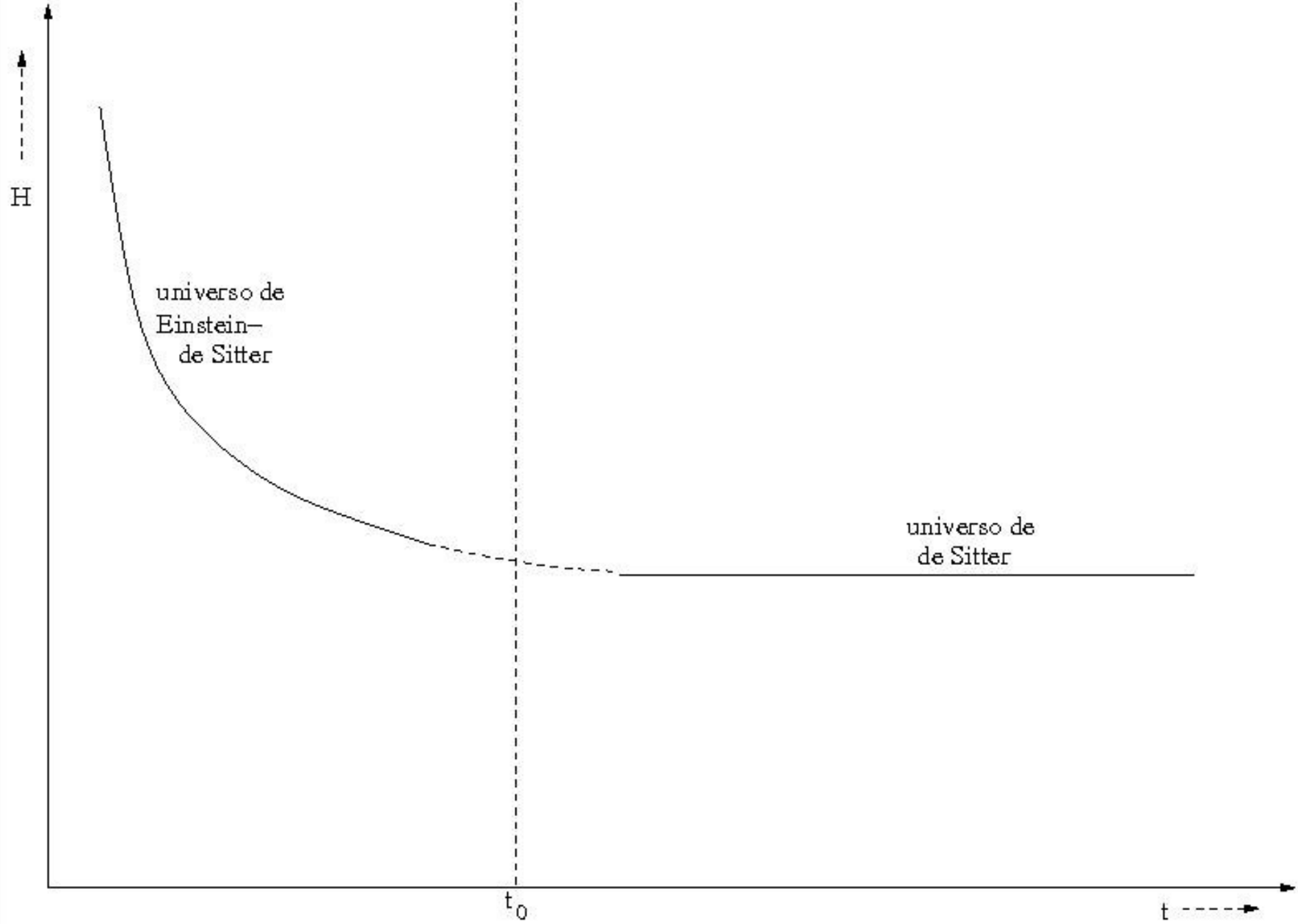


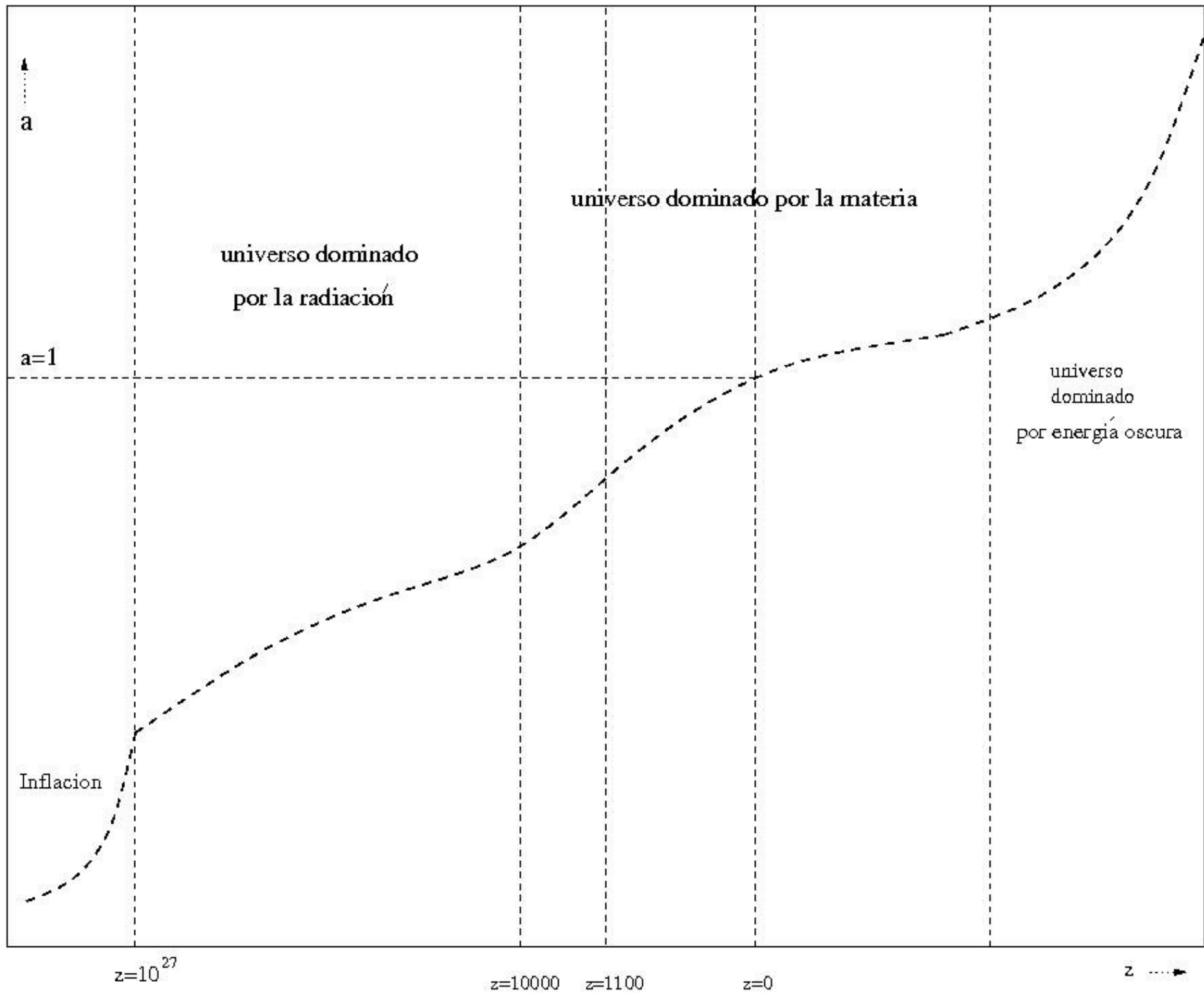


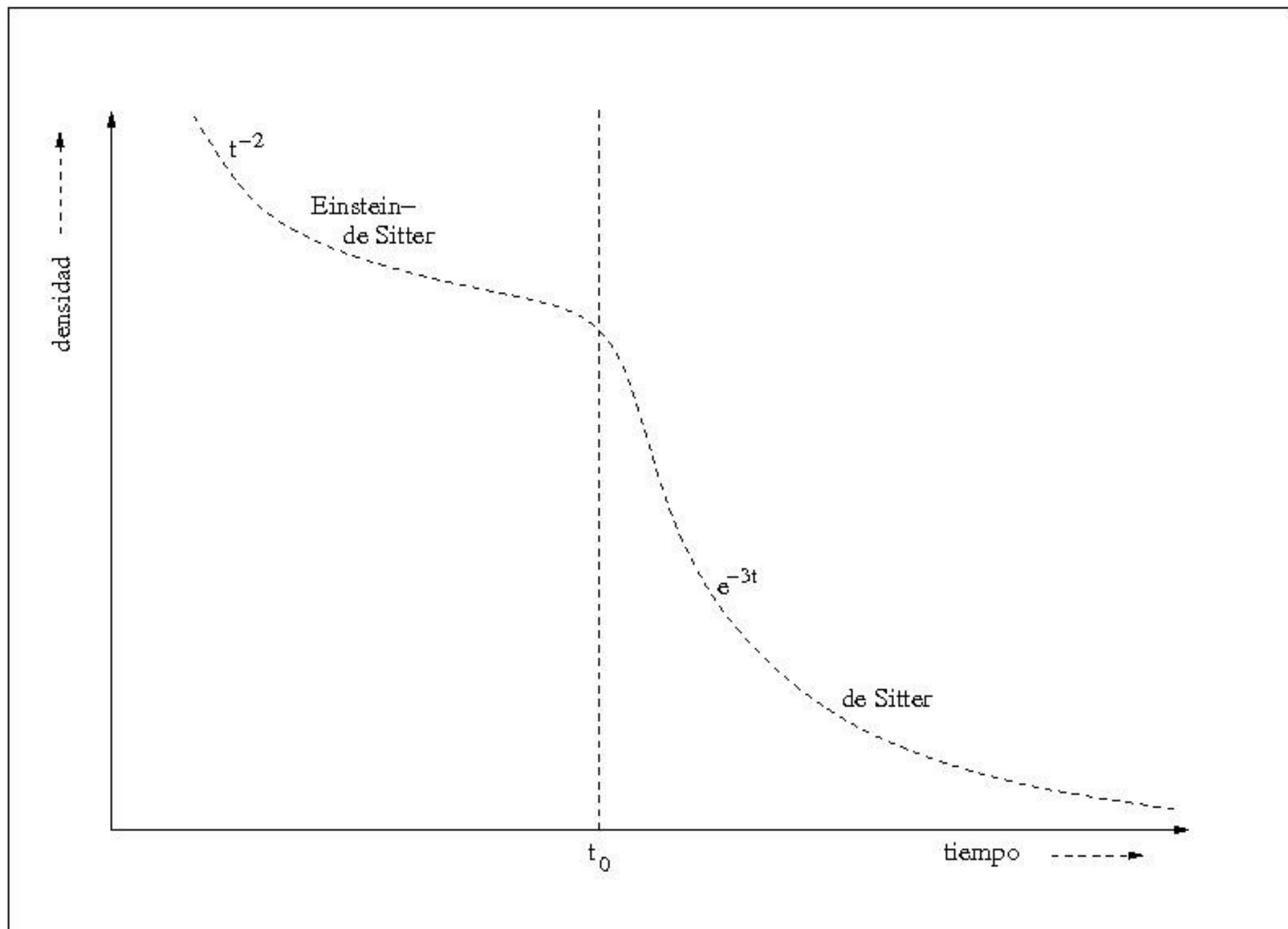


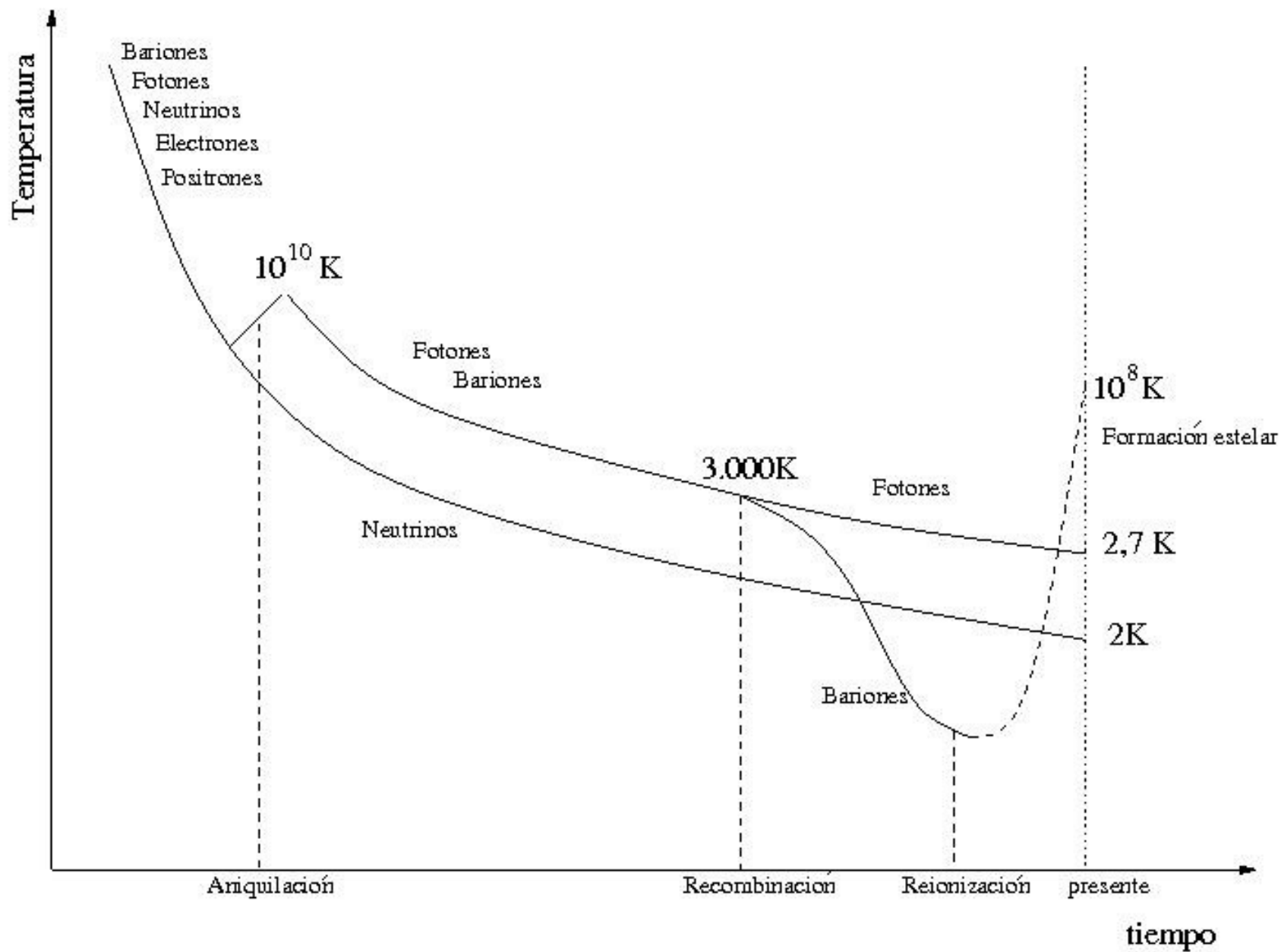












# H(z)

$$H(z) = H_0 E(z)$$

$$E(z)^2 = \Omega_m (1 + z^3) + \Omega_\Lambda$$

$$\Omega_m = 0.272$$

$$\Omega_\Lambda = 0.728$$

$$H_0 = 70.4 \text{ km}/(\text{s Mpc})$$