

# El profesor

Eduardo Battaner

Departamento de Física Teórica y del Cosmos

Instituto Carlos I de Física Teórica y Computacional

Profesor emérito.

Investigación: (En el pasado: alta atmósfera, airglow, atmósferas planetarias)  
Estructura galáctica (anillos, alabeos, truncamientos, corrugaciones...). Estructura a gran escala. Fondo Cósmico de Microondas, CMB.

Misión espacial Planck (ESA). Co-I, Core team, Planck Scientist, Coordinador de “Constraints on primordial magnetic fields”.

MHD cósmica

# Temario

- 1. Ecuaciones de los fluidos. Ecuaciones de Euler. Continuidad, movimiento y flujo calorífico. Aplicaciones astrofísicas.
- **2. Cosmología newtoniana.** Principio cosmológico. Ley de Hubble. Historia térmica del Universo. Universo de Milne.
- **3. Fluidos relativistas.** Fluidos en relatividad restringida. Ecuación de Boltzmann. El fluido perfecto. Ecuaciones de estado. El sonido. Fluidos en relatividad general.
- **4. Cosmología relativista.** Principio cosmológico. El Universo como fluido perfecto. Cosmología relativista. Entropía.

# Temario

- **5. La composición del Universo.** Materia oscura. Rotación de las galaxias espirales. Halos de materia oscura. Energía oscura e inflación. Reaceleración del Universo. Término cosmológico. Modelos inflacionarios. Homogeneidad y curvatura nula. Nucleosíntesis primordial.
- **7. El fondo cósmico de microondas.** Cuerpo negro. Isotropía. Anisotropía dipolar. Armónicos esféricos. Región de Sachs-Wolfe. Región acústica. Efecto Sunyaev-Zeldovich. Bosque de lentes gravitacionales. Sachs-Wolfe integrado. Reionización.
- **8. Estructura a gran escala del Universo.** Cúmulos de galaxias. Supercúmulos y filamentos. Vacíos. Evolución de la masa de Jeans. Colapso primordial. Masa de Silk.

# Planteamiento

- **Objetivos:**
- **Nociones elementales de Cosmología.**
  - El Universo es un fluido
  - Fluidos clásicos.
  - Cosmología Newtoniana
  - Fluidos relativistas.
  - Cosmología Relativista
  - CMB, composición y estructura del Universo. LSS

r

# Bibliografía

- Battaner, E. “Astrophysical Fluid Dynamics”. Cambridge Univ. Press.
- S. Serjeant: “Observational Cosmology” Cambridge Univ. Press.
- M. Roos: “Introduction to Cosmology”. Wiley.
- S. Weinberg: “Cosmology”. Oxford Univ. Press.
- M.S. Longair: “High Energy Astrophysics”. Cambridge Univ. Press.
- J. Cepa: “Cosmología física”. Akal.

# AFD, índice

- I. Classical fluids
- II. Relativistic fluids
- III. Photon fluids
- IV. Plasma Fluids
- V. The fluid in a star
- VI. The fluid of stars
- VII. Astrophysical plasma fluids
- VIII. The newtonian cosmic fluid
- IX. The relativistic cosmic fluid
- X. The fluid of galaxies

# Otros libros

- **Divulgación:**

- Física de las noches estrelladas. Tusquets. Fábula.
- Un físico en la calle. Editorial Univ. Granada.
- ¿Qué es el Universo? ¿Qué es el hombre? Alianza.
- Kepler. RBA.
- Hubble. RBA.
- Chandrasekhar. RBA
- Las grandes estructuras del Universo. RBA
- **El astrónomo y el templario.**

- **Introductorios:**

- Introducción a la astrofísica. Alianza.
- 100 problemas de astrofísica. Alianza. (Coautora E. Florido)

# Evaluación

- Asistencia a clase.
- Inercicios a entregar en fecha tope.
- Cuodlibetos.
- Asistencia a conferencias.
- Frases triunfadoras.

Con todo esto se propone una nota provisional “subjetiva”. Quien no la acepte se puede presentar a:

- Examen

# Fluidos clásicos

Sin viscosidad ni conductividad calorífica.

Flujo isoentrópico

Ecuaciones de Euler

Equilibrio termodinámico Local

Fluidos perfectos.

# Magnitudes protagonistas

$$\vec{\varphi} = mn \vec{v}_0 = \rho \vec{v}_0$$

$$\vec{P} = \rho \langle \vec{V} \vec{V} \rangle \quad \text{en el equilibrio } \vec{P} = p \vec{\delta}$$

$$\vec{q} = \frac{1}{2} \rho \langle V^2 \vec{V} \rangle$$

# Las hijas de la ecuación de Boltzmann

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}_0) = 0$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \nabla T$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}_0}{\partial t} + \rho \vec{v}_0 \cdot \nabla \vec{v}_0 + \nabla \cdot \vec{P} - n \vec{F} = 0$$

$$\frac{3}{2} nk \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \nabla T \right) + \nabla \cdot \vec{q} + P_{kj} \frac{\partial v_{0k}}{\partial x_j} = 0$$

# Fluidos perfectos

## Ecuaciones de Euler

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \nabla \cdot (\rho \vec{v}_0) = 0$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}_0}{\partial t} + \rho \vec{v}_0 \cdot \nabla \vec{v}_0 + \nabla p - n \vec{F} = 0$$

$$\frac{3}{2} nk \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \nabla T \right) + p \nabla \cdot \vec{v}_0 = 0$$

# Cosmología newtoniana

Principio Cosmológico:

**El Universo es homogéneo  
e isótropo**

# La expansión del Universo

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_0 - v}{v}$$

$$z = \frac{H_0}{c} r$$

$$\lambda = \lambda_0 (1 + v/c)$$

$$v = H_0 r$$

$$\vec{v} = H_0 \vec{r}$$

# Tiempo de Hubble

$$H_0 = 68 \text{ km} / (\text{s Mpc}) = 2.3 \times 10^{18} \text{ s}^{-1}$$

$$t_{\text{Hubble}} = H_0^{-1} = 4.3 \times 10^{17} \text{ s} = 1.4 \times 10^{10} \text{ años}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = -3\rho H_0 \approx -10^{-47} \text{ g cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

# La materia del Universo

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\nabla \cdot \vec{v}$$

$$\vec{v} = H(t) \vec{r}$$

$$H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$$

$$\rho R^3 = \text{constante} = \rho_0 R_0^3$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 3H(t)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = \nabla \cdot (H(t) \vec{r})$$

$$\vec{v} = H(t) \vec{r} + \nabla \times \Phi(\vec{r}, t)$$

$$H_0 = H(t=0)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + 3 \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = 0$$

$$a = \frac{R}{R_0}$$

# El movimiento del Universo

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \Phi$$

$$3 \frac{dH}{dt} + 3H^2 + 4\pi G \rho = 0$$

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{4\pi G \rho_0 R_0^3}{3 R^2}$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G \rho_0^3}{3} R - k \quad k = -1, 0, 1$$

# Universo Crítico, $k=0$

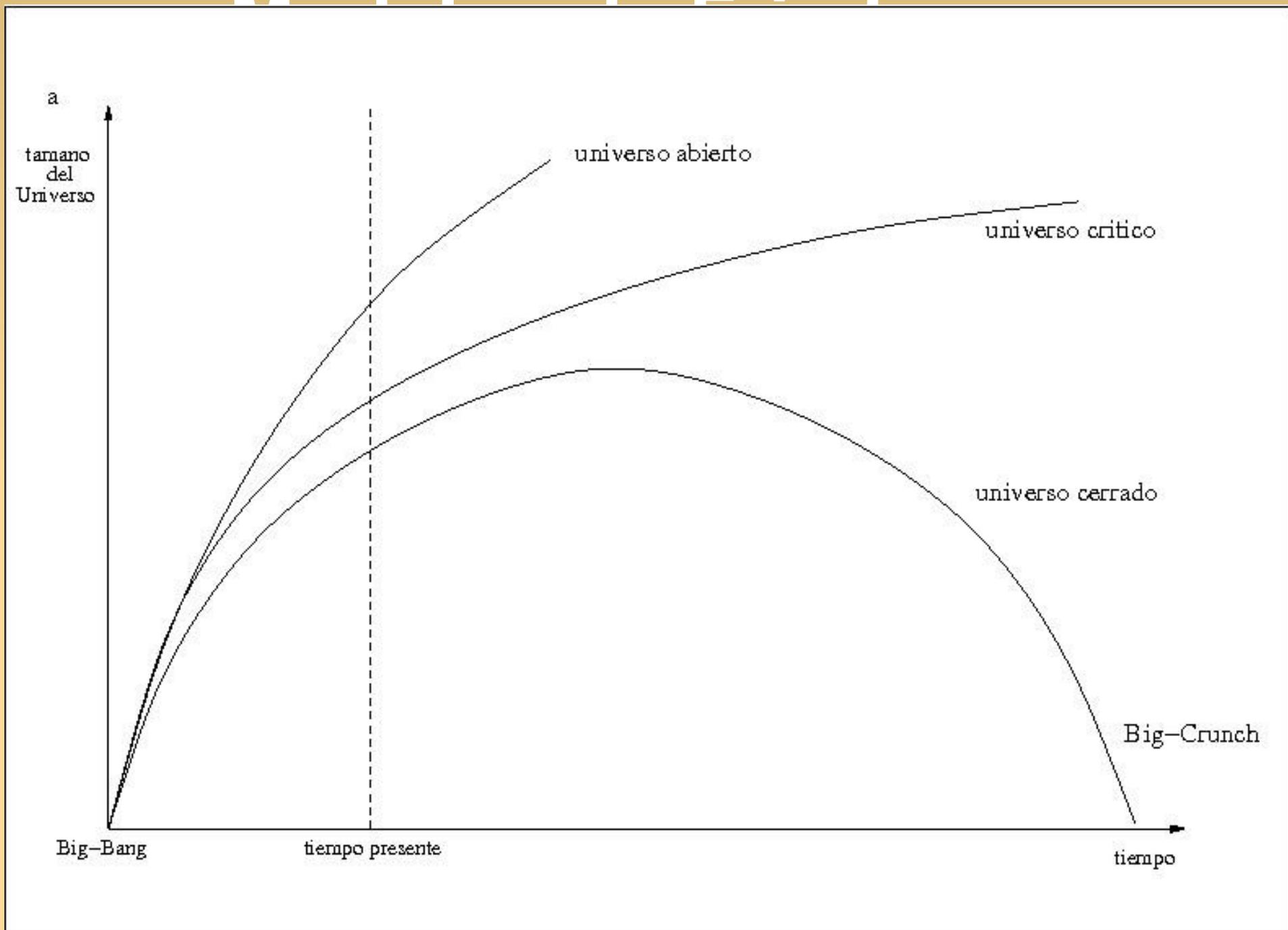
$$R = R_0 [6\pi G \rho_0]^{1/3} t^{2/3}$$

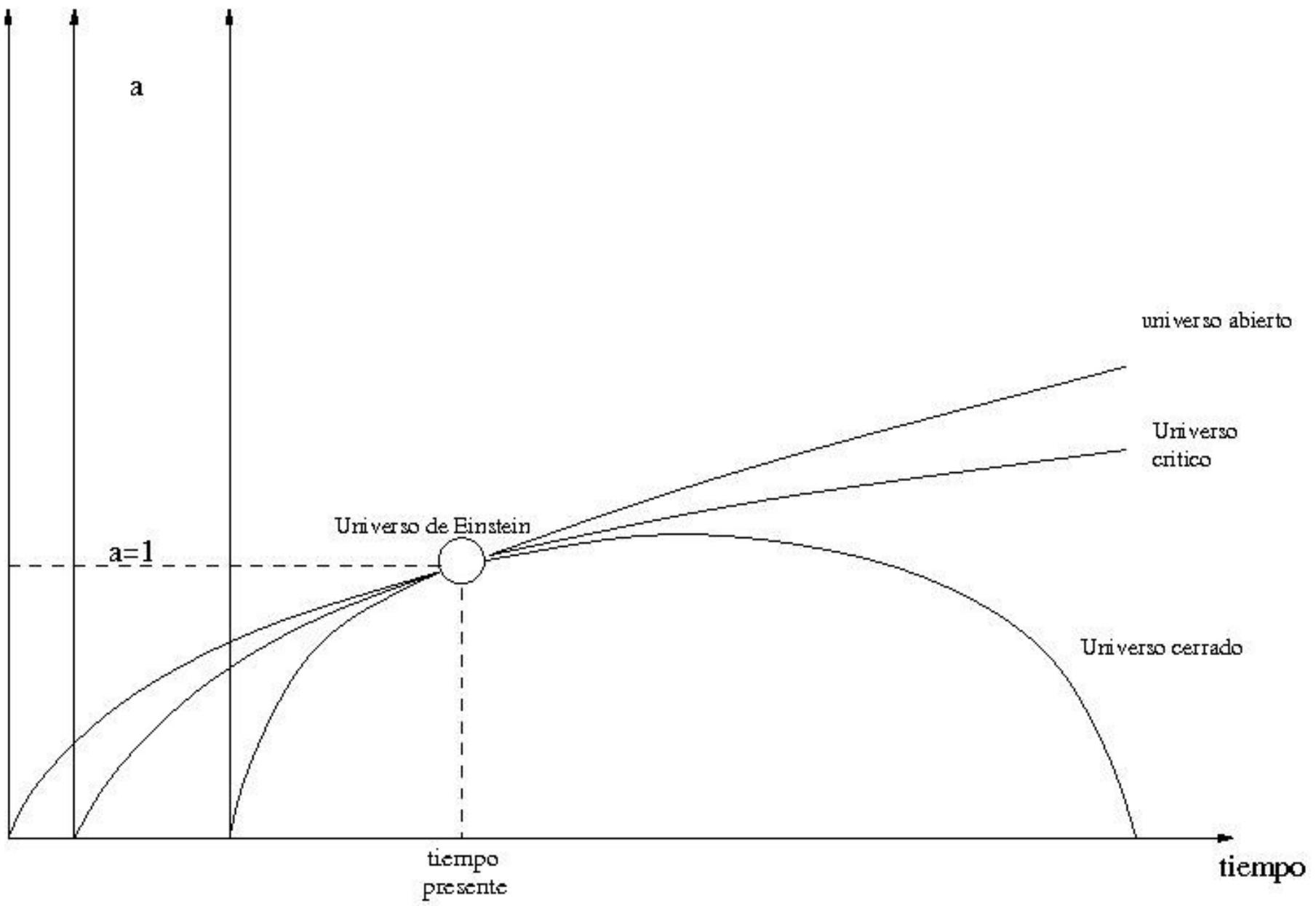
$$t_0 = \frac{2}{3} \frac{1}{H_0}$$

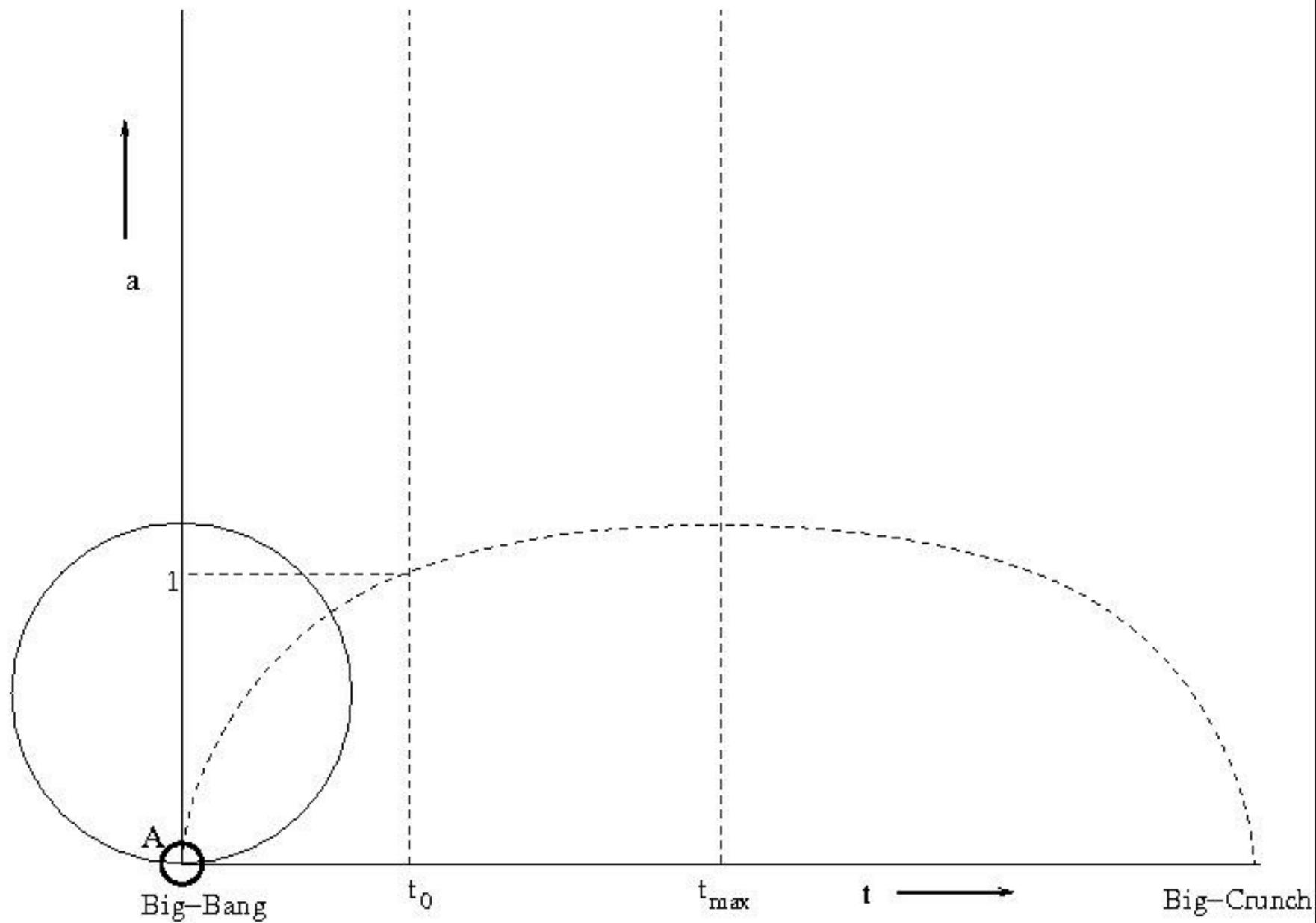
$$\rho = \frac{1}{6\pi G t^2}$$

$$\rho = 10^{-29} \text{ g/cm}^3$$

$$\Omega = \frac{8\pi G \rho}{3H^2}$$







$$q = \frac{-R \ddot{R}}{\dot{R}^2}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{H} = q + 1$$

$$\Omega = 2q$$

$$k = R^2 H^2 (\Omega - 1)$$

# Enfriamiento de la materia

$$\frac{3}{2}n\left(\frac{dT}{dt} + \vec{v} \cdot \nabla T\right) + p \nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$TR^2 = \text{constante}$$

# Enfriamiento de fotones

$$n_\gamma \propto T^3$$

$$n_\gamma \propto R^{-3}$$

$$T \propto R^{-1}$$

$$Ta = \text{constante} = T_R a_R = T_0$$

$$\epsilon_\gamma = a_r T^4$$

$$\epsilon_m = mnc^2$$

$$a_r T^4 = mnc^2 \quad \text{Época de la Igualdad}$$

$$a = \frac{R}{R_0} = \frac{1}{z+1}$$

$$z_{\text{igualdad}} \approx 10000$$

# Historia del Universo

Era de los átomos,  $z=0$

Época de la Recombinación ( $z=1100$ , 400 000 años): recombinación, desacoplamiento de los fotones, disparo de formación galáctica.

Emisión del CMB.

Era del plasma,  $z < 1100$ .

Época de la Igualdad,  $z=10\ 000$

Era de la radiación,  $z < 10\ 000$

# Aniquilación

Aniquilación

Nucleosíntesis (núcleos de He)

Desacoplamiento de los neutrinos

# Aniquilación de electrones

$$e^+ + e^- \leftrightarrow \gamma + \gamma$$

$$m_e c^2 = a_r T^4$$

$$Z_{\text{aniquilación}} = 10^{10}$$

# Eras primitivas

transición quark hadron  $3 \times 10^8 \text{ eV}$ ,  $2 \times 10^{12} \text{ K}$ ,  $z = 10^{12}$ ,  $10^{-6} \text{ s}$

electrodébil,  $3 \times 10^{11} \text{ eV}$ ,  $10^{16} \text{ K}$ ,  $z = 10^{16}$

gran unificación ?,  $10^{15} \text{ eV}$ ,

# Época de Planck

$$t_P = \sqrt{\frac{Gh}{c^5}} = 1,35 \times 10^{-43} \text{ s}$$

$$l_P = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = 4,05 \times 10^{-33} \text{ cm}$$

$$m_P = \sqrt{\frac{ch}{G}} = 5,46 \times 10^{-5} \text{ g}$$

$$T_P = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{c^5 h}{G}} = 3,55 \times 10^{32} \text{ K}$$

# Propiedades época Planck

tamaño de una partícula:  $\lambda = \frac{ch}{mc^2}$  ?

$$\lambda = \frac{ch}{kT}$$

$$\lambda_P = \frac{ch}{kT_P} = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = l_P \Rightarrow \text{teoría de cuerdas}$$

# Universo de Milne

$$u = \frac{r}{t}$$

$$u \leq 1$$

¿Es posible que todos veamos lo mismo en un universo finito?

Vemos  
nosotros

$$n = K t^{-3}$$

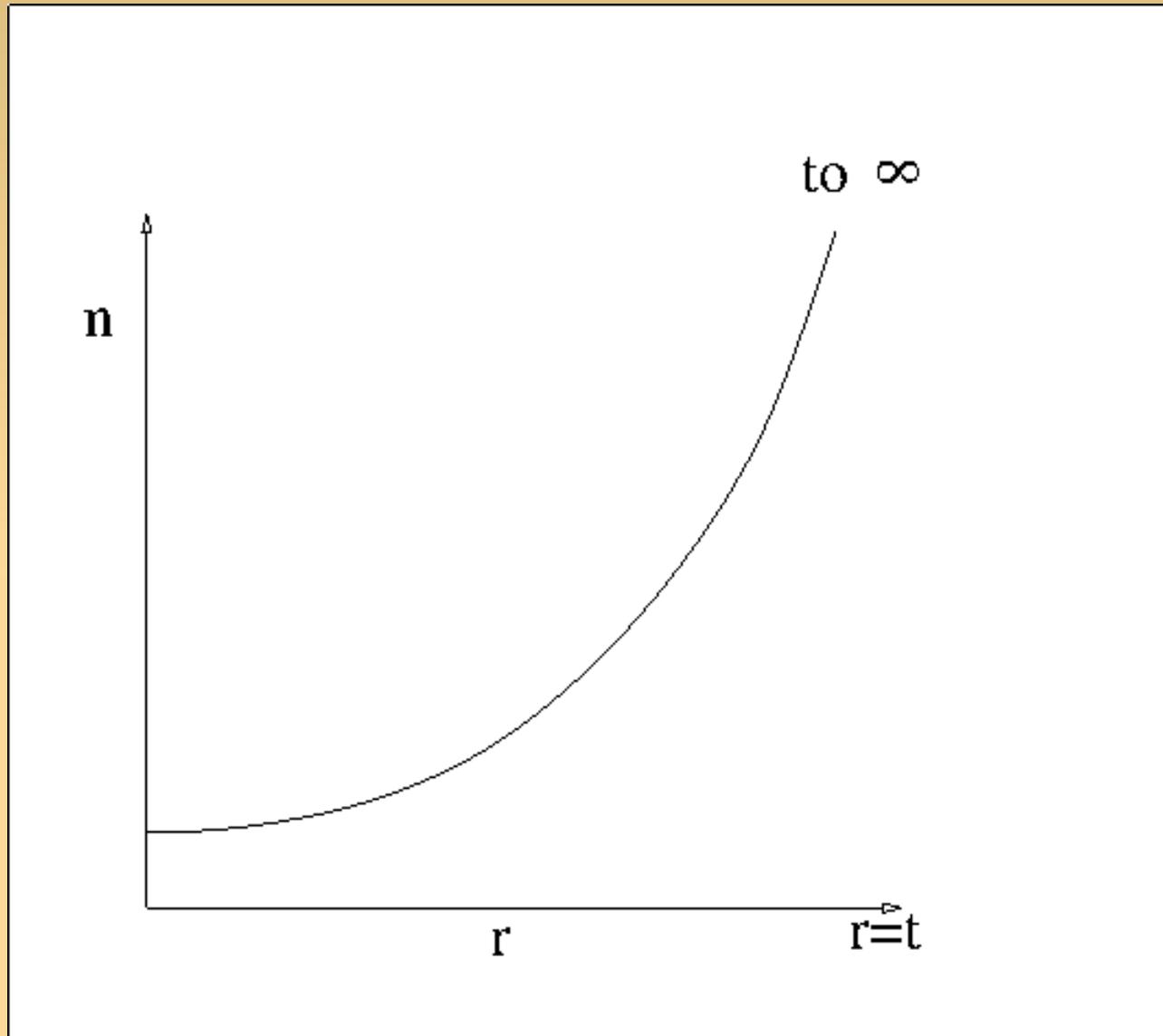
Otro ve

$$n_0 = K \tau^{-3}$$

$$\tau \gamma = t$$

$$n = \gamma n_0 = \frac{\gamma K}{\tau^3} = \frac{\gamma^4 K}{t^3} = K \frac{t}{(t^2 - r^2)^2}$$

si  $r=0$ , bien; si  $r=t$ ,  $n = \text{infinity} !!!$



# Métrica minkowskiana

$$dS^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2)$$

Coordenada radial comóvil  $\rho = u \gamma$

Coordenada temporal  $\tau$

$$dS^2 = -d\tau^2 + \frac{\tau^2 d\rho^2}{1+\rho^2} + \rho^2 \tau^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2)$$

$$dl^2 = \frac{\tau^2 d\rho^2}{1+\rho^2} + \rho^2 \tau^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2) \quad \text{Componente espacial}$$

$$dl^2 = \frac{d\rho^2}{1-k\rho^2} + \rho^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2) \quad \text{Curvatura constante}$$

El índice de curvatura  $-1/\tau^2$       Decrece con el tiempo