LA PROBABILIDAD CONDICIONAL EN LOS TEXTOS DE ESTADÍSTICA PARA PSICOLOGÍA

Carmen Díaz [1] y Carmen Batanero [2]

[1]Departamento de Psicología Social y Metodología de las Ciencias del Comportamiento, [2] Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada, España

mcdiaz@ugr.es, batanero@ugr.es

En este trabajo analizamos la presentación de la probabilidad condicional en una muestra de libros de estadística aplicada a psicología. Concluimos la necesidad de tener en cuenta los sesgos en el razonamiento condicional detectados en la investigación y reforzar la presentación del tema en estos textos.

INTRODUCCIÓN

La probabilidad condicional permite incorporar cambios en nuestro grado de creencia sobre los sucesos aleatorios cuando adquirimos nueva información. Es también un concepto requerido en la construcción de la probabilidad producto, la inferencia estadística, clásica y bayesiana, asociación entre variables, regresión, modelos lineales y toma de decisiones bajo incertidumbre.

En lo que sigue analizamos el tratamiento de la probabilidad condicional en una muestra de libros de texto de estadística usados en psicología. Este estudio es una de las fases en la construcción de un cuestionario de evaluación de la comprensión de la probabilidad condicional (Díaz, 2004).

Investigaciones previas

Partimos de las principales investigaciones relacionadas con la comprensión de la probabilidad condicional, que podemos clasificar en los apartados siguientes:

- *Comprensión intuitiva de la probabilidad condicional* (Maury, 1985, 1986; Kelly y Zwiers, 1986; Totohasina, 1992; Sánchez, 1996).
- *Condicionamiento y causación:* La existencia de una relación condicional indica una relación causal posible, pero no segura. La persona que evalúa una probabilidad condicional percibe en forma diferente las relaciones causales y diagnósticas (Tversky y Kahneman, 1982a). La relación de causalidad también se asocia, a

menudo, con la secuencia temporal (Falk, 1986; Gras y Totohasina, 1995).

- *Intercambio de sucesos en la probabilidad condicional* (Eddy, 1982; Falk, 1986).
- *Confusión de probabilidad condicional y conjunta* (Pollatsek, Well, Konold y Hardiman, 1987; Einhorn y Hogarth, 1986; Ojeda, 1995; Tversky y Kahneman, 1982b).
- *Situaciones sincrónicas y diacrónicas:* Ojeda (1995).
- *Razonamiento bayesiano* (Tversky y Kahneman, 1982c; Bar-Hillel, 1983; Totohasina, 1992; Teigen, Brun & Frydenlund, 1999)
- *Influencia del formato y los datos* (Pollatesk y cols.,1987; Fiedler, 1988; Gigerenzer, 1994)
- *Enseñanza de la probabilidad condicional (*Sdlemeier, 1999; Martignon & Wassner, 2002).

Estos trabajos indican que la probabilidad condicional es difícil y los sesgos presentados no mejoran con la enseñanza, pero es posible que la enseñanza no tenga en cuenta los resultados de dichas investigaciones. El propósito de nuestro estudio es acercarnos – de forma limitada- al significado de la probabilidad condicional en los cursos de "análisis de datos en psicología", y al mismo tiempo definir de forma objetiva el contenido de un futuro instrumento de evaluación.

Método

El procedimiento seguido consistió en elaborar un listado con las 31 universidades españolas en las que se imparte la licenciatura de Psicología y solicitar a los profesores correspondientes la bibliografía recomendada. Conseguimos repuestas de 23 universidades. De un total de 79 libros diferentes recomendados de análisis de datos 20 eran citados por 4 o más universidades. Trece de ellos incluían el tema de probabilidad condicional y fueron analizados. Además se incluyeron otros 5 libros de orientación bayesiana. La muestra de textos analizados se incluye como apéndice.

CONOCIMIENTO CONCEPTUAL

Primeramente se han examinado las definiciones, propiedades y relaciones con otros conceptos presentados en la muestra de libros de texto. En lo que sigue describimos las categorías encontradas, poniendo ejemplos que clarifiquen su significado.

Probabilidad condicional y propiedades

La definición de probabilidad condicional se encuentra en la mayor parte de los libros analizados. Por ejemplo, Peña (1986) define la frecuencia relativa de *A* condicionada a la ocurrencia de *B* (p. 71) y de esta definición deduce el concepto de probabilidad condicional, indicando *"donde $A \cap B$ representa el suceso ocurrencia conjunta de A y B y suponemos $P(B)>0$"* (Peña, 1986, p. 76). En esta definición está implícita la restricción del espacio muestral. Peña hace hincapié en las siguientes propiedades:

- Es importante diferenciar entre $P(A \cap B)$ y $P(A/B)$
- Una probabilidad conjunta $P(A \cap B)$ es siempre menor que las probabilidades simples $P(A)$ y $P(B)$.
- Una probabilidad condicionada $P(A/B)$ puede ser mayor, menor o igual que $P(A)$.
- El espacio muestral en la probabilidad condicional $P(A/B)$ queda restringido a *B*.

Nortes (1993) demuestra que una probabilidad condicional cumple los axiomas de probabilidad. Cuadras y cols. (1984) también resaltan que la probabilidad condicional implica una reducción del espacio muestral. Sacerdote y Balima (en preparación) recuerdan que nunca podría aparecer en una fórmula una suma o diferencia de probabilidades condicionadas a diferentes sucesos, dado que las probabilidades estarían definidas sobre distintos espacios muestrales.

Dependencia, independencia e intercambiabilidad

Matemáticamente la independencia puede deducirse de la regla del producto: *A* y *B* son independientes si y sólo si $P\ (A \cap B) = P\ (A)\ x\ P(B)$. También se relaciona con la probabilidad condicional, ya que dos sucesos son independientes si la probabilidad de uno de ellos no cambia al condicionarlo por el otro. Cuadras y cols. (1984) afirman que esta propiedad es condición necesaria y suficiente para que dos sucesos sean independientes. Según Peña (1986), aunque la independencia entre sucesos se puede prever en algunos casos, generalmente debe determinarse experimentalmente. Cuadras y cols. (1984) deducen algunas propiedades más: Si *A* y *B* son dos sucesos independientes, también son independientes $\overline{A}$ y *B; A* y $\overline{B}$; $\overline{A}$ y $\overline{B}$ (p. 116).

Del concepto de independencia se deduce el concepto de sucesos dependientes. Un concepto directamente relacionado con los anteriores que se suele confundir con ellos es el de sucesos *mutuamente excluyentes*, que, precisamente son dependientes, ya que la ocurrencia de uno hace que el otro no pueda ocurrir.

Otra confusión es la relación entre dependencia y causalidad. En Sacerdote y Balima (en preparación) se discute explícitamente, indicando que "*la estadística no se ocupa de las relaciones causa-efecto;...puede ayudar a orientar una ciencia que estudia la naturaleza hacia una explicación causal, pero no a justificarla"* (p. 16).También resalta que *"el tiempo no interviene en la estadística, aunque para algunos modelos será el factor ordenador de los resultados y el orden puede interesar"* (p. 16), para justificar que es posible calcular tanto una probabilidad condicional directa (respecto al tiempo) como su inversa.

En algunos de los textos de enfoque bayesiano se incluye la intercambiabilidad, como hipótesis no tan restrictiva como la independencia. Por ejemplo, en Berry (1996, pg. 134):

"Dos experimentos son intercambiables si se cumple lo siguiente:

1. *Los posibles resultados son los mismos en los dos;*
2. *La probabilidad de cada resultado de uno es la misma que en el otro;*
3. *La probabilidad condicional para el segundo experimento, dados los resultados del primero son las mismas que las probabilidades condicionales del primero, dado el segundo".*

Regla del producto

Esta regla permite calcular las probabilidades en experimentos compuestos. "*La probabilidad de verificación simultánea de dos sucesos independientes es igual al producto de sus probabilidades simples."* (Botella y cols., 1993 p.283). Algunos textos, como Nortes (1993), proporcionan la regla diferenciando entre sucesos independientes y dependientes para su aplicación. Una aplicación frecuente es la repetición independiente de un mismo experimento aleatorio: $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$); $P\ (A_1 \cap A_2 \cap ... A_n) = P(A) \times P(A_2) \times ... \times P(An)$

Para dos sucesos dependientes, la regla se expresa (Nortes, 1993, p. 219):

$$\text{“}P\ (A \cap B) = P\ (A) \times P(B/A)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B / A) \times P(C / A \cap B) \text{”.}$$

Ley de la probabilidad total

Introducido el experimento compuesto, se suele pasar al teorema de la probabilidad total. En estos casos contamos con un *n* sucesos $A_1, A_2, ..., A_n$ incompatibles o mutuamente excluyentes, tales que su unión de el espacio muestral *E*. Conocemos las probabilidades $P(A_1), P(A_2), ... P(A_n)$. Contamos además con un suceso *B* del que conocemos su probabilidad condicionada $(P(B/A_1), P(B/A_2), P(B/A_n)$, a cada uno de los sucesos A_i. La ley de probabilidad total nos permite conocer $P(B)$ (Nortes, 1993, p. 223).

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \times P(B / A_i)$$

En otros casos no aparece explícitamente definida, pero se presenta implícitamente como parte del estudio del Teorema de Bayes (es el caso de Albert y Rossman, 2001).

Probabilidad inversa y Teorema de Bayes

Para introducir el teorema de Bayes, Peña y Romo (1997) describe un tipo de experimento con dos etapas. En la primera los sucesos posibles $(A_1, ..., A_i)$ son mutuamente excluyentes, cada uno con probabilidad conocida $P(A_i)$ y cuya sumatoria es uno. En la segunda etapa los resultados posibles B_j dependen de los resultados en la primera y se conocen las probabilidades condicionadas $P(B_j/A_i)$.. El teorema de Bayes permite calcular las probabilidades $P(A_i/B_j)$ del resultado desconocido en la primera etapa, conociendo el resultado observado en la segunda.

Cuadras y cols. (1984, p. 122) denominan "causas" a los sucesos $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ con $P(A_i) > 0$ que definen una partición del espacio muestral E y al suceso *B* "*efecto".* Sabiendo que ha ocurrido S, podemos calcular la probabilidad de que proceda de la causa A_i haciendo uso del teorema de Bayes. Hablan específicamente de probabilidades a priori $P(A_i)$, probabilidades a posteriori $P(A_i/B)$ y verosimilitudes $P(B/A_i)$.

$$P(A_i / B) = \frac{P(A_i) \times P(B / A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \times P(B / A_i)}$$

Conocimiento conceptual en los libros

Los contenidos conceptuales encontrados en los libros en relación a la probabilidad condicional (Tabla 1) indican que es común incluir la definición de probabilidad condicional y conjunta, dependencia e independencia.

Tabla.1. Conceptos y propiedades en los libros analizados

	Orientación clásica													Orientación bayesiana					
	Amón	Botella Barropiedro	Botella,Leon	Cuadras, Echeverria	Glass Stanley	Merino	Nortes Checa	Padilla Merino	Peña	Peña Romo	San Martín	Spiegel	Wonnacot	Albtert	Albert y Rossman	Bernardo	Berry	Sacerdoti	Serrano
Definición	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
P(B) >0 para definir P(A/B)	x			x			x	x	x				x						x
Axiomas							x				x					x			
Restricción del espacio muestral	x		x	x						x			x				x	x	
No se puede sumar o restar probabilidades condicionadas a diferentes sucesos																		x	
Regla del producto	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x
Diferencia entre p.condicional y conjunta							x		x								x		
$P(A \cap B) < P(A)$			x						x										
Tiempo y probabilidad condicional																	x	x	
Experimentos intercambiables																x	x		
Independencia	x		x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Dependencia			x	x			x	x				x	x		x		x		x
Diferencia dependencia-causalidad													x		x			x	
Diferencia mutuamente excluyentes- independientes	x																		x
Probabilidad total				x		x	x	x		x	x					x	x	x	x
Teorema de Bayes	x	x		x		x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x

En los libros de orientación clásica no siempre se incluyen los teoremas de la probabilidad total y Bayes, posiblemente porque no juegan un papel tan importante como el que desempeñan en la inferencia bayesiana. En los libros de orientación bayesiana el Teorema de Bayes siempre se incluye y generalmente el de la probabilidad total, aunque a veces solo implícitamente. No todos ellos introducen el concepto de intercambiabilidad, posiblemente por la abstracción que supone para el tipo de alumnos a que van dirigidos.

Destacamos que son pocas las propiedades específicamente resaltadas en los textos. Los autores emplean una variedad de recursos didácticos para hacer más comprensible este tema (Tabla 2). Así, Botella, León y San Martín (1993) usan una tabla de doble entrada (tabla de contingencia), para dar los datos del problema al presentar un ejemplo de cálculo de la probabilidad condicional. Cuadras y cols. (1984) se apoyan en diagramas de Venn, lo mismo que Nortes (1993) y Sacerdote y Balima (en preparación).

Hacemos ver que son pocos los libros de texto que usan diagramas en árbol, tablas de doble entrada, diagramas de Venn o rectangulares, formas de visualización todas ellas que ayudarán al alumno a recordar estos conceptos. Por el contrario es usual presentar ejercicios resueltos, lo que creemos ayuda a contextualizar los conceptos presentados. El recurso al ordenador sólo lo hemos encontrado en los dos libros específicamente basados en este recurso.

Tabla 2. Recursos didácticos empleados en los diferentes libros

	Orientación clásica													Orientación bayesiana					
	Amón	Botella Barropiedro	Botella, León	Cuadras, Echeverria	Glass Stanley	Merino	Nortes Checa	Padilla Merino	Peña	Peña Romo	San Martín	Spiegel	Wonnacot	Albtert	Albert , Rossman	Bernardo	Berry	Sacerdoti	Serrano
Símbolos de unión e intersección	x	x	x	x	x		*x*	x	x	x	x	x	x			x	x	x	x
Ejercicios resueltos	x	x	x	x	x		*x*	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Diagramas rectangulares			x					x	x		x		x			x			
Diagramas de Venn	x			x			*x*	x				x	x			x	x	x	
Diagramas de árbol				x									x		x	x	x		
Tablas de doble entrada	x		x					x		x	x		x		x	x	x		x
Programas de ordenador														x	x		x		

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL

Podemos clasificar los problemas encontrados en las siguientes categorías:

1. Calcular una probabilidad condicional en un experimento simple: *“Considerando el lanzamiento de un dado y siendo A={sacar impar} y B={3,4}, la probabilidad P(A/B) de sacar número impar en el lanzamiento de un dado habiendo sacado antes 3 o 4 es ...”* (Nortes, 1993, p. 218).

2. Calcular una probabilidad condicional en el contexto de muestreo con reposición (regla de Laplace): *“De una baraja de 52 naipes mezclados al azar se sacan dos naipes. Hallar la probabilidad de que ambos sean ases si la primera extraida se devuelve a la baraja”* (Spiegel, 1991, p. 138).

3. Calcular una probabilidad condicional, en el contexto de muestreo sin reposición (regla de Laplace): *“Una caja contiene 3 bolas blancas y 2 bolas negras. Sea E1 el*

suceso "la primera bola extraída es negra" y E2 el suceso "la segunda bola extraída es negra". Las bolas no se devuelven a la caja..." (Spiegel, 1991, p. 130).

4. Calcular una probabilidad condicional a partir de probabilidades conjuntas y simples con la regla. Un ejemplo resuelto se encuentra en Botella, León y San Martín (1993, p.179).

5. Calcular una probabilidad compuesta haciendo uso de la regla del producto en caso de sucesos dependientes: "*En una bolsa se tienen 4 bolas blancas y 2 bolas negras; otra contiene 3 bolas blancas y 5 bolas negras. Si se saca una bpña de cada bolsa, hallar la probabilidad de que ambas sean blancas"* (Spiegel, 1991, p. 139).

6. Calcular una probabilidad compuesta haciendo uso de la regla del producto en caso de sucesos independientes. *En una clase hay 100 personas. Calcular la probabilidad de que al menos dos tengan el mismo cumpleaños* (Peña. 1986, pg. 77).

7. Determinar si dos sucesos son dependientes o independientes: *"En un grupo de 1000 sujetos se encontraron 500 sujetos aptos de los que 300 tenían inteligencia superior. De los 400 con inteligencia superior 300 resultaron aptos. ¿Son los sucesos A: "ser superior a la media en inteligencia" y B "ser apto en rendimiento" independientes?* (Botella, León y San Martín, 1993, p. 283).

8. Diferenciar entre sucesos mutuamente excluyentes y sucesos independientes: *¿Puede ser independientes dos sucesos mutuamente excluyentes que tienen probabilidad no nula?* (Peña, 1986, p.77).

9. Calcular la probabilidad total. Todos los problemas relacionados con el teorema de Bayes implica la resolución de un problema de probabilidad total. Además, algunos libros incluyen explícitamente estos problemas.

10. Resolver problemas bayesianos: *"Un test médico diseñado para la diagnosis de una enfermedad detecta dicha enfermedad en el 90% de los pacientes que la padecen y que son sometidos al mismo, pero da también positivo en el 2% de personas que sin padecerla son sometidos al test. Sin embargo, al pasar el test a una población*

determinada el porcentaje de contestaciones positivas del test correspondientes a personas no afectas es nada menos que el 50%. Explicar este hecho...”. (Bernardo, 1981, pg. 77).

11. Resolver problemas de probabilidad condicional y conjunta en experimentos compuestos de diferentes experimentos simples: *“En una universidad terminan la carrera el 5% de Arquitectura, el 10% de Ciencias y el 50% de Letras. Eligiendo un estudiante al azar se pide: a) Probabilidad de que sea de Arquitectura y haya terminado la carrera”*(Cuadras y cols., 1984, p. 137).

12. Estimar probabilidades condicionales y conjuntas mediante simulación: *“Considera el ejemplo de prueba sanguínea discutido en el capítulo. Supón que haces tres pruebas y son todas positivas. ¿Tienes una alta probabilidad de tener la enfermedad? Usa Minitab en los cálculos"* (Albert y Rossman, 2001, p. 34).

Tabla 3. Problemas encontrados en los documentos analizados

	Orientación clásica													Orientación bayesiana					
	Amón	Botella, y León	Botella	Cuadras,	Glass y Stanley	Merino	Nortes Checa	Padilla y Merino	Peña	Peña y Romo	San Martín	Spiegel	Wonnacot	Albtert	Albert Rossman	Berry	Bernardo	Sacerdoti	Serrano
Calcular probabilidad condicional, único experimento	x	x	x	x			x	x		x	x		x		x	x	x	x	
Calcular probabilidad condicional, muestreo con reposición		x		x			x		x	x	x		x	x	x	x		x	
Calcular probabilidad condicional, muestreo sin reposición		x	x	x			x		x	x	x	x	x		x	x		x	
Calcular una probabilidad condicional a partir de probabilidades conjuntas y simples	x	x	x	x					x		x		x	x	x	x	x	x	x
Calcular probabilidad compuesta en caso de sucesos dependientes	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	
Calcular probabilidad compuesta en caso de sucesos independientes	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Determinar si dos sucesos son independientes	x	x	x	x					x	x	x	x	x	x	x	x		x	
Diferenciar entre sucesos excluyentes e independientes	x								x						x				
Calcular la probabilidad total	x	x	x	x			x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	
Resolver problemas bayesianos	x	x		x			x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x
Resolver problemas en experimentos compuestos de diferentes experimentos simples	x	x		x		x	x		x	x	x	x	x	x	x	x		x	
Estimar probabilidades condicionales y conjuntas mediante simulación														x	x				x

Observamos (Tabla 3) que pocos problemas se plantean en contexto de simulación o aplicando directamente la probabilidad condicional, siento también escasos los relacionados con la independencia.

CONCLUSIONES

El análisis realizado fue un primer paso para un cuestionario, en el que hemos tenido en cuenta los anteriores contenidos, tanto a nivel conceptual (tabla 1) como procedimental (tabla 3). Pensamos que estos resultados son también útiles para el diseño de secuencia de enseñanza o la preparación de nuevos libros de texto.

Un punto a destacar es que los libros apenas tienen en cuenta los sesgos descritos en la literatura y es escaso también el uso de recursos didácticos y simulación. Ello puede explicar que el razonamiento condicional siga siendo difícil después de la enseñanza. Esta conjetura, no obstante, necesita ser estudiada a partir de nuevas investigaciones donde nos acerquemos a la enseñanza en el aula y no sólo a través del estudio de los libros de texto. Hay que tener en cuenta también que, aproximadamente la tercera parte de los libros elegidos inicialmente, no incluían el tema de probabilidad condicional.

Creemos que esta información es valiosa para los profesores de estadística y métodos de investigación, quienes pueden usar estas tareas para evaluar los conocimientos y razonamientos previos de sus alumnos o como recurso de enseñanza del tema.

Agradecimiento: Proyecto SEJ2004-00789, MEC, Madrid & FEDER y Beca FPU: AP2003-5130, MEC, Madrid.

REFERENCIAS

Bar – Hillel, M. (1987). The base rate fallacy controversy. En R. W. Scholz (Ed.), *Decision making under uncertainty.* (pp 39 – 61) Amsterdam: North Holland.

Díaz, C. (2004). *Elaboración de un instrumento de evaluación del razonamiento condicional. Un estudio preliminal.* Universidad de Granada.

Eddy, D. M. (1982). Probabilistic reasoning in clinical medicine: Problems and opportunities. En D. Kahneman, P. Slovic y Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases.* New York: Cambridge University Press.

Einhorn, H.J. y Hogart, R.M. (1986). Judging probable cause. *Psychological Bulletin.* 99, 3 –19.

Falk, R. (1986). Conditional Probabilities: insights and difficulties. En R. Davidson y J. Swift (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics.* (pp. 292 – 297). Victoria, Canada: International Statistical Institute.

Fiedler, K. (1988). The dependence of the conjunction fallacy on subtle lingüistic factors. *Psychological Research,* 50, 123-129.

Gras, R. y Totohasina, A. (1995). Chronologie et causalité, conceptions sources d'obstacles épistémologiques à la notion de probabilité conditionnelle *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 15(1), 49-95.

Gigerenzer, G. (1994). Why the distinction between single-event probabilities and frequencies is important for psychology (and vice-versa). En G. Wright y P. Ayton (Eds.), *Subjective probability* (pp. 129-161). Chichester: Wiley.

Kelly, I. W. y Zwiers, F. W. (1986). Mutually exclusive and independence: Unravelling basic misconceptions in probability theory. *Teaching Statistics* 8, 96-100.

Martignon, L. y Wassner, C. (2002). Teaching decision making and statistical thinking with natural frequencies. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics.* Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM.

Maury, S. (1985). Influence de la question dans una épreuve relative á la notion d'independance. *Educational Studies in Mathematics,* 16, 283-301.

Maury, S. (1986). *Contribution à l'étude didacique de quelques notions de probabilité et de combinatoire à travers la résolution de problémes.* Tesis doctoral. Universidad de Montpéllier II.

Ojeda, A. M. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional. *UNO,* 5, 37-55.

Ortiz, J. J. (1999). *Significado de conceptos probabilísticos en los textos de Bachillerato.* Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Pollatsek, A., Well, A. D., Konold, C. y Hardiman, P. (1987). Understanding Conditional Probabilities. *Organitation, Behavior and Human Decision Processes.* 40, 255 – 269.

Sánchez, E. (1996). Dificultades en la comprensión del concepto de eventos independientes. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Educación Matemática* (pp. 389-404). México.

Sedlmeier, P. (1999). *Improving statistical reasoning. Theoretical models and practical implications.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Teigen, K. H., Brun, W. y Frydenlund, R. (1999). Judgments of risk and probability: the role of frequentistic information. *Journal of Behavioral Decision Making, 12(2),* 123.

Totohasina, A. (1992). *Méthode implicative en analyse de données et application á l'analyse de conceptions d'étudiants sur la notion de probabilité conditionnelle.* Tesis Doctoral. Universidad Rennes I.

Tversky, A. y Kahneman, D. (1982a). Causal schemas in judgment under uncertainty. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 117-128). Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Tversky, A. y Kahneman, D. (1982b). On the psychology of prediction. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 69-83). Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Tversky, A. y Kahneman, D. (1982c). Evidential impact of base rates. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 153 – 160). Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Apéndice. Textos utilizados en el análisis

Libros de texto recomendados para psicología

Amón, J. (1987). *Estadística para psicólogos II. Estadística inferencial*. Madrid: Pirámide.

Botella, J., León, O. G. y San Martín, R. (1993). *Análisis de datos en psicología I.* Madrid: Pirámide.

Botella, B. y Barriopedro, M. I. (1991). *Problemas y ejercicios de psicoestadística.* Madrid: Pirámide.

Cuadras, C. M., Echevarría B., Mateo, J. y Sánchez, P. (1984). *Fundamentos de estadística. Aplicación a las ciencias humanas.* Madrid: Promociones Publicaciones Universitarias.

Glass, G. V. y Stanley, J. C. (1974). *Métodos estadísticos aplicados a las ciencias sociales.* México: Prentice Hall.

Merino, J. M.; Moreno, E.; Padilla, M.; Rodríguez Miñon, P. y Villarino, A. (2002). *Análisis de datos en psicología 1*. Madrid: UNED.

Nortes Checa, A. (1993). *Estadística teórica y aplicada*. Barcelona: PPU.

Peña, D. (1986). *Estadística: Modelos y métodos I. Fundamentos*. Madrid: Alianza Universidad Textos.

Peña, D. y Romo, J. (1997) *Introducción a la estadística para las ciencias sociales*. Madrid: McGraw-Hill.

Padilla, M., Merino, J. M. y Pardo, A. (1986). *Psicología matemática I: Ejercicios resueltos*. Madrid: UNED.

San Martín, R. y cols. (1987). *Psicoestadística: Estimación y contraste*. Madrid: Pirámide

Spiegel, M. R. (1991). *Estadística.* México: Mc Graw Hill.

Wonnacot y Wonnacot (1991). *Estadística básica práctica*. México: Limusa.

b) Libros elementales de orientación bayesiana

Albert, J. H. y Rossman, A. (2001). *Workshop Statistics. Discovery with data. A bayesian approach.* Bowling Green, OH: Key College Publishing.

Berry, D. A. (1995). *Basic statistics: A bayesian perspective*. Belmont: Wadsworth.

Bernardo, J. M. (1981). *Bioestadística. Una perspectiva bayesiana.* Barcelona: Vicens-Vives.

Sacerdoti, A. y Balinia, G. (En preparación). *Estadística bayesiana.* Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires. On line: http://www.fi.uba.ar/materias/6109/libro/cap-1.pdf

Serrano Angulo. J. (2003). *Iniciación a la estadística bayesiana.* Madrid: La Muralla.