

# UN ESTUDIO EMPÍRICO DE LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA ESPAÑOLA

DANILO DÍAZ-LEVICOY



**Trabajo Fin de Máster**

UNIVERSIDAD DE GRANADA

**Tutores:**

Dr. Pedro Arteaga Cezón  
Dra. Carmen Batanero Bernabeu

Granada, 2014

**UN ESTUDIO EMPÍRICO DE LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LIBROS  
DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA ESPAÑOLA**

Trabajo Fin de Máster

MEMORIA realizada por Danilo Díaz Levicoy bajo la dirección del Dr. Pedro Arteaga Cezón y Dra. Carmen Batanero Bernabeu del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada para optar al Máster en Didáctica de la Matemática.

Proyecto EDU2013-41141-P (MEC) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía)

Fdo. Danilo Díaz- Levicoy

Vº Bº

Dr. Pedro Arteaga Cezón

Dra. Carmen Batanero Bernabeu

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	3
1.1. Introducción	3
1.2. Importancia de los gráficos estadistas en la formación del niño	3
1.3. Los gráficos en el currículo de educación primaria	5
1.3.1. Orientaciones generales para el territorio español	5
1.3.2. Orientaciones de la Junta de Andalucía	8
1.3.3. Gráficos estadísticos en la educación básica de Chile	10
1.3.4. Los estándares americanos y el Proyecto GAISE	13
1.4. Marco Teórico	15
1.4.1. Introducción	15
1.4.2. Actividad Matemática. Objeto y significado	16
1.4.3. Significado institucional y personal	16
1.4.4. Tipos de objetos matemáticos	18
1.4.5. Idoneidad didáctica y sus tipos	19
1.5. Objetivos del trabajo	21
CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES	23
2.1. Introducción	23
2.2. Investigaciones sobre gráficos estadísticos	23
2.2.1. Elementos en la comprensión de gráficos estadísticos	23
2.2.2. Niveles de lectura	25
2.2.3. Niveles de complejidad semiótica	27
2.2.4. Errores de construcción de gráficos estadísticos	28
2.3. Investigaciones sobre análisis de libros de texto	30
2.3.1. Importancia del libro de texto	30
2.3.2. Algunas líneas de investigación	32
2.3.3. Dimensiones de análisis	34
2.4. Otras investigaciones sobre análisis de gráficos	35
2.5. Conclusiones del capítulo	37
CAPITULO 3: GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA	39
3.1. Introducción	39
3.2. Metodología de análisis	39
3.2.1. Muestra de textos analizados	40
3.2.2. Método y variables de análisis	43
3.3. Tipo de gráfico	45
3.4. Niveles de lectura	54
3.5. Complejidad semiótica	58
3.6. Actividad planteada respecto a los gráficos	63
3.7. Conclusiones sobre los gráficos incluidos en los textos	70
CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES	73
4.1. Introducción	73
4.2. Conclusiones sobre los objetivos	73
4.3. Idoneidad didáctica de la presencia de los gráficos en los libros de texto	75
4.2. Limitaciones del estudio y futuras líneas de investigación	76
REFERENCIAS	77
Anexo	80

# INTRODUCCIÓN

En la presente memoria exponemos los resultados del análisis de las actividades en las que intervienen gráficos estadísticos, propuestas en tres series de libros de texto de matemática en educación primaria española. Las editoriales se han elegido, porque poseen gran tradición en Andalucía y están en concordancia con las directrices curriculares para este nivel educacional. Esta investigación se desarrolla como Trabajo de Fin de Máster para optar al grado de Máster en Didáctica de la Matemática, en el grupo de investigación “Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística” de la Universidad de Granada.

El estudio está fundamentado por la incorporación de los gráficos estadísticos en los niveles de educación primaria española; la necesidad de formar ciudadanos estadísticamente cultos; el papel de los gráficos estadísticos como parte de la cultura estadística; la importancia de los libros de texto en el proceso de enseñanza y aprendizaje, así como la previsible incidencia de las directrices curriculares en las actividades propuestas en los libros de texto.

Esta memoria la hemos estructurado en cuatro capítulos. En el Capítulo 1 entregamos una visión general del problema de investigación, resaltando la importancia de los gráficos estadísticos en la formación de los niños. Describimos los gráficos estadísticos en la educación primaria, según las directrices el Ministerio de Educación y Ciencia España, la Consejería de Educación de Andalucía, Ministerio de Educación de Chile, estándares del NCTM y el Proyecto GAISE. Resumimos los elementos del enfoque ontosemiótico que son utilizados como marco teórico (objeto y significado, significado institucional y personal, idoneidad didáctica). Finalmente presentamos el objetivo general y los específicos.

En el Capítulo 2 resumimos algunas investigaciones relacionadas con gráficos estadísticos, que tienen relación con sus elementos de lectura, comprensión, niveles de lectura, niveles de complejidad semiótica, errores en su construcción e investigaciones sobre libros de texto.

En el Capítulo 3 describimos la metodología utilizada en el estudio, la muestra, las variables estudiadas, así como el resultado del análisis de las 215 actividades en que intervienen gráficos estadísticos.

Finalmente, en el Capítulo 4, exponemos las conclusiones generales del estudio, sobre los objetivos, limitaciones del estudio y futuras líneas de investigación.

Se finaliza la Memoria con las referencias y como anexo un trabajo presentado en XV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: “El sentido de las matemáticas: matemáticas con sentido”, celebrado del 3 al 5 de julio de 2014 en Baeza (Jaén).

# **CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

## **1.1. INTRODUCCIÓN**

En este primer capítulo hacemos una descripción del problema de investigación, que, como se ha indicado en la introducción, es el análisis de la presentación de los gráficos estadísticos en los libros de texto de la educación primaria en España.

Para ello, comenzamos describiendo la importancia de los gráficos estadísticos en la formación de los niños en la escuela primaria. Seguimos analizando la presencia de este contenido en el Decreto de Enseñanzas Mínimas del Ministerio de Educación y Ciencia de España, el reciente Decreto que establece el currículo básico para la educación primaria (MECD, 2014), como desarrollo de la LOMCE (Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa), las orientaciones de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía y las bases curriculares para la enseñanza del Ministerio de Educación de Chile. También se exponen las indicaciones de los Principios y estándares para matemática del National Council of Teachers of Mathematics y del Proyecto Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) para la enseñanza de la estadística y los gráficos.

Resumimos a continuación algunos elementos del enfoque ontosemiótico que servirán de apoyo al trabajo. Finalmente, enunciamos los objetivos que guían el desarrollo de esta investigación.

## **1.2. IMPORTANCIA DE LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LA FORMACIÓN DEL NIÑO**

Es de vital importancia que los niños reciban una formación estadística adecuada que les permita leer, interpretar y construir gráficos estadísticos.

En primer lugar estos gráficos son parte de la cultura estadística (Gal, 2002), es decir, de los conocimientos básicos que debe tener una persona para analizar críticamente la información con que se encuentra en la sociedad (Arteaga, Batanero, Díaz y Contreras, 2009). Una persona, estadísticamente culta, debe ser capaz de leer críticamente los diferentes tipos de gráficos que puede encontrar en los medios de comunicación, Internet y su vida profesional (Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011; Batanero, Arteaga y Ruiz, 2010; Del Pino y Estrella, 2012). En este sentido Schield (2006), señala que no basta con la lectura literal de los gráficos estadísticos,

sino que una adecuada cultura estadística implica identificar tendencias y variabilidad en los datos representados, identificado posibles errores en la información entregada o en la interpretación que se hace de la misma.

Los gráficos estadísticos también permiten conectar a la escuela con la sociedad actual (realidad), debido a su presencia en los medios de comunicación (Espinel, 2007). Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2011) hablan del auge de las redes sociales (Youtube, Facebook, Twiter, entre otros) donde las personas acceden a una diversidad de datos estadísticos y de variedad de temas. En este sentido Eudave (2009) señala:

En efecto, diferentes medios de comunicación utilizan de manera recurrente información estadística ordenada en tablas y gráficas de distintos tipos y, gracias a la Internet, actualmente es posible disponer de casi cualquier tipo de información, ya sea en bases de datos o en concentrados numéricos que anteriormente eran de difícil acceso (p. 6)

Estos gráficos son usados en el análisis de datos y en la comunicación social para resumirlos de una manera eficiente. Wild y Pfannkuch (1999) señalan que la transnumeración es un elemento relevante del razonamiento estadístico, que está relacionado con cambiar la representación de los datos a otro para obtener una información que no era visible inicialmente. Arteaga, Batanero, Ortiz y Contreras (2011) dan como ejemplo, para esta idea, el pasar de una lista de datos desordenados a un histograma, donde se puede observar fácilmente el intervalo moda, la existencia (o no) de simetría en la distribución.

Un estudiante debe ser capaz de emitir juicios sobre un gráfico estadístico realizado en un ordenador, es decir, ser capaz de señalar si este gráfico posee, o no, algún error. Pese a que las nuevas tecnologías permiten la realización de gráficos de una manera rápida, estos pueden no ser los adecuados para las variables que se están representando (Arteaga, Batanero y Contreras, 2011). Estos autores indican también que los gráficos permiten construir y comunicar conceptos, y ayudan a establecer (y comprender) las relaciones abstractas que existen entre diferentes variables que son parte de un fenómeno en ciencias naturales o sociales. Por eso los niños deben ser capaces de interpretarlos y construirlos sin dificultad para facilitarles el trabajo en dichas materias.

Como resumen, en este apartado se ha mostrado y justificado la necesidad de que los estudiantes, de los diferentes niveles educacionales, reciban una formación estadística que le permita actuar crítica y responsablemente frente a la variedad de

información a la que se accede en situaciones laborales, en los medios de comunicación, redes sociales y otras instancias de la vida cotidiana, donde mucha de esta información está resumida en tablas y gráficos estadísticos y debe ser interpretada. También, se considera que los gráficos estadísticos son un elemento importante para acercar la sociedad a la escuela y ser usados como un recurso didáctico para interpretar fenómenos cotidianos.

### **1.3. LOS GRÁFICOS EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

A continuación analizamos la presencia de los gráficos estadísticos en los objetivos, contenidos y criterios de evaluación del Decreto de Enseñanzas Mínimas del Ministerio de Educación y Ciencia (MEC, 2006), las orientaciones de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (2007), así como el nuevo Decreto que define el currículo básico (MECD, 2014), donde se exponen los lineamientos para la enseñanza primaria española. La Enseñanza primaria en España se caracteriza por ser obligatoria y gratuita; comprende tres ciclos de enseñanza, con dos años cada uno; y atiende a niños que tienen edades entre seis y doce años, idealmente.

También analizamos la presencia de los gráficos estadísticos en los objetivos de aprendizaje (habilidades, ejes y actitudes) de las bases curriculares establecidas por el Ministerio de Educación de chileno (MINEDUC, 2012) de la enseñanza primaria (o básica). La enseñanza primaria chilena es obligatoria; comprende dos ciclos, con cuatro años cada uno; y atiende a niños de seis a trece años de edad, generalmente.

Además, entregamos una visión general de los Principios y estándares para matemática del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) y del Proyecto GAISE (Franklin, Kader, Mewborn, Moreno, Peck, Perry y Scheaffer, 2005), en el área de estadística.

#### **1.3.1. ORIENTACIONES GENERALES PARA EL TERRITORIO ESPAÑOL**

Nos encontramos en un proceso de cambio de normativa, debido a la promulgación reciente de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).

En la normativa vigente hasta este curso, el Ministerio de Educación y Ciencia (MEC, 2006), organizó los contenidos de la matemática escolar española, en la enseñanza primaria, en cuatro bloques: (1) *Números y operaciones*; (2) *Medida*; (3) *Geometría*; (4) *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*. Es en este último



bloque, en particular, donde el trabajo con gráficos estadísticos toma importancia y significado, cuando favorece la interpretación de la información entregada por los medios de comunicación y la toma adecuada de decisiones (MEC, 2006).

De los objetivos planteados para la matemática en primaria, que están relacionados con el tema en estudio, se destaca: *“utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma”* (MEC, 2006, p. 43097).

Arteaga (2011) señala que, junto con iniciar antes el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos estadísticos, existe un cambio de enfoque en el trabajo escolar de los niños, donde se deben proponer actividades que permitan desarrollar el razonamiento estadístico y descubrir la estadística como un instrumento que permite resolver problemas.

Tabla 1.1. *Contenidos relacionados con gráficos estadísticos en educación primaria española*

Primer Ciclo	Segundo Ciclo	Tercer Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos (MEC, 2006, p. 43098).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares,</li> <li>- Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara (MEC, 2006, p. 43099).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos.</li> <li>- Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos.</li> <li>- Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.</li> <li>- Obtención y utilización de información para la realización de gráficos (MEC, 2006, p. 43101).</li> </ul>

La Tabla 1.1 muestra los contenidos relacionados con gráficos estadísticos en el currículo de matemática de educación primaria española. Se puede observar que en el primer ciclo de primaria se deben plantear actividades de lectura e interpretación de gráficos estadísticos sencillos. En el segundo ciclo, se busca que los niños sean capaces de crear y describir gráficos estadísticos. En el tercer ciclo, distinguir distintos tipos de gráficos estadísticos (según el tipo de variable), analizar los gráficos estadísticos de una

forma crítica y obtener información, de diversas fuentes, para la confección de los gráficos.

Se destaca el progreso que se experimenta en el tratamiento de los gráficos estadísticos, donde en el primer ciclo se requiere la interpretación de ciertos elementos de gráficos sencillos que estén relacionados con actividades cercanas a los niños y, hasta, el tercer ciclo donde estudian diferentes tipos de gráficos estadísticos y valoran de manera crítica la información que estos presentan.

La Tabla 1.2 contiene los criterios de evaluación presentes en el currículo y que tiene relación con los gráficos estadísticos. Estos criterios de evaluación quieren medir la capacidad que tienen los estudiantes para interpretar gráficos sencillos, representación de datos en gráficos adecuados según el tipo de información.

Tabla 1.2. *Criterios de evaluación relacionados con gráficos en la primaria española*

Primer Ciclo	Segundo Ciclo	Tercer Ciclo
Realizar interpretaciones elementales de los datos presentados en gráficas de barras. Formular y resolver sencillos problemas en los que intervenga la lectura de gráficos (MEC, 2006, p. 43098).	Recoger datos sobre hechos y objetos de la vida cotidiana utilizando técnicas sencillas de recuento, ordenar estos datos atendiendo a un criterio de clasificación y expresar el resultado de forma de tabla o gráfica (MEC, 2006, p. 43100)	Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado (MEC, 2006, p. 43101). Plantea en uso de bloques de barras, diagramas lineales, entre otros.

### **Cambios curriculares previstos**

El desarrollo de la LOMCE para el currículo de Educación Primaria se ha concretado, en una primera fase en el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria (MECD, 2014).

En estas directrices los contenidos matemáticos se organizan en cinco grandes bloques, el primero de los cuáles es transversal a los otros cuatro: (1) *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*; (2) *Números*; (3) *Medida*; (4) *Geometría*; (5) *Estadística y probabilidad*. También se sugiere que los bloques se pueden conectar entre sí, y se da libertad a organizar y secuenciar estos contenidos dentro de los centros escolares. En la Tabla 1.3 se resume el contenido relacionado con los gráficos estadísticos en la nueva normativa (MECD, 2014, p. 19393).

Observamos que estos contenidos son más detallados en lo que se refiere a la evaluación, donde se incluyen criterios y estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 1.3. *Contenidos relacionados con gráficos estadísticos, Bloque 5 (MECD, 2014, p. 19393)*

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
- Gráficos y parámetros estadísticos.	1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica:	1.1. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares.
- Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.	tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información.	2.1. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.	2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.	2.2. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares, las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.
- Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.	3. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.	2.3. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas.
- Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.	4. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.	3.1. Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
- Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.		4.1. Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.
		4.2. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.

### 1.3.2. ORIENTACIONES DE LA JUNTA DE ANDALUCÍA

La Consejería de Educación de Andalucía (2007) publica la *Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*. En esta orden, de la comunidad autónoma de Andalucía, entrega los lineamientos curriculares que deben guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en este territorio. El documento indica que estos lineamientos deben estar en función de las demandas de la sociedad, por lo que es necesario reorganizar el currículo para dar cumplimiento a estos requerimientos. Pero, sin contradecir los lineamientos entregados por el Estado en el Decreto de Enseñanzas Mínimas.

Los establecimientos educativos que imparten educación primaria tiene la autonomía para desarrollar un proyecto educativo que permita entregar una educación común y que atienda a la diversidad de los estudiantes. Además, este documento señala que:

Se aprende matemáticas porque son útiles e incluso imprescindibles para la vida cotidiana y para el desarrollo de las actividades profesionales y de todo tipo; porque nos ayudan a comprender la realidad que nos rodea; y también, porque su aprendizaje contribuye a la formación intelectual general potenciando las capacidades cognitivas de niños y niñas (Consejería de Educación de la Junta de Andalucía, 2007, p. 18)

Los núcleos temáticos señalados por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía son: (1) *Resolución de problemas (transversal)*; (2) *Uso de los recursos TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (transversal)*; (3) *Dimensión histórica, social y cultural de las matemáticas (transversal)*; (4) *Desarrollo del sentido numérico. Medida de magnitudes*; (5) *Las formas y figuras y sus propiedades*; y (6) *Tratamiento de la información, azar y probabilidad* (Consejería de Educación de la Junta de Andalucía, 2007)

El núcleo temático 6, *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*, busca que los niños y niñas comprendan que la matemática permite interpretar situaciones de contextos cercanos, y ayuda a comprender la realidad y actuar de forma responsable, crítica y positiva. Los contenidos que se deben abordar en éste núcleo temático, son los definidos en el Decreto de Enseñanzas Mínimas (MEC, 2006): bloque 4 (Tratamiento de la información, azar y probabilidad) en el primer, segundo y tercer ciclo de enseñanza primaria. Se resalta las conexiones con los otros tres bloques de contenido y con aspectos planteados en las áreas de conocimiento del medio natural, social y cultural (Consejería de Educación de la Junta de Andalucía, 2007).

El proceso de enseñanza y aprendizaje de este núcleo temático se debe basar en la conjugación adecuada de los ejes transversales: resolución de problemas (de la vida cotidiana); uso adecuado de los medios tecnológicos; y la dimensión social y cultural de la matemática. Además de una enseñanza que favorezca el trabajo colaborativo y con un uso crítico de la información disponible.

Los gráficos estadísticos, de acuerdo a las consideraciones anteriores, se abordan en los tres ciclos de enseñanza primaria y se trabajan gradualmente. Es así, como la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (2007) señala:

Las tablas y gráficos presentes en los medios de comunicación, Internet o en la

publicidad facilitarán ejemplos suficientes para analizar y agrupar datos y, sobre todo, para valorar la necesidad y la importancia de establecer relaciones entre ellos (p.55).

Otro punto relevante es extraer conclusiones según los datos disponibles en tablas y gráficos, así como las actividades para el tratamiento de la información: planificación, uso de técnicas de recolección, técnicas de manipulación, agrupamiento y cálculo (Consejería de Educación de la Junta de Andalucía, 2007). Finalmente, el proceso de evaluación debe considerar la clasificación, representación, deducción de relaciones y conclusiones existente entre los datos. Además, en los estudios estadísticos, se deben considerar la capacidad que tenga el estudiante para diseñar y utilizar técnicas apropiadas para la obtención, cuantificación, representación y extracción de conclusiones de las actividades realizadas.

En resumen, en estos niveles se espera que los estudiantes pueden decidir si los datos entregan la información necesaria para dar respuesta a preguntas que se plantean; y recolectar datos en el aula, escuela o ciudad (Arteaga, 2011). Cuando los estudiantes utilizan una variedad de gráficos estadísticos deben “*comprender los valores en los ejes horizontal y vertical, la utilidad de las escalas y cómo representar el cero en una gráfica*” (Batanero y Godino, 2003, p. 721). Además de utilizar ordenadores, software, planillas de cálculo y applets que ayuden a la representación gráfica de la información.

### **1.3.3. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA EN CHILE**

El Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) establece para el área de matemática, en los seis primeros años de la educación primaria, los ejes que guían en proceso de enseñanza y aprendizaje: (1) *Números y operaciones*; (2) *Patrones y álgebra*; (3) *Geometría*; (4) *Medición*; y (5) *Datos y probabilidades* (MINEDUC, 2012). Para los estudiantes del séptimo y octavo año de educación primaria se definen los siguientes ejes temáticos: (1) *Números*; (2) *Álgebra y funciones*; (3) *Geometría*; (4) *Medición*; y (5) *Probabilidad y estadística* (MINEDUC, 2013).

Las Bases curriculares (MINEDUC, 2012), dejan en evidencia la utilidad que posee la matemática para comprender de la realidad social donde están inmersos, la selección de estrategias para la resolución de diversos tipos de problemas y su contribución al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo. De esta misma forma señala que:

La matemática proporciona herramientas conceptuales para analizar la

información cuantitativa presente en noticias, opiniones, publicidad y diversos textos, aportando al desarrollo de las capacidades de comunicación, razonamiento y abstracción e impulsando el desarrollo del pensamiento intuitivo y la reflexión sistemática (MINEDUC, 2012, p. 1).

Otra forma de organizar el currículo escolar de la enseñanza primaria en Chile, además de los ejes, es mediante habilidades y actitudes. Las habilidades definidas para los estudiantes de los ocho años de educación básica son: resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar.

Las actitudes se entienden como objetivos de aprendizaje que se tienen que desarrollar de manera integrada entre los conocimientos y habilidades propuestos para la asignatura (MINEDUC, 2012; 2013). Las actitudes definidas para los estudiantes que cursen desde primer a sexto año de educación primaria, según MINEDUC (2012), son:

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.
- Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades.
- Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

Y las actitudes definidas para séptimo y octavo año, plasmadas en MINEDUC (2013, p. 10), son, además de las anteriores:

- Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- Trabajar en equipo en forma responsable, ayudando a los compañeros, considerando y respetando sus aportes, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

Tabla 1.4. *Objetivos de aprendizajes relacionados con gráficos estadísticos en primaria chilena*

Curso	Objetivo de aprendizaje
Primero básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas.</li> <li>- Construir, leer e interpretar pictogramas (MINEDUC, 2012, p. 9)</li> </ul>
Segundo básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas.</li> <li>- Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.</li> <li>- Construir, leer e interpretar pictogramas con escala y gráficos de barra simple (MINEDUC, 2012, p. 12)</li> </ul>
Tercero básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizar encuestas, clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas y visualizarlos en gráficos de barra.</li> <li>- Construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, en base a información recolectada o dada.</li> <li>- Representar datos usando diagramas de puntos (MINEDUC, 2012, p. 16)</li> </ul>
Cuarto básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizar encuestas, analizar los datos y comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos.</li> <li>- Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.</li> <li>- Leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, y comunicar sus conclusiones (MINEDUC, 2012, p. 20)</li> </ul>
Quinto básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Leer, interpretar y completar tablas, gráficos de barra simple y gráficos de línea y comunicar sus conclusiones.</li> <li>- Utilizar diagramas de tallo y hojas para representar datos provenientes de muestras aleatorias (MINEDUC, 2012, p. 24)</li> </ul>
Sexto básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.</li> <li>- Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones (MINEDUC, 2012, p. 27)</li> </ul>
Séptimo básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con software educativo</li> <li>- Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con software educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos (MINEDUC, 2013, p. 13)</li> </ul>
Octavo básico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles: identificando la población que está sobre o bajo el percentil; representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo; utilizándolas para comparar poblaciones.</li> <li>- Evaluar la forma en que los datos están presentados: comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno; justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos; detectando manipulaciones de gráficos para representar datos (MINEDUC, 2013, p. 16)</li> </ul>

En las bases curriculares, en los ejes de *Datos y probabilidades*—para estudiantes de primero a sexto año de enseñanza primaria—y *Probabilidad y estadística*—para estudiantes de séptimo y octavo año de primaria—se establecen los objetivos de aprendizaje expuestos en la Tabla 1.4.

La presencia de los gráficos estadísticos en el programa de educación primaria chilena es potente y constante, ya que están considerados en la totalidad de sus cursos o

niveles. Presenta una secuencia gradual desde gráficos sencillos (desde pictogramas, barras) hasta otros de mayor complejidad (gráficos de barra doble, circulares, gráfico de de caja). Estos gráficos deben ser leídos, interpretados o contruidos según la naturaleza de los datos; manteniendo una relación directa con tablas de organización de la información.

Para trabajar con datos se recomienda que estos sean obtenidos mediante actividades que sean de interés o que capten la atención de los estudiantes, experimentos, juegos y/o encuestas. Es decir, con actividades que permitan recolectar información desde el entorno y vida cotidiana para los estudiantes.

Cabe destacar que en el último tiempo el currículo de matemática en Chile, ha venido mostrando modificaciones significativas, el caso más claro es el gráfico de caja y bigotes, que hace un par de años estaba propuesto para el último año de secundaria y ahora está en el último año de primaria, aunque de una manera sencilla.

#### **1.3.4. LOS ESTÁNDARES AMERICANOS Y EL PROYECTO GAISE**

A continuación describimos dos documentos que han transformado la enseñanza de la estadística en los Estados Unidos y otros países que los han tomado como base para realizar adaptaciones curriculares. Estos documentos son: Los Principios y Estándares para la Matemática Escolar del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) y el Proyecto GAISE de la American Statistical Association y el NCTM (Franklin *et al.*, 2005).

El NCTM (2000) establece cinco bloques de contenidos que guían el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar: (1) *Números y operaciones*; (2) *Álgebra*; (3) *Geometría*; (4) *Medición*; y (5) *Análisis de Datos y Probabilidad*. Este último bloque se ve fundamentado por la cantidad de datos disponibles para la toma de decisiones en los diversos campos profesionales y en la vida diaria.

Estos estándares proponen para los estudiantes de infantil y de primer ciclo de enseñanza primaria (nivel K-2) se puedan enfrentar a situaciones de análisis de datos y que sean capaces de (NCTM, 2000):

- Plantear preguntas y recoger datos sobre ellos (niños) y de su contexto.
- Clasificar objetos según sus atributos y organizar datos sobre los objetos.
- Representar datos usando objetos concretos, dibujos y gráficos.

Resaltamos que las actividades donde los niños deben clasificar y contar, aunque



sean informales, pueden ayudar a iniciar la comprensión y el análisis de los datos que se posean o se obtienen (Arteaga, 2011; Batanero y Godino, 2003).

El NCTM (2000) señala que los estudiantes de tercero a quinto grado deben ser capaces de:

- Diseñar investigaciones que permitan dar respuesta a ciertas interrogantes y razonar sobre cómo los métodos de recogida de información afectan al conjunto de datos.
- Recoger datos de diferentes fuentes (observación, encuestas y experimentos).
- Representar la información recogida en tablas, gráficos de línea, puntos y barras.
- Diferenciar la representación de datos numéricos y categóricos.
- Utilizar las medidas de tendencia central, en particular la mediana, e interpretar lo que cada una de ellas determina en un conjunto determinado de datos.
- Representar los datos de diferentes formas, comparar y evaluar qué aspectos importantes, de la información disponible, se evidencian de mejor forma con una u otra forma de representación.
- Entregar conclusiones y predicciones, con sus respectivas justificaciones, en base a los datos recogidos.

El proyecto GAISE (Franklin *et al.*, 2005) está dirigido para estudiantes del K-12 (que abarca desde preescolar hasta final de la secundaria) y a estudiantes de cursos pre-universitarios. Este Proyecto señala que la enseñanza de la estadística debe seguir las siguientes etapas: (1) formulación de preguntas, (2) recolección de datos, (3) análisis de datos, (4) interpretación de resultados.

Para los niveles K-12 se indica que los cursos donde se trabaje estadística deben tener como objetivo que los estudiantes manejen los elementos básicos del razonamiento estadístico. Estos han sido resumidos en Arteaga (2011):

- La necesidad de los datos: comprender la necesidad de tomar decisiones basadas en evidencias (datos) y reconocer las dificultades que conlleva actuar sobre supuestos que no están respaldados por datos.
- La importancia de generar buenos datos: comprender que el conseguir datos de calidad exige un esfuerzo en recursos, generalmente tiempo, y que no se puede considerar como una pérdida de estos recursos.
- La presencia de la variabilidad: la variabilidad, como esencia de la estadística, debe ser experimentada en los fenómenos de la vida cotidiana.

- La cuantificación y explicación de la variabilidad: comprender que la variabilidad se mide y explica con los conceptos de aleatoriedad y variable aleatoria.
- Mas datos y conceptos, y menos formulas: colocar énfasis en el desarrollo de actividades de interpretación de cálculos y gráficos estadísticas, y no en algoritmos.
- Fomento del aprendizaje activo: centrar el proceso de enseñanza y aprendizaje en desarrollo de proyectos estadísticos, ejercicios de laboratorios, resolución de problemas en equipo y no en clases magistrales.

Según Zapata-Cardona y Quintero (2009), algunas de las recomendaciones del GAISE son: énfasis en la cultura estadística; uso de datos reales; énfasis en la comprensión y aplicación de conceptos y no el aprendizaje de procedimientos; promoción de un aprendizaje activo; uso de tecnologías para el desarrollo de conceptos y análisis de datos; uso de la evaluación para mejorar y medir el aprendizaje. La autora también señala que la cultura estadística, contempla tres aspectos: conocimiento de términos y símbolos; habilidad para leer gráficos y entender ideas fundamentales de estadística (Zapata-Cardona, 2011).

Estos documentos dejan en evidencia lo completo y avanzado del currículum americano para estadística y la incidencia que ha tenido en la modificación de los currículos de diferentes países. También muestra la importancia que ha venido tomando la estadística y la necesidad de que los ciudadanos cuenten con herramientas básicas que les permitan interpretar y analizar críticamente los gráficos estadísticos que pueden encontrar en su vida cotidiana.

## **1.4. MARCO TEÓRICO**

### **1.4.1. INTRODUCCIÓN**

En esta investigación utilizamos los elementos teóricos del enfoque ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la instrucción matemática, que ha sido desarrollado por Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2003; Godino, Batanero y Font, 2007). En este enfoque, podemos encontrar elementos que serán de utilidad para nuestro estudio: actividad matemática, objeto y significado; el significado institucional y personal del contenido matemático; y noción de idoneidad didáctica y sus tipos.

#### **1.4.2. ACTIVIDAD MATEMÁTICA. OBJETO Y SIGNIFICADO**

En el EOS se considera la actividad matemática como un conjunto de prácticas que dan origen a objetos matemáticos (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007).

En este enfoque se asume la situación–problema (problema, proyecto, ejercicio, etc.) como un elemento y lo interpretan “*en un sentido amplio, incluyendo tanto problemas simples como situaciones complejas y tanto problemas puramente matemáticos como extramatemáticos*” (Godino, 2003, p. 108); requiriendo una actividad de matematización. Los objetos matemáticos, por su parte, son considerados símbolos de unidades culturales que nacen de los usos relacionados a la actividad de resolución de problemas para un determinado grupo de personas y que evoluciona con el paso del tiempo (Godino y Batanero, 1994).

Godino y Batanero (1994) definen práctica matemática como las actuaciones o expresiones (verbal, gráfica, etc.) que realiza una persona para resolver un problema matemático, comunicar la solución, generalizarla a otros problemas o contextos. En Godino, Batanero y Font (2007) se indica que las prácticas pueden ser personales o institucionales, es decir, realizadas por un grupo de personas interesadas en resolver un mismo tipo de situaciones problemáticas. El ser parte de una institución provoca que se realicen prácticas de tipo social que están regidas por las reglas, disposiciones y normas definidas por la institución.

En el caso de la matemática, la preocupación está en los sistemas de prácticas (operativas y discursivas) que una persona pone de manifiesto ante determinadas situaciones problemáticas. Además, en las prácticas matemáticas intervienen dos tipos de objetos: los materiales (símbolos, gráficos, etc.) y abstractos (que evocamos al hacer matemática), estos últimos son representados por objetos materiales (Godino, 2003).

En Godino, Batanero y Font (2007) se indica que el significado de un objeto matemático surge del sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal) o se realizan en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problema en las que el objeto es fundamental para su realización.

#### **1.4.3. SIGNIFICADO INSTITUCIONAL Y PERSONAL.**

En el significado institucional de un objeto matemático se distinguen los siguientes tipos de significados (Godino, 2003; Godino, Batanero y Font, 2007).

- *Referencial*: sistema de prácticas utilizado para la elaboración del significado pretendido. Para ello, el profesor recurrirá a las fuentes necesarias como libros de textos, orientaciones curriculares, objetivos de las instituciones y experiencias personales. De esta forma se obtiene un significado global del objeto matemático, origen, evolución, contextos en que se utiliza, etc. Un ejemplo sería observar qué tipos de gráficos se trabajan en estadística a nivel universitario.
- *Pretendido*: sistema de prácticas plasmadas en la planificación del proceso de enseñanza y aprendizaje que se realizará sobre cierto objeto matemático. Un ejemplo sería qué tipo de gráficos se quiere enseñar en un curso concreto de educación primaria y cómo se realizaría esa enseñanza.
- *Implementado*: es el sistema de prácticas efectivamente desarrollado por el profesor en la clase de matemática, las que guiarán a los estudiantes para en estudio del objeto matemático y para las evaluaciones que deban rendir como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje. Es decir, son las actividades que efectivamente se trabajaron en clases, puede que sean menos que las pretendidas.
- *Evaluado*: el sistema de prácticas que selecciona el profesor, mediante un conjunto de tareas y/o pautas de observaciones, para evaluar significado implementado del objeto matemático en cuestión.

En el significado personal de un objeto matemático se distinguen los siguientes tipos (Godino, 2003; Godino, Batanero y Font, 2007).

- *Global*: corresponde a todo el sistema de prácticas que un estudiante potencialmente sería capaz de manifestar respecto a un determinado objeto matemático.
- *Declarado*: son el sistema de prácticas que el estudiante manifiesta explícitamente en una evaluación propuesta por el profesor. En estas prácticas se incluyen tanto las correctas y las incorrectas, a la luz del significado institucional del objeto matemático abordado.
- *Logrado*: es el sistema de prácticas que es considerado correcto por la pauta definida por la institución (significado institucional). Los significados que han sido declarados y que no son concordantes con el significado institucional se consideran errores de aprendizaje.

En la Figura 1.4.1 se muestra la lógica del proceso de enseñanza y aprendizaje;

donde debería ocurrir un acercamiento progresivo entre el significado personal del estudiante y el institucional que se trata de que adquiera. En este sentido, la enseñanza de un objeto matemático implica que el estudiante participe en una comunidad de prácticas y donde el aprendizaje supone que el estudiante se apropia del significado.



Figura 1.4.1. Tipos de significados (Godino, 2003, p. 140)

#### 1.4.4. TIPOS DE OBJETOS MATEMÁTICOS

En Godino, Batanero y Font (2007) se hace la descripción de objetos o entidades matemáticas primarias propuestas en el marco del EOS y se detallan a continuación.

- *Situaciones-problemas*: corresponde a ejercicios, problemas, aplicaciones extramatemáticas y acciones que motivan una actividad matemática. En nuestro caso, la problemática está en torno a las actividades propuestas en los libros de texto en las que intervienen gráficos estadísticos.
- *Lenguajes*: corresponde a los términos, expresiones, notaciones y/o gráficos usados para representar la información proporcionada en una situación problemática; las operaciones y objetos utilizando en la resolución; además de la respuesta entregada. En las actividades de los libros de textos, en los que intervienen gráficos estadísticos, se pueden identificar los tipos de gráficos estadísticos empleados, los distintos lenguajes gráficos y simbólicos utilizados, vocabulario específico del trabajo con gráficos, etc.
- *Conceptos-definición*: corresponde a los objetos matemáticos que se utilizan implícita o explícitamente en la resolución de una actividad matemática, ya que en

estas instancias un estudiante debe recordar o aplicar definiciones. Por ejemplo, en nuestro caso, en las actividades analizadas los estudiantes podrán en juego conceptos como: números enteros, racionales, variables estadísticas, rango de la variable, frecuencia, proporcionalidad, coordenadas cartesianas, etc.

- *Proposiciones*: corresponde a los enunciados (o proposiciones) sobre propiedades de los conceptos que se han empleado en la resolución de una actividad planteada. Por ejemplo, la relación de proporcionalidad entre la frecuencia y la altura de una de las barras en un gráfico de barras.
- *Procedimientos*: corresponde a los algoritmos, operaciones y/o técnicas de cálculo que los estudiantes han aprendido y aplican en la resolución de problemas. Por ejemplo, en actividades donde se pida la construcción de un gráfico, se han de realizar recuentos para el cálculo de frecuencias, en otras ocasiones podría darse que se tengan que representar números enteros en la recta numérica, etc.
- *Argumentos*: corresponde a los enunciados que se usan para validar o explicar proposiciones, procedimientos y/o soluciones a problemas. Un ejemplo podría ser el siguiente; frente a las actividades planteadas en los libros de texto, que los estudiantes puedan inferir que sucederá con una determina variable a medida que pase el tiempo.

En este artículo, los autores indican que estos tipos de objetos matemáticos están relacionados, entre sí, formando configuraciones. Distinguen dos tipo de configuraciones, la epistémica y la cognitiva. La configuración epistémica hace referencia a los objetos matemáticos institucionales que actúan en la resolución de problemas y se subdivide en configuración epistémica previa (objetos que se supone el alumno conoce) y emergente (objetos que se supone aprenderá). La configuración cognitiva hace referencia a los objetos matemáticos personales, se diferencia de la epistémica en que el estudiante puede hacer una configuración (de un objeto) diferente de la institucional.

#### **1.4.5. IDONEIDAD DIDÁCTICA Y SUS TIPOS**

En el marco del EOS surge el concepto de idoneidad didáctica (Godino, Contreras y Font, 2006) con cinco componentes, ampliados a seis en publicaciones posteriores (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, 2011). Para Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) la noción de idoneidad didáctica se entiende como un criterio

que se debe considerar para la valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A continuación describimos los distintos tipos de idoneidad didáctica que se proponen:

- *Idoneidad epistémica*: hace referencia a la representatividad de los significados implementados o pretendidos, en relación al significado de referencia sobre el objeto matemático que se está abordando.
- *Idoneidad cognitiva*: indica al grado en que los significados pretendidos/implementados pueden ser alcanzados por los estudiantes y la cercanía que se establece entre los significados personales logrados por el estudiante y los significados pretendidos/ implementados.
- *Idoneidad interaccional*: valora el grado en que la organización del proceso de enseñanza y aprendizaje permite identificar conflictos semióticos potenciales y resolver los que se producen durante el proceso de instrucción.
- *Idoneidad mediacional*: se refiere a la disponibilidad y adecuación de los recursos (materiales y temporales) que se necesitan para desarrollar el proceso de instrucción.
- *Idoneidad afectiva (emocional)*: está relacionada con el grado en que los estudiantes están implicados (interés, motivación,...) en su proceso de estudio. En este tipo de idoneidad didáctica intervienen factores tanto institucionales como del estudiante y su historial escolar.
- *Idoneidad ecológica*: indica el grado en que el proceso de enseñanza y aprendizaje concuerda con el proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad.

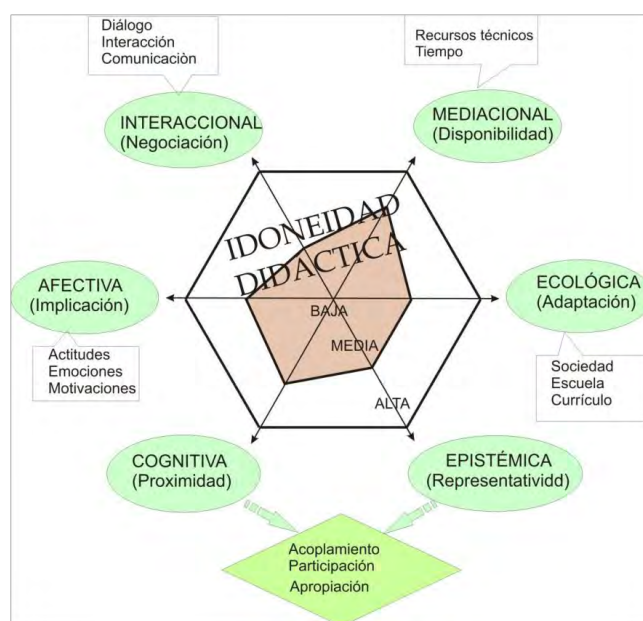


Figura 1.4.2 Idoneidad Didáctica (Godino, 2011, p. 6)

En la Figura 1.4.2, el hexágono regular corresponde a un proceso de estudio pretendido, donde se asume un grado máximo de las diferentes idoneidades; y el hexágono irregular corresponde a los tipos de idoneidad logradas en el proceso de enseñanza y aprendizaje implementado.

## 1.5. OBJETIVOS DEL TRABAJO

De acuerdo a los antecedentes expuestos anteriormente, la inclusión de los gráficos estadísticos en el currículo es muy reciente. Como se verá en el análisis de las investigaciones previas del Capítulo 2, apenas hay investigaciones sobre comprensión, enseñanza de gráficos en el nivel de educación primaria y sobre su presencia en los libros de texto.

Es de interés para los profesores saber si la presentación que se hace en dichos libros sigue las directrices curriculares y si es adecuada a la edad de los alumnos. Por ello surge la necesidad de indagar sobre los tipos de gráficos que se incluyen en los textos, las variables que los determinan, así como las que definen las actividades propuestas en torno a los mismos. Estas actividades incluyen la construcción, lectura, interpretación y comparación de gráficos estadísticos.

Por esto, el objetivo general de este estudio es: *Analizar la presentación de los gráficos estadísticos en tres series de libros de textos para la educación primaria española, estudiando su idoneidad didáctica para la enseñanza en este nivel educativo.* De este objetivo, se desglosan los siguientes objetivos específicos.

- O1. Determinar el significado institucional pretendido para los gráficos estadísticos en el currículum de educación primaria española, especialmente el bloque relacionado con estadística y probabilidades bajo el nombre “*Tratamiento de la información, azar y probabilidad*”.

Para conseguir este objetivo se analizan las directrices curriculares del Ministerio de Educación y de la Junta de Andalucía. Además se compara con el significado pretendido en el programa chileno y las recordaciones del NCTM y Proyecto GAISE.

- O2. Determinar las principales variables relevantes para el análisis de las actividades y ejemplos propuestos sobre gráficos estadísticos en los libros de texto de educación primaria, teniendo en cuenta las descritas como relevantes en la comprensión y trabajo con gráficos en las investigaciones previas.



Para lograr este objetivo se realiza una síntesis de las investigaciones previas y se determinan, entre otras, las siguientes variables relevantes: nivel de lectura del gráfico (Curcio, 1989; Friel, Curcio y Bright, 2001), nivel de complejidad semiótica del gráfico (Arteaga, 2011). También se tiene en cuenta tipo de gráfico y tarea propuesta.

- O3. Llevar a cabo un estudio de las actividades y tareas sobre gráficos estadísticos propuestas en tres series de libros de texto para determinar el significado institucional implementado sobre los gráficos en estos textos.

Para ello se han identificado variables y categorías de análisis que se aplican a todas las actividades sobre gráficos incluidas en los textos, estudiando su distribución por editorial y por nivel escolar. Así mismo se compara con el significado institucional pretendido en el currículo. Finalmente se analizan los componentes de la idoneidad didáctica para determinar la idoneidad del contenido gráficos estadísticos en los libros de texto de educación primaria.

## **CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES**

### **2.1. INTRODUCCIÓN**

Entendemos los gráficos estadísticos como instrumentos que permiten representar datos estadísticos por medio de elementos geométricos (puntos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.). El desarrollo de una efectiva competencia gráfica implica, además del conocimiento de la estadística, el dominio de diferentes contenidos de matemática escolar, como porcentajes, fracciones, proporcionalidad, entre otros.

En este capítulo presentamos los antecedentes que fundamentan el desarrollo de esta investigación. Utilizaremos como guía el estado del arte desarrollado por Arteaga (2011) y Arteaga, Batanero y Contreras (2011), y ampliando con otros autores que se van a mencionar en el transcurso de este capítulo.

En una primera instancia resumiremos las investigaciones que están relacionadas con la comprensión de gráficos estadísticos, niveles de lectura y niveles de complejidad en la construcción de gráficos. Seguiremos resumiendo las investigaciones relacionadas con los errores de construcción de gráficos estadísticos. También mencionaremos las realizadas con análisis de libros de textos y análisis de pruebas de evaluación, finalizando con algunas conclusiones.

### **2.2. INVESTIGACIONES SOBRE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS**

#### **2.2.1. ELEMENTOS EN LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS**

En esta investigación usamos la definición de comprensión de gráficos estadísticos entregada por Friel, Curcio y Bright (2001): “*Las habilidades de los lectores de gráficos para entender el significado de gráficos creados por otros o por ellos mismos*” (p. 132). En este apartado resumimos las teorías de algunos otros autores que han descrito la comprensión gráfica.

Arteaga (2011) señala que cuando se le pide a un estudiante realizar la interpretación de un gráfico estadístico, él debe realizar una traducción entre la realidad (estudio o fenómeno que se representa) y lo representado en el gráfico. El autor resume el trabajo de Bertin (1967), quien señala que un gráfico estadístico es un sistema semiótico complejo, pues su comprensión requiere la interpretación de cada uno de sus elementos por separado (cada punto o elemento del gráfico, etiqueta de la escala), así como del gráfico en su conjunto. Por ello, esta interpretación requiere conocimientos

para construirlo o interpretarlo, sobre los componentes que conforman el gráfico estadístico y sobre el tema o variables representados.

Bertin (1967) desarrolló una teoría semiótica sobre el proceso de lectura de un gráfico, que según resume Arteaga (2011) implica realizar, de manera sucesiva, las siguientes tareas:

- *Identificación externa*: se identifican los elementos conceptuales y de la vida cotidiana que están presentes en el gráfico, que se extraen mediante el análisis de los rótulos alfanuméricos del gráfico (título y etiquetas). De este modo se toma información sobre cuáles son las variables representadas en el gráfico y la procedencia de los datos.
- *Identificación interna*: se valora la variabilidad del gráfico, estableciendo una relación entre las dimensiones visuales (escalas del gráfico) y el rango de variación y magnitud de las variables representadas. Así se interpreta el rango de cada variable y las unidades de medida.
- *Percepción de la correspondencia*: de los elementos del gráfico con lo representado. Para obtener conclusiones sobre cada variable y su relación con la realidad. De este modo se llega a percibir la distribución o distribuciones representadas como un todo y a captar su significado.

La correcta lectura y construcción del gráfico requiere un conocimiento sobre sus elementos. Curcio (1987), indica que un gráfico estadístico está constituido por los siguientes:

- *Palabras o expresiones*: que aparecen en el título, y las etiquetas en ejes y escalas. Entregan información clave para comprender el contexto del gráfico, las variables y relaciones que se desean representar en el gráfico estadístico.
- *Contenido matemático*: Se refiere a los contenidos subyacentes; por ejemplo los conjuntos numéricos utilizados, área en un gráfico de sectores, longitud en un gráfico de líneas, sistemas de coordenadas cartesianas en un diagrama de dispersión, etc.
- *Convenios específicos*: que dependen de cada tipo de gráfico y que son necesarios para la construcción o para realizar una lectura correcta. Por ejemplo, en el gráfico de sectores, la frecuencia es proporcional a la amplitud del sector circular.

Más tarde Friel, Curcio y Bright (2001), partiendo de los autores anteriores, identifican los siguientes elementos de los gráficos estadísticos:

- *Título y etiquetas*: se refiere al contenido contextual del gráfico y muestra las variables que se han representado.
- *Marco del gráfico*: hace referencia a los ejes, escalas y marcas de referencia en cada eje; entrega información sobre las magnitudes usadas en el gráfico.
- *Especificadores*: son los elementos que se utilizan para representar los datos. Por ejemplo, los puntos en el diagrama de puntos y de dispersión; los rectángulos en el diagrama de barras e histograma; área en los círculos y pictogramas; entre otros.
- *Fondo*: se refiere a los colores, cuadrículas e imágenes sobre las que se representa el gráfico estadístico.

En este mismo sentido, Wu (2004) indica que existen cuatro componentes para la comprensión de los gráficos estadísticos:

- *Lectura gráfica*: relacionando la representación visual con los datos que se obtienen del gráfico. Por ejemplo, obtener algún valor máximo o mínimo.
- *Construcción gráfica*: relacionado a la construcción de gráficos estadísticos de manera correcta.
- *Interpretación gráfica*: relacionado con la traducción del gráfico de acuerdo a la situación que representa.
- *Evaluación de gráficos estadísticos*: relacionada a la exactitud de la información representada y la efectividad del gráfico estadístico para un cierto fin.

### **2.2.2. NIVELES DE LECTURA**

La lectura de gráficos estadísticos ha preocupado como tema de investigación a varios autores, pues forma parte de la comprensión de estos; motivo por el cual, a continuación, exponemos los niveles de lectura definidos por algunos autores, algunos de los cuáles tendremos en cuenta en nuestro estudio de los libros texto.

Bertin (1967) identifica tres niveles de lectura para los gráficos estadísticos y los explica de la siguiente forma:

- *Extracción de datos*: consiste en establecer una relación directa entre dos elementos que intervienen en un gráfico. Por ejemplo, en un gráfico de barras, relacionar un

elemento del eje  $X$  con otro del eje  $Y$  (determinar la frecuencia asociada al valor de una variable o viceversa).

- *Extracción de tendencias*: supone establecer relaciones entre dos o más conjuntos de datos representados en el gráfico. Por ejemplo, encontrar el intervalo modal en un histograma; dicho intervalo se obtiene al comparar la frecuencia de cada intervalo representado en el gráfico.
- *Análisis de la estructura de los datos*: consiste en la comparación de tendencias, sobre las cuales se efectúan predicciones. Por ejemplo, cuando se representan dos distribuciones en un mismo gráfico y se analizan las medias y modas.

La clasificación anterior fue retomada por Curcio (1989), quien los denominó en forma diferente:

- *Leer los datos*: lectura literal de la información representada en el gráfico, es decir, no se realiza una interpretación de la información contenida en el gráfico estadístico ni cálculos. Por ejemplo, determinar la frecuencia para un determinado valor de una variable.
- *Leer dentro de los datos*: es una lectura de una información basada en los datos proporcionados en el gráfico, pero que no se presentan explícitamente; para obtenerla se deben realizar cálculos o buscar relaciones en base a los datos entregados (requiere la comparación de datos o la realización de operaciones con los datos). Por ejemplo, determinar la media aritmética con la información entregada en un gráfico de barra.
- *Leer más allá de los datos*: se refiere a la realización de inferencias con la información que se presenta en el gráfico y que va más allá de realizar cálculos y/o comparaciones. Consiste en predecir tendencias o valores, de acuerdo al contexto representando, considerando la información que se puede observar. Por ejemplo, estimar qué sucederá con los valores de una distribución con el paso del tiempo (que no están registrados).

Friel, Curcio y Bright (2001) agregan a esta clasificación el nivel *leer detrás de los datos*, que consiste en valorar críticamente los datos; la forma en que fueron obtenidos y la posibilidad de extender las conclusiones; por lo que se requiere un conocimiento del contexto. Por ejemplo, preguntarse si la elección de una muestra ha

sido la adecuada; o si se pueden considerar otras variables en el estudio.

Estos niveles son resumidos y ejemplificados en el punto 3.4 de éste informe, por tratarse de una de las variables estudiadas en el análisis de los libros de texto.

### **2.2.3. NIVELES DE COMPLEJIDAD SEMIÓTICA**

Para Arteaga (2008) y Batanero, Arteaga y Ruiz (2010) la construcción de gráficos estadísticos es también una actividad semiótica, que puede ser más o menos compleja, según se ponen en juego diferentes objetos matemáticos. A continuación describimos los niveles de complejidad semiótica definidos, por estos autores, para el trabajo con gráficos estadísticos.

- *N1. Representación de datos individuales:* se refiere a la representación de datos aislados (puede ser un dato o una porción de ellos), sin realizar una representación conjunta de todos ellos. Por lo que en estos gráficos no se utilizan los conceptos de variable ni distribución y no se realiza un análisis global de la información. Por ejemplo, si un estudiante grafica su propia edad, sin incluir la de sus compañeros.
- *N2. Representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución:* se refiere a la representación de cada dato de la distribución en un gráfico estadístico, sin que estos sean agrupados; no se manejan las ideas frecuencia ni de distribución de frecuencias. Por ejemplo, si se tienen 20 edades de alumnos de un curso y en el gráfico se representada cada una de estas edades, sin cálculo de frecuencias. Ya se usa la idea de variable, pero el orden de representación de los datos es arbitrario; no se sigue el orden numérico.
- *N3. Representación de una distribución de datos:* se refiere a la representación de una distribución de manera agrupada y con cálculo de frecuencias; los datos se presentan de manera ordenada, la que es dada por los ejes del gráfico (si se usan). Por ejemplo, cuando los estudiantes agrupan las edades de un curso, calculando las frecuencias y las represente en un gráfico colocando las edades en orden (eje *X*). El orden de representación de los datos es el orden numérico.
- *N4. Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico:* se refiere a la representación de dos o más distribuciones de frecuencias en el mismo gráfico estadístico. Por ejemplo, representar en un gráfico estadístico las edades de dos cursos del mismo nivel (calculando las respectivas frecuencias).

En el punto 3.5 del siguiente capítulo se explican y ejemplifican estos niveles según las actividades encontradas, en el análisis de los libros de textos, ya que se trata de una de las variables consideradas en la investigación.

#### **2.2.4. ERRORES DE CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS**

Arteaga, Batanero y Contreras (2011) señalan la existencia de investigaciones donde queda en evidencia las dificultades en la construcción de gráficos estadísticos, producto de la elección del tipo de gráfico, por la escala, título, etc. Los autores analizan algunas de las investigaciones que abordan esta temática: entre otros Li y Shen (1992) y Wu (2004), que ahora resumimos a partir de su análisis.

Para la construcción de un gráfico estadístico se debe considerar, en primera instancia, el tipo de gráfico que se debe utilizar, pues no todos los gráficos son adecuados según la naturaleza de los datos (cualitativos o cuantitativos). Con frecuencia los estudiantes cometen errores en esta elección, como se observa en el trabajo de Li y Shen (1992) donde los estudiantes utilizan polígonos de frecuencias para variables cualitativas y, en otras ocasiones, representan variables no relacionadas en un mismo gráfico.

Luego de la elección del tipo de gráfico es importante la elección de una escala que permita representar la información de una manera óptima, sin inducir a errores o producir ambigüedades. En este sentido, Li y Shen (1992), encontraron que sus estudiantes cometían los siguientes tipos de errores:

- Elegir una escala inadecuada para el objetivo pretendido, es decir, que el gráfico no permita abarcar toda la variación de la variable que se desea representar o que la escala sea muy amplia cuando la variación de la variable no lo es.
- Omitir las escalas en alguno de los ejes.
- No señalar el origen de coordenadas del gráfico estadístico.
- No entregar las divisiones suficientes en las escalas de los ejes ( $X$  e  $Y$ ), dificultando la lectura y la interpretación del gráfico estadístico.

Errores similares fueron encontrados en estudiantes de secundaria (13- 15 años) por Wu (2004), así como dificultades al interpretar distintos gráficos estadísticos. Además de los errores ya indicados, en este estudio se encontraron errores de cálculo, errores en títulos, etiquetas o especificadores, falta de proporcionalidad en los elementos

del gráfico.

Por su parte Bruno y Espinel (2005) encuentran también dificultades en profesores en formación al trabajar con histogramas y polígonos de frecuencia. Entre estos errores se destacan:

- Usar barras no adosadas en los histogramas, como si se tratara de un gráfico de barras.
- No colocar etiquetas, lo que dificulta la lectura e interpretación de la información representada.
- Omitir intervalos de frecuencia nula.
- No unir las marcas de clase en los polígonos de frecuencia.
- Omitir en la unión los intervalos de frecuencia nula.

Arteaga (2011) describe los errores que cometen futuros profesores de primaria en la realización de gráficos estadísticos en el desarrollo de un proyecto. Clasifica los gráficos en los tres siguientes grupos:

- *Gráfico básicamente correcto*: son los gráficos contruidos que muestran información correcta (título, ejes, sistema de coordenadas elegidas, escalas y etiquetas), donde se puede leer la variable representada. Esta categoría se subdivide en: gráfico correcto; gráfico que es básicamente correcto, pero no estándar; gráficos con líneas innecesarias o bien con líneas curvas que dificultan su lectura.
- *Gráfico correcto con errores en escala (gráficos parcialmente correctos)*: son los gráficos que contienen algún tipo de error en título, ejes, sistema de coordenadas elegidas, escalas o etiquetas. Se subdivide en las siguientes categorías: escalas no proporcionales; representación errónea de números naturales en la recta real; rótulos confusos, valores en las escalas erróneos o falta escala; barras no centradas; representación incorrecta de intervalos de valores de la variable en el eje  $X$ ; escala no apropiada.
- *Gráfico incorrecto*: corresponde a gráficos estadísticos contruidos que no concuerdan con el tipo de variable representada o que representan variables que no están relacionadas entre sí. Esta categoría se subdivide en: altura de la barra o del punto errada, o ángulo no proporcional a la frecuencia; intercambia frecuencia y valor de la variable; representa valor de la variable junto con su frecuencia en dos barras adosadas; representan el valor de la variable multiplicado por su frecuencia;



gráfico no apropiado al tipo de variable representada; variables no relacionadas en el mismo gráfico; representación de distintos promedios y estadísticos de dispersión en un mismo gráfico.

El autor compara los errores de los participantes que utilizan o no el ordenador, viendo que el porcentaje de errores es mayor en el primer caso. Concluye que el ordenador no contribuye a superar los errores en la construcción de gráficos estadísticos. Cita a Ben-Zvi y Friedlander (1997) quienes indican que los estudiantes hacen un *uso acrítico* de los ordenadores cuando construyen un gráfico estadístico y aceptan las opciones entregadas por defecto por el software que se está utilizando, aunque no sea la adecuada.

### **2.3. INVESTIGACIONES SOBRE ANÁLISIS DE LIBROS DE TEXTO**

Debido a que nuestro trabajo se centra en el análisis de libros de texto, incluimos un breve resumen de algunas investigaciones que señalan su importancia.

#### **2.3.1. IMPORTANCIA DEL LIBRO DE TEXTO**

Fernández y Sarramona (1984) entienden el libro de texto como *“todo libro planeado sistemáticamente para el aprendizaje de los contenidos de una determinada materia, a un cierto nivel, según la legislación o cultura vigente”* (p. 324).

Escolano (2009) menciona que el libro de texto:

Es un soporte curricular, a través del cual se vehicula el conocimiento academizado que las instituciones educativas han de transmitir. Por otra parte, es un espacio de memoria como espejo de la sociedad que lo produce, en cuanto en él se representan valores, actitudes, estereotipos e ideologías que caracterizan la mentalidad dominante de una determinada época (p. 172).

En el área de Matemática, Van Dormolen (1986) menciona que existen tres tipos de libros de texto:

- Los que contienen ejercicios y problemas.
- Los que presentan teoría, por un lado, y problemas y ejercicios, por otro.
- Los que mezclan la teoría con los ejercicios y problemas.

En este trabajo analizamos los libros de texto de editoriales de gran tradición en

Andalucía, para la educación primaria española, y que pertenecen al tercer tipo de libro de texto definido por Van Dormolen (1986).

Los libros de texto son un tema importante de investigación pues su estudio permite observar los resultados de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), esto es, los cambios que experimenta el conocimiento matemático cuando es adaptado para la enseñanza. Desde el currículo propuesto en las directrices curriculares (significado institucional pretendido) al implementado en el aula (significado institucional implementado), una fase importante es el currículo que se plasma en los libros de texto (Herbel, 2007).

Rico (1990) analizó a fondo el papel del libro de texto de matemática, indicando que es uno de los factores que pueden hacer fracasar los intentos de cambio de un currículo de matemática. También indica que la escritura de estos libros *“supone un gran esfuerzo de síntesis, planificación, estructuración y acomodación de contenidos, por encima de la capacidad del profesor medio, se considera el paradigma del conocimiento que hay que transmitir”* (p. 22).

Rico (1990) indica que el profesor mantiene y entrega a los estudiantes el saber institucionalizado que se plasma en los libros de texto, pues es donde aparece seleccionado y estructurado adecuadamente. El autor agrega que en ocasiones el rol del profesor de matemática es ser el nexo entre el libro de texto y los estudiantes, colocando demasiado énfasis en que el estudiante se adapte al libro de texto.

El uso del libro de texto entrega seguridad y continuidad en los contenidos, ya que se pueden encontrar con facilidad y, solamente, requieren su asimilación; su base científica está dada por tradición y la experiencia (Rico, 1990).

En base a una revisión de la literatura, Ortiz (2002) enumera los siguientes puntos que justifican la importancia del análisis de libros de texto: son una fuente de datos y actividades para el aula; resultan de un gran esfuerzo de planificación y síntesis; es considerado un segundo nivel de transposición didáctica, después de las directrices curriculares y programas oficiales de estudio. Además, señala que el rol del profesor consiste en vigilar epistémicamente los contenidos que figuran en los libros de texto, con el fin de identificar la aparición de algún significado sesgado y evitar la transmisión a los estudiantes.

Cordero y Flores (2007) indican que el discurso matemático escolar es determinado con frecuencia por el libro de texto, que regula las acciones de enseñanza y aprendizaje, junto con las creencias de los profesores. Reys, Reys y Chavez (2004)

sugieren que los libros de texto presentan las ideas matemáticas en diferentes contextos, lo que permite apreciar las aplicaciones de la matemática, a la vez que permiten a los estudiantes explorar diferentes ideas y facilitan el aprendizaje.

Ferreira y Mayorga (2010) indican que el libro de texto es un material bibliográfico que apoya al estudiante en su proceso de aprendizaje y es una guía para el profesor en su proceso de enseñanza. Es un elemento de gran importancia dentro del sistema educativo porque presenta de forma clara, sencilla y amigable diferentes contenidos y permite desarrollar actitudes y habilidades.

Para Fernández y Mejía (2010) el libro de texto puede ser fundamental en el proceso de estudio y construcción de conocimiento de contenidos matemáticos, ya que organiza los contenidos a trabajar, presenta actividades y sugerencias pedagógicas que pueden ser útiles para la comprensión de los tópicos trabajados. En consecuencia, el análisis de los libros de texto es útil para identificar el currículo de matemática que se desarrolla en las aulas. Sobre el análisis de libros de texto estos autores señalan que no es una tarea exclusiva de las editoriales, sino también para el profesor de aula por ser quien, con la ayuda del libro de texto, puede diseñar sus situaciones de aula.

En resumen, los libros de texto son un recurso didáctico de utilidad para las diferentes áreas de aprendizaje, un apoyo en la preparación de las clases para los profesores; es una herramienta donde se plasman los objetivos y contenidos definidos en las directrices curriculares.

### **2.3.2. ALGUNAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

Rodríguez (2006) entrega un estado de las investigaciones sobre libros de textos, tomando como referencia las bases de datos ERIC, DIALOG, ISOC; base de datos de la Universidad de Harvard; publicación en congresos y coloquios; entre otras. Dentro de las líneas de investigaciones se destacan:

Análisis del uso y rol de los materiales curriculares; motivos que determinan que los profesores seleccionen unos u otros materiales; ideología que aparece presente en los recursos; los aspectos formales en los materiales; el modo en que los procesos de Reforma Educativa repercuten en las características de los materiales; legibilidad de los textos; estudios relacionados con las diferentes áreas del currículum, entre otros (Rodríguez, 2006, p. 185)

A continuación resumimos algunas de estas líneas de investigación.

Los *estudios sobre el uso y rol de los materiales didácticos* buscan determinar hasta qué punto los libros de texto condicionan el proceso de enseñanza y aprendizaje, y

el uso realizado en las aulas. Entre los resultados de esta línea de investigación se encuentra una clara dependencia de los profesores en los libros de texto justificado por la experiencia, el tiempo dedicado a la enseñanza, la autoridad del libro de texto, etc.

La *evaluación de textos escolares* tiene como objetivo entregar herramientas a los profesores para realizar una elección adecuada de los libros de textos. Como resultados de esta línea de investigación “*nos encontramos con una diversidad de guías y modelos de evaluación*” (Rodríguez, 2006, p. 189).

En investigaciones *sobre los materiales curriculares en las reformas educativas* se analizan los libros de texto que se desarrollan en función de las reformas educativas (directrices curriculares). Algunos resultados, en esta línea de investigación, sugieren que las editoriales no producen cambios importantes en los nuevos libros de texto (Rodríguez, 2006).

El *estudio especializado en diferentes áreas* (por ejemplo, Matemática) busca analizar cómo aparece conceptualizado o representado el currículum del área en los libros de texto. Como resultado de las investigaciones analizadas se muestra un déficit sobre los contenidos que se deben incluir en los libros de texto y, en su mayoría, se demanda el desarrollo de estudios sobre este tema. En esta línea podemos situar algunas investigaciones que en nuestro grupo de investigación han evaluado el contenido matemático de los libros de texto (por ejemplo, Navarro- Pelayo y Batanero, 1991; Ortiz, 2002, Cobo y Batanero, 2004)

Respecto al método utilizado Zapico (2006) indica que la investigación en análisis de textos se encuentra entre la disyuntiva entre el análisis de contenido y el análisis del discurso. El análisis de contenido, que es el utilizado en nuestro trabajo, se describe con mayor detalle en el Capítulo 3.

El análisis del discurso, es entendido como una interacción social entre los autores y los usuarios de los libros de texto (alumnos y/o profesores) e intenta comunicar determinabas creencias (Zapico, 2006). Estudia la conversación y el texto en su contexto. Tiene una perspectiva crítica de análisis y se entiende que el lector “*es un sujeto activo en la construcción del sentido del texto, que establece una interacción comunicativa con su autor*” (Zapico, 2006, p. 152). Finalmente, esta autora menciona que este método usado para el análisis de libros de texto debe diferenciar entre análisis del contexto (participantes, tiempo y lugar donde se desarrolla el discurso) y el análisis del texto (estructuras de tema, contenidos, nivel léxico, nivel de especificidad, etc.).

### 2.3.3. DIMENSIONES DE ANÁLISIS

Para Escudero (1983), la investigación sobre los libros de texto tiene tres posibles líneas o dimensiones: semántica (contenido), estructural-sintáctica (forma de organización y sistema de símbolos) y pragmática (uso, propósitos, etc.). Nuestro trabajo se sitúa en la primera de dichas líneas.

Para Sevillano (1995), el análisis de los libros de texto debe considerarse como un instrumento didáctico al servicio de la enseñanza, siguiendo objetivos claramente establecidos. Esta autora plantea las siguientes variables que se pueden analizar para valorar un libro de texto.

- *Objetivos (del libro de texto)*: si se presentan con claridad los contenidos, motivan al estudiante, facilitan el aprendizaje, potencian la comprensión de procesos, evalúan el conocimiento, desarrollan la creatividad, incentivan la comunicación y debate, etc.
- *Contenidos*: Si se presentan contenidos actualizados, correctos desde el punto de vista disciplinario, secciones proporcionales entre sus partes (evitando párrafos extensos), se usa un lenguaje simple y claro, son presentados de manera progresiva.
- *Estilo*: Se debe tender a la sencillez y la claridad, sin abandonar el rigor de la disciplina, con una comunicación cercana.
- *Estructura*: debe existir una división y subdivisión ordenada de los contenidos considerando: título, ideas clave, usando diferentes tamaños y colores de letras para resaltar determinados conceptos. Es importante presentar una introducción en cada apartado, incluir referencias utilizadas y, en lo posible, un resumen de lo que se ha presentado.
- *Ilustraciones*: son importantes para aclarar ideas y hacer atractivo el libro de texto. La cantidad, tamaño y color dependen de la información que entreguen.
- *Actividades*: su presencia debe estar relacionada con el desarrollo de los contenidos trabajados, las que deben ser de diferente naturaleza (individuales, grupales, de aplicación, investigación, etc.).
- *Adecuación al alumno que aprende*: se refiere a considerar las características de los estudiantes (conocimientos, intereses, motivaciones). La adecuación se debe reflejar en la claridad en que son presentados los contenidos, precisión de los términos y conceptos utilizados, grado de dificultad, rigurosidad, tipo de trabajos intelectuales, etc.

- *Materiales adicionales*: relacionado con el uso de materiales complementarios (por ejemplo, uso de tecnologías de la información y la comunicación).
- *Impresión del libro de texto*: debe ser atractiva, de calidad y clara.

Nuestro estudio analiza el contenido y las actividades relacionadas con el gráfico estadístico.

## **2.4. OTRAS INVESTIGACIONES SOBRE ANÁLISIS DE GRÁFICOS**

En este apartado hacemos un resumen de tres investigaciones que se han derivado de Arteaga (2008, 2011): una tesis de licenciatura (Méndez y Ortiz, 2012), un artículo de investigación (Quintero, Bohórquez y Méndez, 2013) y un Trabajo de Fin de Máster (Castellanos, 2013).

Méndez y Ortiz (2012) realizan un análisis de las tesis de la carrera Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, México. El objetivo de este estudio fue:

Conocer el tipo de producción de los gráficos y tablas estadísticas de los egresados de la Licenciatura en Psicología Educativa, unidad Ajusco, para representar sus datos estadísticos, así como el nivel de lectura que hacen de los mismos, cuando elaboran sus trabajos de tesis para obtener el grado que fueron concluidas en el periodo 2005 a octubre de 2011 (Méndez y Ortiz, 2012, p. 47).

Para el desarrollo del estudio se analizaron 58 tesis, de la carrera antes mencionada, que presentaban tablas o gráficos estadísticos. Dentro de los hallazgos se mencionan: (1) los estudiantes producen, mayoritariamente, gráficos con un nivel semiótico 3, “representación de una distribución de datos” y realizan una lectura de “leer dentro de los datos”; (2) los autores de las tesis poseen una alfabetización gráfica elemental (lectura de gráficos y tablas); (3) producen, en su mayoría, gráficos de barra y de sectores para representar los datos, fundamentado por su facilidad de lectura y comprensión; (4) existen dificultades —aunque son mínimas— en la comprensión del significado semiótico de los gráficos estadísticos y la clasificación de variables.

Esta última conclusión fue observada al trabajar con histogramas y debe ser analizada y evaluada con mucha cautela, ya que los autores indican que no es posible evaluar la capacidad real que tiene el egresado de Psicología Educativa en la elección de un cierto gráfico, porque el estudio se realizó de manera colaborativa entre el (o los) estudiante (s) y el profesor tutor. En la construcción de gráficos se observan dificultades

en las escalas utilizadas, en el origen de los ejes, gráficos sin ejes, uso de títulos y etiquetas que no contextualizan la investigación. Los autores justifican estos errores por el hecho que el 100% de las tesis analizadas han usado opciones que les entrega Excel o algún programa estadístico, sin criticarlas.

Quintero, Bohórquez y Méndez (2013) presentan los resultados de la implementación de una propuesta de aula, en una práctica realizada por estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Colombia) y desarrollada con niños entre 6 y 8 años de edad de un colegio colombiano. La propuesta de aula tuvo como objetivo “*promover en los estudiantes la organización de información en tablas de frecuencia y pictogramas e interpretar la información contenida en ellas*” (Quintero, Bohórquez y Méndez, 2013, p. 433).

Las sesiones se realizaron una vez por semana, durante 105 minutos por sesión, por 8 semanas. Una de las actividades propuesta es un álbum con 20 imágenes sobre animales, donde los niños deben realizar clasificaciones sobre: alimentación, lugares de desplazamiento, forma de reproducción, cantidad de patas, estructura ósea y el lugar donde habitan. De acuerdo a esta información se deben construir tablas de frecuencia y representaciones gráficas (pictograma). Los autores indican que este tipo de actividades contribuye a la reflexión sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, y que se debe centrar en presentar actividades con sentido. También indican que la propuesta pone en evidencia la transversalidad de los temas que se abordan, en este caso se puede trabajar matemática con temas de ciencias naturales.

Castellanos (2013) —en su Trabajo de Fin de Máster— realiza un análisis de la Prueba SABER, evaluación externa de la calidad educativa en Colombia, para estudiantes de 5º año de primaria en el área de matemática. El objetivo de este estudio fue “*analizar los gráficos y tablas estadísticas del componente aleatorio de la prueba SABER para el área de matemáticas durante los años 2003-2009*” (Castellanos, 2013, p. 7). La autora analiza la estructura de la prueba y las variables tenidas en cuenta los grupos de competencias y contenidos matemáticos, donde el 20% se dedica al componente aleatorio. Analiza los ítems contenidos en tres años de aplicación de las pruebas, en total 45 ítems.

En esta investigación se destaca la caracterización del currículo colombiano sobre estadística, trabajado bajo en bloque pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. La importancia que se da a la recolección y el análisis de datos, y desarrollando habilidades

de alfabetización y el pensamiento estadístico. Respecto al análisis de los ítems, la autora considera: (1) el tipo de representación, que puede ser tabla o gráfico de diverso tipo; (2) la competencia matemática evaluada; (3) el nivel de lectura; (4) el nivel de complejidad semiótica del gráfico; y (5) la actividad solicitada respecto al gráfico. Nosotros tendremos en cuenta todas estas variables, excepto la competencia evaluada.

Entre los resultados, se indica que la competencia matemática de mayor presencia es la comunicación, con un porcentaje superior al 50%, donde los estudiantes deben observar, interpretar y evaluar la información estadística basada en gráficos y tablas.

La mayoría de las representaciones de las pruebas son gráficos de barras (48%), ya sean horizontales, verticales o barras adosadas, con muy poca proporción (menos del 5%) de los otros gráficos. El mayor porcentaje respecto al nivel de lectura (73%) es el segundo, “leer dentro los datos” (Curcio, 1989); que implica realizar comparaciones y cálculos con los datos del gráfico. Los gráficos y tablas presentan un predominio del nivel 3 de *complejidad semiótica* (Arteaga, 2011) que alcanza al 55,6%. Finalmente, respecto a la actividad solicitada, los ítems de las pruebas generalmente incluyen más de una, siendo la más frecuente la lectura del gráfico (75,6%), seguido del cálculo (46%) y las comparaciones de datos (42,2%).

## **2.5. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO**

En el transcurso de este capítulo hemos analizado investigaciones realizadas en torno a los gráficos estadísticos, dejando en evidencia la complejidad y posible dificultad para leer y comprender correctamente los gráficos estadísticos que se presentan en diferentes instancias de la vida. Igualmente, mostramos que la capacidad de construir un gráfico, no es sencilla para estudiantes ni para profesores, quienes cometen diferentes errores.

Lo anterior está condicionado por la comprensión, dominio y utilidad de los elementos que componen un gráfico estadístico, y la manera de representar de una forma óptima la información deseada. De la misma forma, se muestra una evolución en las investigaciones sobre gráficos estadísticos, desde las centradas en alumnos a las centradas en profesores o análisis de textos y de pruebas de evaluación, en los últimos años. De las investigaciones previas hemos elegido también las variables que utilizaremos en nuestro análisis y que nos permitirán comparar nuestros resultados con los de otros trabajos previos.



Sobre los libros de texto, las investigaciones reseñadas denotan su relevancia y tradición en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, así como su importancia como un recurso didáctico que plasma la matemática escolar que se debe enseñar, según las directrices curriculares. También indica que se utiliza para guiar los contenidos que se trabajan en las aulas, ayuda en la organización de las clases. Esta importancia e influencia ha provocado que el análisis de los libros de texto se convierta en una línea de investigación en Didáctica de la Matemática y justifica el interés de nuestro trabajo.

## **CAPÍTULO 3: GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

### **3.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo presentamos la parte empírica del estudio, que, como hemos indicado, trata de analizar la presentación de los gráficos estadísticos en algunos libros de texto españoles para la Educación Primaria, para comparar con las directrices curriculares sobre el tema. Adicionalmente, los resultados del estudio pueden proporcionar criterios de mejora de estos textos y de su uso por parte del profesor.

Comenzaremos definiendo la metodología que ha guiado el desarrollo de la investigación. Para ello hemos descrito la elección de la muestra; presentamos el método de análisis que se usó en la investigación (análisis de contenido) y las variables analizadas.

En el tercer apartado definimos y ejemplificamos los tipos de gráficos estadísticos (barras, líneas, líneas acumuladas, pictograma, sectores, histograma, puntos, dispersión, pirámide, etc.) que se identificaron en los libros de textos analizados. En el cuarto definimos los niveles de lectura del gráfico estadístico (Curcio, 1989; Friel, Curcio y Bright, 2001) requerido, según la pregunta que se realiza al niño o la interpretación que se requiere de él o ella.

A continuación presentamos los niveles de complejidad semiótica de los gráficos estadísticos definidos por Arteaga y colaboradores (Arteaga, 2008; Batanero, Arteaga y Ruiz, 2010) cada uno de los cuales requiere un mayor número de objetos matemáticos a utilizar por el niño en su interpretación. En el sexto apartado se considera el tipo de actividad que se plantea respecto al gráfico. Todas estas variables son comparadas por editorial y nivel educativo en los anteriores apartados y finalmente se incluyen las conclusiones obtenidas del análisis.

### **3.2. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS**

En esta investigación seguimos una metodología de tipo cualitativa, que “*se orienta a analizar casos concretos en su particularidad temporal y local, y a partir de las expresiones y actividades de las personas en sus contextos locales*” (Flick, 2007, p. 27). Pérez (1994) la define como “*un proceso activo, sistemático y riguroso de indagación dirigida, en el cual se toman decisiones sobre lo investigable en tanto se*

*está en el campo de estudio”* (p.46). Para Hernández, Fernández y Baptista (2006) este tipo de metodología “*se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por lo cual el análisis no es estadístico*” (p. 8). Para Sandín (2003) es:

Una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos (p.123).

El nivel de estudio es exploratorio, el que se utiliza para:

Familiarizarnos con fenómenos relativamente desconocidos, obtener información sobre la posibilidad de llevar a cabo una investigación más completa respecto de un contexto particular, investigar nuevos problemas, identificar conceptos o variables promisorias, establecer prioridades para investigaciones futuras, o sugerir afirmaciones y postulados (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 101).

En este mismo sentido Escorcía (2010) señala que los estudios exploratorios permiten el acercamiento:

A un tema que ha sido poco examinado y reconocido, sobre el cual no es posible formular hipótesis, o nos conduce a obtener conocimiento de un nuevo fenómeno del cual no hay todavía una descripción o registro sistemático (p.14).

### **3.2.1. MUESTRA DE TEXTOS ANALIZADOS**

Puesto que se trata de un estudio cualitativo y exploratorio hemos preferido elegir una muestra de tamaño moderada para posibilitar una mayor profundidad en el análisis. Por ello se han analizado tres series completas de libros de texto publicadas en los años próximos a la publicación del Decreto de Enseñanzas Mínimas (MEC, 2006), donde se introducen por primera vez los gráficos en el currículo de educación primaria en España. Se han elegido porque en todas ellas aparecen los gráficos estadísticos, en la mayoría de los cursos, y son tres editoriales de gran tradición y difusión en Andalucía. Como cada una tiene uno o dos proyectos vigentes, dependiendo del ciclo; nuestra muestra está constituida por los siguientes libros de texto:

- *Serie I: Editorial SM:*

Ferrandíz, B., Monzó, A. Santaolalla, E. (2008), *Matemáticas, 1 Primaria*. Proyecto Trampolín.

Ferrandíz, B., Monzó, A., Fernández, B. y Santaolalla, E. (2008). *Matemáticas, 2*

*Primaria. Proyecto Trampolín.*

Peña, M., Aranzubía, V. y Santaolalla, E. (2008). *Matemáticas 3º*. Proyecto Tirolina, reedición 2011.

Peña, M., Aranzubía, V. y Santaolalla, E. (2008). *Matemáticas 4º*. Proyecto Tirolina, reedición 2011.

Aranzubía, V. Santaolalla, E., Gómez, M. y Pérez, E. (2008), *Matemáticas 5º*. Proyecto Planeta Amigo.

Aranzubía, V., Santaolalla, E., Roldán, J. y Pérez, E. (2008). *Matemáticas 6º*. Proyecto Planeta Amigo.

- Serie 2: Editorial Anaya:

Ferrero, L., Jiménez, C., y Martín, G. (2007). *Matemáticas 1. Salta a la vista*.

Ferrero, L., Jiménez, C., y Martín, G. (2007). *Matemáticas 2. Salta a la vista*.

Ferrero, L., Gaztelu, I., Martín, P. y Martínez, L. (2001). *Matemáticas 3*. Proyecto Sol y Luna, reedición 2004.

Ferrero, L., Gaztelu, I., Martín, P. y Martínez, L. (2001). *Matemáticas 4*. Serie Sol y Luna, reedición 2004.

Ferrero, L., Gaztelu, I., Martín, P. y Martínez, L. (2001). *Matemáticas 5*. Serie Sol y Luna. Reedición 2004

Ferrero, L., Gaztelu, I., Martín, P. y Martínez, L. (2001). *Matemáticas 6*. Serie Sol y Luna, reedición 2004.

- Serie 3: Editorial Santillana

Garín, M., Rodríguez, M. (2004). *Matemáticas 1*. Un paso más, reedición 2006.

García, P. y Garín, M. (2004). *Matemáticas 2*. Un paso más, reedición 2006.

Almodóvar, J.A., García, F. Garín, M, Gómez, R., Rodríguez, M. y Uriondo, J. L. (2005). *Matemáticas 3*. Un paso más, reedición 2006.

Almodóvar, J.A., García, F. Garín, M, Gómez, R., Rodríguez, M. y Uriondo, J. L (2005). *Matemáticas 4*. Un paso más

Almodóvar, J.A., García, F. Hernández, J. Moreno, R, Rodríguez, M. y Serrano, E. (2006). *Matemáticas 5*. Un paso más

Almodóvar, J.A., García, F. Hernández, J. Moreno, R, Rodríguez, M. y Serrano, E. (2006). *Matemáticas 1*. Un paso más

Los textos analizados se eligieron mediante un muestreo no probabilístico intencional (muestreo dirigido), basado en una selección controlada y con características especificadas definidas previamente (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

### Actividades analizadas

Cada uno de estos libros se revisó con detalle, para seleccionar los ejemplos, ejercicios, tareas o párrafos en que se incluyera al menos un gráfico estadístico. Denominaremos “actividades” a todas ellas y serán la primera unidad del análisis de contenido. En la Tabla 3.2.1 indicamos el número de actividades analizadas en cada una de las editoriales, encontrando una presencia semejante de los gráficos en todas ellas.

Tabla 3.2.1. *Frecuencia y porcentaje de actividades analizadas por editorial*

Editorial	Frecuencia	Porcentaje
SM	74	34,4
Anaya	77	35,8
Santillana	64	29,8
Total	215	100

En la Tabla 3.2.2 presentamos la distribución de las actividades en las diferentes editoriales por curso escolar. Globalmente (en el conjunto de las tres editoriales) observamos que la mayor proporción de actividades referidas a los gráficos estadísticos se da en el quinto curso, seguido por el sexto y el tercero, aunque en todos los cursos aparecen algunas. Ello nos indica que se sigue, aunque sea con presencia pequeña, la sugerencia curricular de introducir el trabajo con datos y gráficos desde el primer curso.

Observamos también alguna diferencia entre editoriales, pues la tercera (Santillana), tiene algo mayor proporción de gráficos estadísticos en los dos primeros cursos y la distribución en el resto de cursos es más homogénea que en las otras. Por su parte la primera tiene prácticamente concentrado el tema en los cursos quinto y tercero.

Tabla 3.2.2. *Frecuencia y porcentaje de actividades analizadas por nivel escolar y editorial*

Nivel	SM		Anaya		Santillana		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
1	2	2,7	5	6,5	5	7,8	12	5,6
2	3	4,1	3	3,9	8	12,5	14	6,5
3	20	27	12	15,6	11	17,2	43	20
4	3	4,1	16	20,8	13	20,3	32	14,9
5	39	52,7	12	15,6	13	20,3	64	29,8
6	7	9,5	29	37,7	14	21,9	50	23,3
Total	74	100	77	100	64	100	215	100

### 3.2.2. MÉTODO Y VARIABLES DE ANÁLISIS

El análisis de contenido permite utilizar técnicas cualitativas y cuantitativas que se complementan y enriquecen mutuamente durante el desarrollo de la investigación (Zapico, 2006). Las etapas del análisis de contenido son descritos en Castiello (2002) y se resumen en los siguientes puntos:

- Ubicar y seleccionar las partes de las unidades de muestreo que contengan información (datos) sobre el fenómeno que es de interés estudio.
- Transformar tales datos *en unidades de registro*, es decir, porciones mínimas de contenidos que se deben separar porque aparecen palabras, frases o temas que consideran significativos.
- Definir un *sistema de categorías de registro* que se base en un proceso de codificación, es decir, transformar datos brutos en categorías. Es recomendable que el sistema de categorías sea abierto y flexible, es decir, que permita ingresar o modificar categorías establecidas inicialmente.
- Realizar la codificación del conjunto de libros de textos estudiados, realizando lecturas detalladas de cada material, interpretando los datos obtenidos, dando sentido al análisis, buscando vínculos entre las categorías y contrastar con teorías relacionadas con los datos y el contacto.

El análisis de contenido investiga sobre la naturaleza del discurso, que se utiliza para el estudio sistemático de documentos escritos, notas de campo, entrevistas registradas, diarios, etc. (Zapico, 2006). En este tipo de análisis pretende estudiar con objetividad el contenido de un texto, determinando aspectos subyacentes que no se aprecian en un análisis superficial. Selecciona en el texto partes (en nuestro caso lo que hemos denominado tareas) y sobre ellas define variables y categorías que son examinadas en forma sistemática.

La primera unidad de análisis fueron las tareas descritas en el apartado anterior, en todas las cuáles intervienen gráficos estadísticos. En ellas se definieron las variables a priori, partiendo de otras que han sido utilizadas en investigaciones previas o que pensábamos son relevantes en el estudio. Las categorías se han determinado a posteriori, mediante el análisis de los textos y un proceso de depuración progresiva.

## **Variables utilizadas**

En primer lugar definimos dos variables independientes, que se cruzarán con todas las dependientes para comparar y son las siguientes:

- *Variable 1:* Editorial, que edita el libro con tres posibles valores: a) Editorial SM; b) Editorial Anaya y c) Editorial Santillana.
- *Variable 2:* Nivel educativo al que va dirigido (curso), con niveles de 1º a 6º curso.

Además consideramos las siguientes variables dependientes:

- *Variable 3:* Tipos de gráfico. Nosotros hemos estudiado esta variable habiéndose encontrado en los textos los siguientes tipos: gráfico de barras, gráfico de líneas, gráfico de líneas acumulado, pictograma, gráfico de sectores, histograma, gráfico de puntos, gráfico de dispersión y pirámide de población.

Los documentos curriculares españoles sólo especifican algunos gráficos para este nivel educativo; mientras en el currículo chileno hay otras sugerencias. Además, autores como Watson (2006) indican que los diagramas de barras sencillos pueden introducirse desde edades tempranas, dejando para más adelante otros gráficos más complejos. También considera discutible la introducción de gráficos de sectores, debido a que su construcción requiere competencia con proporciones y ángulos. Por otro lado, en los estándares del NCTM (2000) se indica que en los grados 3 a 5 los niños han de manejar gráficos de puntos, de barras y de líneas.

- *Variable 4:* Niveles de lectura considerados por Curcio (1989) y Friel, Curcio y Bright (2001), con cuatro posibles: Nivel 1: leer los datos; Nivel 2: leer dentro de los datos; Nivel 3: leer más allá de los datos y Nivel 4: leer detrás de los datos.

Estos niveles se han descrito en los antecedentes y los hemos considerado porque suponen un grado de dificultad progresivo en las tareas propuestas. Además, como indica Arteaga (2011), en el currículo de primaria se sugiere un progreso, donde en el primer ciclo se requiere la interpretación de ciertos elementos de gráficos sencillos que estén relacionados con actividades cercanas a los niños y, hasta llegar al tercer ciclo donde han de valorar de manera crítica la información que estos presentan. Implícitamente podemos considerar que se recomienda progresar desde el nivel de lectura 1 al 3 a lo largo de la educación primaria.

- *Variable 5:* Nivel de complejidad semiótica del gráfico, entre los definidos por Arteaga (2011), considerándose los siguientes: N1. Representación de datos individuales; N2. Representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución; N3. Representación de una distribución de datos; N4. Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico.

También hemos definido en el Capítulo 2 de antecedentes y suponen, al igual que la variable anterior, un nivel de dificultad progresivo pues el niño pasa de trabajar con datos aislados, una serie de datos, una distribución y varias distribuciones.

- *Variable 6:* Actividad que se pide en la tarea, que puede ser: leer, calcular, construir, comparar, ejemplo, traducir, pasar a tabla, completar, describir variable o inventar problema. Para el mismo nivel de lectura o de complejidad, a veces, es posible pedir diferentes actividades que suponen movilizar conocimientos distintos en los estudiantes.

Una vez clasificada cada actividad, que involucre gráficos estadísticos, según las categorías recién indicadas, se codificaron los datos para realizar un análisis descriptivo simple de los mismos, con ayuda del software estadístico SPSS. La finalidad es mostrar las tendencias generales, así como las diferencias en curso y editorial.

### **3.3. TIPOS DE GRÁFICO**

En primer lugar hemos analizado los tipos de gráficos incluidos en las actividades para comparar con lo especificado en el currículo y en investigaciones previas. Las categorías que sobre esta variable se han encontrado son las siguientes:

*Gráfico de barras.* Se utiliza para representar datos cualitativos o cuantitativos discretos. En este gráfico se suelen disponer los datos en el primer cuadrante de unos ejes de coordenadas cartesianas, levantando sobre el eje de abscisas un bloque o barra para cada modalidad de la variable observada. Se representa en uno de los ejes las categorías de la variable y, para cada valor de la variable la frecuencia de aparición se representa mediante una barra (Nortes, 1991). También se puede construir con porcentajes o frecuencias relativas, en vez de absolutas. Si la variable es numérica, los valores de la variable se presentan en orden numérico y usualmente las barras se reducen a una línea situada sobre el valor de la variable.

La altura de la barra ha de ser proporcional a la frecuencia absoluta, relativa o



porcentual que se representa y el ancho de la barra es irrelevante (constante). Es posible también intercambiar el papel de los ejes, colocando valores de la variable en horizontal y valores de la frecuencia en vertical, aunque es menos frecuente. Los gráficos de barras se mencionan explícitamente en los criterios de evaluación del Decreto de Enseñanzas Mínimas para el primer ciclo encontramos: “Realizar interpretaciones elementales de los datos presentados en gráficas de barras. Formular y resolver sencillos problemas en los que intervenga la lectura de gráficos” (MEC, 2006, p. 43098).

En el currículo básico (MECD, 2014, p. 19393) aparecen citados, junto con los gráficos de líneas (llamados poligonales) y de sectores en los contenidos, sin especificar ciclo: “Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales”. Así mismo se cita en los criterios de evaluación: “Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información” y en los estándares de aprendizaje evaluables: “Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas”.

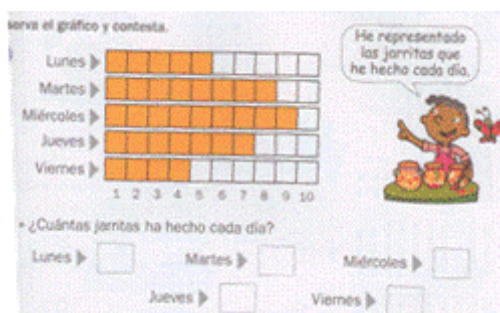


Figura 3.3.1. Ejemplo de gráfico de barras (Santillana, 1º curso, p. 107)

En los libros hemos encontrado muchos diagramas de barras, aunque en ocasiones, el gráfico de barras es rudimentario, como se muestra en el ejemplo de la Figura 3.3.1 donde se da al niño cuadros coloreados y que representan las frecuencias de la cantidad de jarras que ha realizado durante cinco días. Avanzando los cursos el gráfico es más estándar y formalizado. Asimismo, se van introduciendo gráficos de barras adosados o apilados, que representan conjuntamente dos o tres variables diferentes. Nosotros hemos incluido en una sola categoría todos ellos, pues el trabajo con dos o tres variables se considerará en el nivel de complejidad semiótica del gráfico.

*Gráfico de líneas.* Es un gráfico estadístico que se utiliza para representar frecuencias de una variable cualitativa o bien valores numéricos de una serie de datos

aislados. En este tipo de gráfico se utilizan puntos, cuya altura indica la frecuencia y valor de la variable y que van unidos con líneas para evidenciar el cambio de una variable, a medida que pasa el tiempo o bien los cambios de valores numéricos de la serie de datos aislados (Arteaga, 2011). Como se ha indicado aparecen citados explícitamente en el currículo básico (MEC, 2006; MECD, 2014).

En la Figura 3.3.2 se muestra un gráfico de línea donde se muestra la variación de las temperaturas (grados Celsius), en un determinado lugar, durante una semana. En él podemos observar que las temperaturas oscilan entre los 24° y 28°, alcanzando la temperatura mínima el cuarto día de la semana. También en los textos hemos encontrado gráficos de líneas múltiples, representando más de una variable simultáneamente, aunque, como en el caso anterior se han englobado todos ellos en la misma categoría.



Figura 3.3.2. Ejemplo de gráfico de líneas (SM, 3° curso, p. 120)

*Gráfico de líneas acumulado.* Se utiliza para representar la acumulación, durante un periodo de tiempo o a lo largo del valor de la variable, de un conjunto ordenados de datos por lo que se puede considerar una variación del gráfico de línea. Nosotros lo hemos diferenciado por requerir una operación adicional del alumno (acumular los valores). También se podría utilizar para representar frecuencias acumuladas, pero este concepto no se contempla en los textos de primaria. Cada punto indica con su altura un valor acumulado y los diferentes valores se unen con segmentos.



Figura 3.3.3. Ejemplo de gráfico de líneas acumulado (SM, 3° curso, p. 121)

Por ejemplo, en un libro de texto de la editorial SM (Figura 3.3.3) podemos observar un gráfico de este tipo, donde se representan los días de la semana (Eje  $X$ ) y la cantidad de agua consumida que se va acumulando durante una semana (Eje  $Y$ ). Para calcular la el agua gastada cada día habría que restar la cantidad acumulada y la acumulada el día anterior.

*Pictograma.* Es un gráfico estadístico que utiliza representaciones icónicas (imágenes) relacionadas con la temática del gráfico, para hacer más cercano y realista en contexto de donde se obtuvo la información (Nortes, 1991). El tamaño del ícono representa la frecuencia absoluta, relativa o porcentual de cada categoría de la variable; o bien, también se puede representar la frecuencia repitiendo los íconos. En algunos ejemplos presentes en los libros es muy similar a un gráfico de barra, donde se reemplazan las barras por íconos alusivos a la variable.

Un ejemplo de este tipo de gráfico es la Figura 3.3.4 donde los autores del libro de texto presentan una actividad relacionada con estrellas fugaces registradas por un niño (Fernando). Estos datos son presentados en una tabla y en un gráfico donde la altura de la variable días de la semana (Eje  $X$ ) está determinada por la repetición del ícono (estrella fugaz).

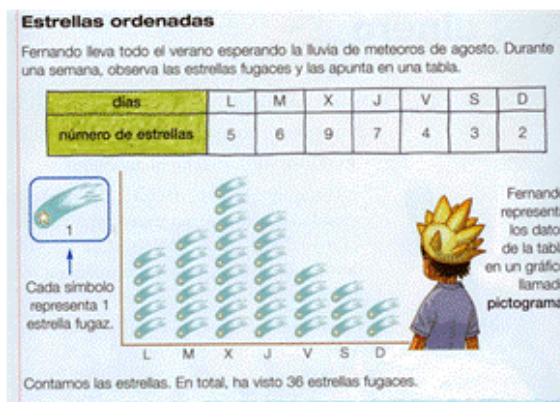


Figura 3.3.4. Ejemplo de pictograma (SM, 3º curso, p. 125)

*Gráfico de sectores.* Representa información sobre cada la modalidad de la variable mediante una porción de un sector circular, donde la amplitud de cada sector es proporcional a la frecuencia (Nortes, 1991). Arteaga (2011), señala que una forma fácil de construir este tipo de gráfico es “multiplicando la frecuencia relativa por  $360^\circ$ , así obtenemos la amplitud del ángulo central que tendrá cada una de las modalidades observadas” (p.11) y son utilizados para trabajar cuando los datos tiene frecuencias altas y la variable tiene pocos valores. Como se ha indicado aparecen citados

explícitamente en el nuevo currículo básico (MECD, 2014).

Su interpretación requiere razonamiento proporcional por parte del niño o bien al menos conocimientos de fracciones (parte-todo). Genera problemas cuando la variable tiene muchos valores porque no permite visualizar claramente la información. Asimismo es poco aconsejable cuando la variable es numérica porque en este caso no se percibe claramente el orden numérico de las categorías. En los textos encontramos estos gráficos a partir del último ciclo. En la Figura 3.3.5 se muestra un ejemplo de cómo construir el gráfico de sectores relacionado con la preferencia de colores para un envase. Observamos que se utilizan los conceptos estadísticos de variable, valor y frecuencia, fracción, relación parte-todo, ángulo y su amplitud, sector circular y su amplitud.

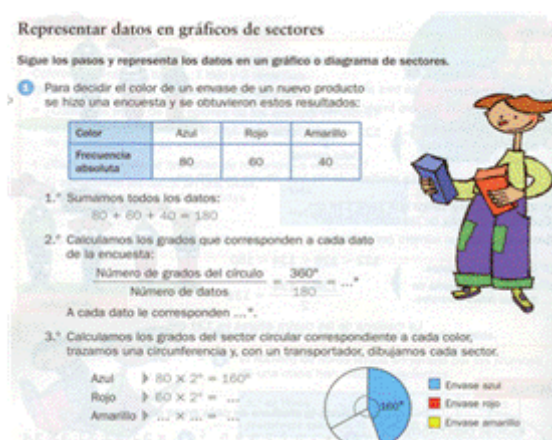


Figura 3.3.5. Ejemplo de gráfico de sectores (Santillana, 6º curso, p. 182)

*Histograma.* Se utiliza para graficar variables de tipo cuantitativas continuas o cuantitativas discretas con un número elevado de valores, ya que se agrupan en intervalos, para hacer la gráfica más sencilla (Arteaga, 2011). Una desventaja de este gráfico es que se pierde información, ya que no se trabaja con los datos originales; sin embargo con frecuencia es necesario utilizarlo si el número de valores es muy alto. Este gráfico no correspondería a la educación primaria, pues no se pretende que en ella los alumnos estudien las variables cuantitativas continuas o la agrupación en intervalos. No obstante, hemos encontrado algunos ejemplos.

La Figura 3.3.6 presenta un histograma, en un contexto relacionado a edades de los alumnos que participan en clases de tenis. Observamos que la variable edad se ha agrupado en intervalos de clase de amplitud dos; al ser la amplitud de todos los intervalos idénticos, el alumno puede representar la frecuencia directamente con la altura del rectángulo, pues el área será proporcional a la misma.

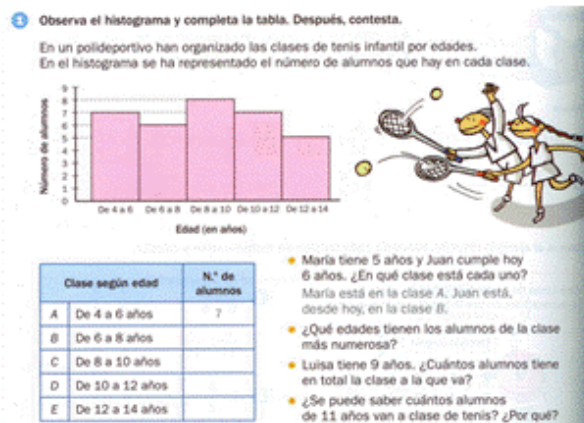


Figura 3.3.6. Ejemplo de histograma (Santillana, 6º curso, p. 102)

**Gráfico de Puntos.** Es un gráfico estadístico para representar cantidades pequeñas de datos, es de fácil construcción (Moore, 1999). En el eje  $X$  (abscisas) se representan los valores (o categorías) de la variable que se desea estudiar, sobre la cual se coloca un punto. Estos puntos se separan de manera homogénea y la altura sobre el valor (categoría) de la variable es proporcional a la frecuencia absoluta de dicho valor, pues el número de puntos coincide con la aparición de dicho valor en el conjunto de datos.

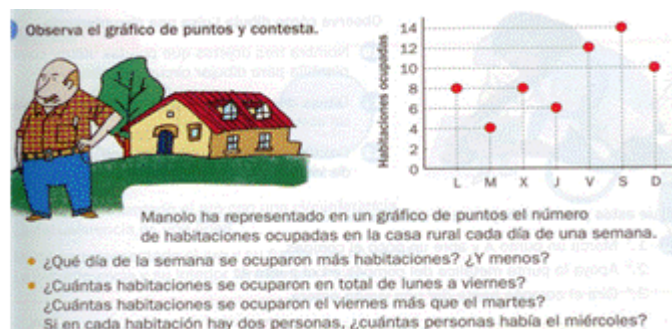


Figura 3.3.7. Ejemplo de gráfico de puntos (Santillana, 3º curso, p. 152)

Otra forma de representar estos gráficos, es usando un solo punto por cada valor de la variable, donde el punto se ubica en la altura que corresponde la frecuencia de aparición de este valor (categoría) en el conjunto de datos. Es así como en la Figura 3.3.7 se presente una situación donde se representa la cantidad de habitaciones, en una casa rural, ocupadas durante los días de una semana. El estudiante debe ser capaz de leer la información presentada en el gráfico, relacionando cada punto con el día y el número de habitaciones ocupadas, para poder responder a las preguntas planteadas.

**Gráfico de dispersión.** Gráfico estadístico en el cual se utilizan coordenadas cartesianas para mostrar los valores de dos variables. Cada punto representa un caso diferente para un conjunto de datos, donde cada valor de una variable determina la

posición en el eje  $X$  (horizontal) y la otra determina la posición en el eje  $Y$  (vertical). Supone la comprensión del sistema de coordenadas cartesianas y el manejo de datos bivariantes, que consideramos algo complicado para este nivel escolar.

No obstante, algunos libros los incluyen. Por ejemplo en la Figura 3.3.8 se presenta un gráfico de dispersión donde cada punto está representado por una estrella. Mediante la observación de este gráfico, se debe responder a dos preguntas relativas a la ubicación de estas estrellas y a la variación de una de las variables. Como ayuda se presenta una estrella mostrando, a modo de cartel, sus coordenadas cartesianas. Observamos la necesidad de manejo de coordenadas cartesianas.



Figura 3.3.8. Ejemplo de gráfico de dispersión (Santillana, 4º curso, p. 34)

*Pirámide de población.* Representa un caso particular de un histograma que representa simultáneamente dos variables referidas a las edades de hombres y mujeres en una población. Para cada intervalo de edad (que se representan centralmente en un eje vertical) se utilizan barras adosadas a la izquierda y derecha del eje central, proporcionales a la frecuencia del intervalo en cada uno de los dos grupos representados. Este tipo de gráfico tiene una importante presencia en los textos de ciencias sociales de matemática y ciencias sociales y son trabajados en 5º y 6º de educación primaria (Arteaga, 2011). Permite la comprensión según edad y sexo para algún tipo de información que se quiera estudiar (datos migratorios, mortalidad, natalidad, etc.). Este gráfico se recoge explícitamente en los estándares de aprendizaje evaluables del bloque de Ciencias Sociales en el currículo básico (MECD, 2014, p.19376): “*Interpreta una pirámide de población y otros gráficos usados en el estudio de la población*”.

En la Figura 3.3.9 se presente una actividad de uno de los libros de textos estudiados que pide construir una pirámide de población, sin un contexto cercano al estudiante, considerando los datos aportados en la tabla de la derecha y teniendo como guía los dos primeros intervalos representados en el gráfico. La complejidad del gráfico se observa pues el alumno no sólo ha de manejar variables agrupadas en intervalos, sino

además dos distribuciones simultáneamente. Un posible conflicto semiótico es la interpretación de los extremos de clase; por ejemplo, un niño podría tener duda de dónde colocar a una persona de 14 años si está próxima a cumplir los 15.

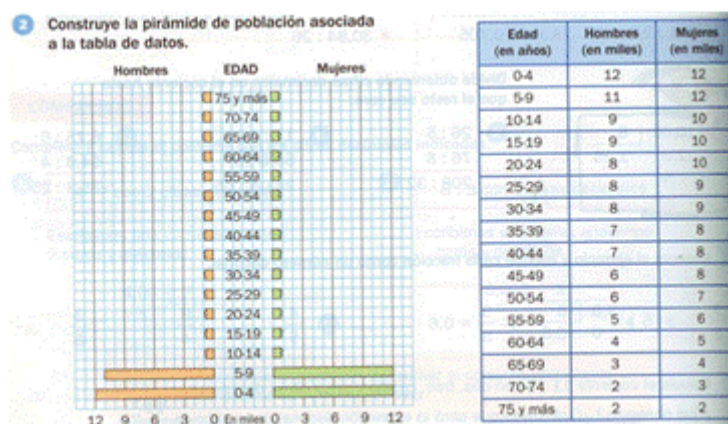


Figura 3.3.9. Ejemplo de pirámide de población (Santillana, 6º curso, p. 128)

La Tabla 3.3.1 muestra la distribución global de todas las actividades analizadas según el tipo de gráfico que intervienen en ella. Se evidencia un claro predominio los gráficos de barras, líneas, sectores y pictogramas en un 46%, 20%, 12,1% y 7,4%; respectivamente. Los gráficos de barra alcanzan un porcentaje cercano al 50% y doblan a los de línea, que es el segundo tipo de gráfico más común en los libros de texto de enseñanza primaria en España.

Tabla 3.3.1. Frecuencia y porcentaje de gráficos por tipo

Tipo de gráfico	Frecuencia	Porcentaje
Barras	99	46
Líneas	43	20
Líneas acumulado	2	0,9
Pictograma	16	7,4
Sectores	26	12,1
Circular y barras	2	0,9
Sectores y Líneas	8	3,7
Histograma	8	3,7
Puntos	3	1,4
Pictograma y Puntos	1	0,5
Dispersión	3	1,4
Pictograma y barras	1	0,5
Pirámide	2	0,9
No específica	1	0,5
<b>Total</b>	<b>215</b>	<b>100</b>

Los gráficos estadísticos que tiene menor presencia son los de dispersión, puntos, pirámide de población, líneas acumuladas, pictograma e histograma. En esta tabla observamos también que en algunas actividades aparecen dos gráficos diferentes, por ejemplo, sectores y líneas. En general se trata de actividades de traducción de uno a otro

gráfico.

En la Tabla 3.3.2 resume la distribución del tipo de gráfico estadístico y el nivel educacional en el que se presenta. Se observa que en los dos primeros niveles de educación primaria (1 y 2) la totalidad de los gráficos son de barra. Se seguiría entonces la recomendación de Watson (2006) de introducir estos gráficos en primer lugar.

Tabla 3.3.2. *Frecuencia y porcentaje de gráficos por tipo y curso*

Gráfico	1		2		3		4		5		6		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Barras	12	100	14	100	26	60,5	10	31,3	26	40,6	11	22	99	46
Líneas	0	0	0	0	8	18,6	10	31,3	18	28,1	7	14	43	20
Pictograma	0	0	0	0	3	7	3	9,4	8	12,5	2	4	16	7,4
Sectores	0	0	0	0	0	0	3	9,4	9	14,1	14	28	26	12,1
Otros	0	0	0	0	6	14	6	18,8	3	4,7	16	32	31	14,4
Total	12	100	12	100	43	100	32	100	64	100	50	100	215	100

En el tercer nivel observamos, mayoritariamente, la presencia de gráficos de barras (60,5%), de línea (18,6%) y pictogramas (7%). Para el cuarto nivel de educación primaria, detectamos el predominio de los gráficos de barra y línea con un 31,3% cada uno, y los gráficos de sectores y pictogramas con un 9,4%. En el quinto nivel, al igual que el anterior, observamos mayor presencia de gráficos barra (40,6%), líneas (28,1%), sectores (14,1%), pictogramas (12,5%) y otros (4,7%). Finalmente, en el sexto de educación primaria—donde se observa una mayor variedad—el gráfico de sectores tiene una presencia del 28%, barras en un 22%, líneas 14%, pictogramas 4% y otros en un 34%.

Observamos, entonces, un orden de introducción de gráficos de barras (1° y 2° curso), de líneas y pictograma (3°), sectores (4°). Respecto a otros gráficos, encontramos en 3° y 4° curso diagramas de dispersión; en 5° y 6° histogramas o gráficos de puntos y polígonos de población en 6° curso.

La Tabla 3.3.3 presenta la distribución de los gráficos según la editorial y su tipo. Los libros de textos de la editorial SM tienen un predominio de los gráficos de barras (43,2%), líneas (23%), sectores (17,6%), pictogramas (6,8%) y otros (9,5%). En la editorial Anaya, los libros de textos estudiados, de las 77 actividades que involucran gráficos estadísticos, un 54,5% corresponden a gráficos de barras, un 20,8% de líneas, un 11,7% de sectores y un 13% a otros. Para la editorial Santillana, de las 64 actividades en que intervienen gráficos, el 39,1% son de barras, el 17,2% son pictogramas, 15,6% corresponden a gráficos de líneas, 6,3% a gráficos de sectores y un 21,9% a otros.



En resumen, se observa que las tres tienen un predominio de los gráficos de barras; en un segundo lugar—las editoriales SM y Anaya—los gráficos de línea y pictograma en Santillana. Además, Anaya no presenta actividades sobre pictogramas, Santillana presente un bajo número de actividades con gráficos de sectores (6,3%) y SM con pictogramas (6,8%). Observamos que se contemplan los tres tipos de gráficos citados en el currículo básico (MECD, 2014), junto con algunos otros. La pirámide de población citada para el área de Ciencias Sociales aparece solo en una editorial; sería bueno que se viese también en matemática para asegurar su correcto aprendizaje.

Tabla 3.3.3. *Frecuencia y porcentaje de gráficos por tipo y editorial*

Gráfico	SM		Anaya		Santillana		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Barras	32	43,2	42	54,5	25	39,1	99	46
Líneas	17	23	16	20,8	10	15,6	43	20
Pictograma	5	6,8	0	0	11	17,2	16	7,4
Sectores	13	17,6	9	11,7	4	6,3	26	12,1
Otros	7	9,5	10	13	14	21,9	31	14,4
Total	74	100	77	100	64	100	215	100

Al comparar con otros países, observamos que no aparecen el diagrama de tallo y hojas, incluido en 5° y 6° curso en Chile (MINEDUC, 2013), pero sí algunos gráficos de puntos sugeridos en el NCTM (2000). En los trabajos de Castellanos (2013) y Méndez y Ortiz (2012) también predominaron los gráficos de barras.

### 3.4. NIVELES DE LECTURA

Curcio (1989) realiza una clasificación similar con tres niveles y ampliada en Friel, Curcio y Bright (2001), quienes agregan el último nivel. Estos niveles se detallan a continuación:

*Nivel 1: Leer los datos.* Requiere una lectura literal del gráfico, es decir, la lectura de los datos se limita a lo representado explícitamente en el gráfico; por ejemplo, leer una frecuencia para un valor determinado de la variable o al contrario. No se realiza interpretación de la información contenida en el gráfico ni cálculos adicionales.

Un ejemplo es el dado en la Figura 3.3.1 donde el estudiante debe leer la cantidad horizontal de cuadros que se encuentran a la derecha de cada día de la semana; de esta forma puede dar respuesta a las preguntas planteadas (cantidad de jarritas hechas en cada día). Se trata de una lectura literal del gráfico; pues simplemente para cada valor de la variable debe encontrar su frecuencia. No precisa realizar operaciones ni

comparaciones con los datos.

*Nivel 2: Leer dentro de los datos.* Es una lectura de algo que no está explícitamente representado, pero se refiere a los datos disponibles en el gráfico. Exige comparar e interpretar los valores de los datos presentes en el gráfico, o bien realizar cálculos con los datos o buscar relación entre las cantidades representadas. Supone la aplicación de procedimientos matemáticos simples.

Un ejemplo lo encontramos en la Figura 3.3.3 donde se consulta sobre el día en que salió de vacaciones Raquel, es decir, el día en que la frecuencia acumulada se estabiliza y alcanza su valor máximo. Para responder, el estudiante debe identificar el día de la semana en que el consumo de agua se estabiliza. Para ello, además de hacer una lectura simple del dato de cada día de la semana, ha de comparar cada dato con el anterior, para ver si hay o no variación. La operación aritmética que puede utilizar para determinar lo que consume cada día, y cuándo se fue de vacaciones, es la sustracción.

Otro ejemplo lo encontramos en la Figura 3.4.1 donde el niño debe hacer una lectura del gráfico para saber la cantidad de alumnos que prefieren cierta fruta y poder comparar para identificar la fruta más preferida y menos preferida.

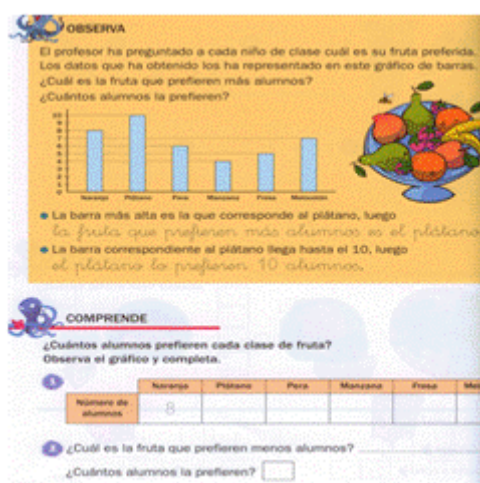


Figura 3.4.1. Ejemplo de actividad de leer dentro de los datos (Santillana, 2º curso, p. 28)

*Nivel 3: Leer más allá de los datos.* Se pide una información que no está representada en el gráfico y tampoco se puede deducir con operaciones o comparaciones con los datos del gráfico. Consiste en extrapolar, predecir o inferir a partir de los datos que se presentan en el gráfico de acuerdo al contexto al que pertenezca la información. Por ejemplo, dar una conjetura sobre un valor no registrado en el gráfico.

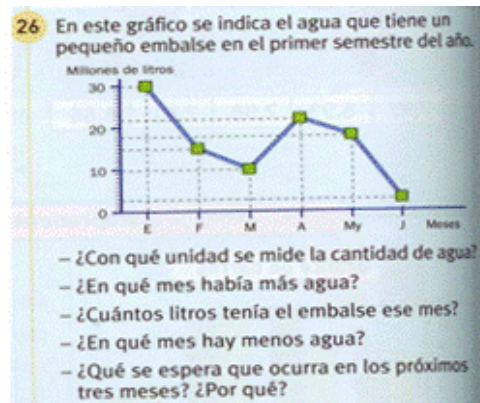


Figura 3.4.2. Ejemplo de actividad de leer más allá de los datos (SM, 5º curso, p. 118)

La Figura 3.4.2 da un ejemplo para este nivel de lectura; un gráfico de líneas donde se ha representado la cantidad de agua (en millones de litros) que tiene un embalse durante seis meses, sobre el cual se debe responder preguntas relativas a la unidad de medición de la variable analizada, en mes en que hubo mayor cantidad de agua y de qué cantidad se trataba, y el mes en que hubo menor de la misma. Además se pide justificar qué sucederá en los próximos tres meses con la cantidad de agua, situación que lo ubica en el nivel 3 de lectura, ya que se solicita explicar una posible tendencia en función de los valores entregados en el gráfico.

*Nivel 4: Leer detrás de los datos.* Consiste en valorar críticamente la forma en que se recogieron los datos, es decir, cuestionar la calidad de los datos y la metodología de recolección. Supone un conocimiento no sólo matemático, sino del contexto utilizado en la tarea. Se incluyen en este nivel las preguntas del contexto, incluso cuando no se refieran específicamente a los datos.

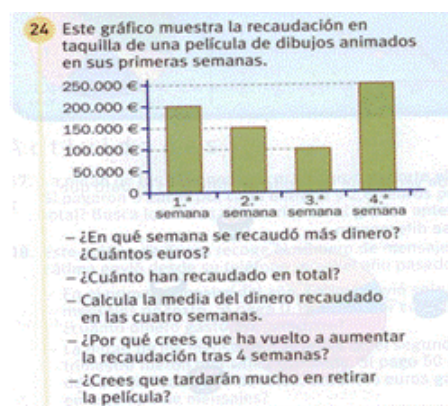


Figura 3.4.3. Ejemplo de actividad de leer detrás de los datos (SM, 5º curso, p.118)

La actividad de la Figura 3.4.3 muestra un gráfico estadístico de barra relacionado el dinero recaudado en taquilla de una película de dibujos animados. En esta actividad el niño debe hacer un juicio sobre por qué ha vuelto a aumentar la recaudación tras cuatro

semanas y se tardarán mucho en retirar la película (conocimientos no matemáticos).

En la Tabla 3.4.1 se muestra la clasificación de las actividades, donde intervienen gráficos estadísticos, según el nivel de lectura. Donde el 35,3% de los gráficos estadísticos requieren el nivel 1 de “leer los datos” y el nivel 2 “leer dentro de los datos” en un 58,6%. Estos niveles de lectura (1 y 2) agrupan el 94% de las actividades propuestas, mostrando coincidencias con Castellanos (2013) y Méndez y Ortiz (2012) donde el nivel más frecuente es el segundo. El nivel 3 de “leer más allá de los datos” se encuentra en un 4,2% de las actividades propuestas y el nivel 4 de “leer detrás de los datos” en solo un 1,9%.

Tabla 3.4.1. *Frecuencia y porcentaje de gráficos por nivel de lectura*

Nivel de lectura	Frecuencia	Porcentaje	Por. Acumulado
1	76	35,3	35,3
2	126	58,6	94
3	9	4,2	98,1
4	4	1,9	100
Total	215	100	

En la Tabla 3.4.2 hacemos una clasificación de las actividades según su nivel de lectura y el nivel educativo (curso) en que se presentan. En los tres primeros cursos existe un predominio de los niveles 1 (leer los datos; 33,3% en primer curso, 14,3% en segundo y 44,2% en tercero) y 2 (leer dentro de los datos; 66,7% en primero curso, 85,7% en segundo y 55,8% en tercero). Progresivamente se sube de nivel. En el curso 4° el 34,4% de los gráficos exigen un nivel 1 de lectura; 62,5% un nivel 2; y un 3,1% un nivel 3. En 5° curso un 62,5% de los gráficos abordan el nivel 2, un 25% el nivel 1 y un 6,3% los niveles 3 y 4. En el sexto curso el 48% exige un nivel de “leer los datos”, el 44% de “leer dentro de los datos” y un 8% de “leer más allá de los datos”.

En resumen, existe un predominio de los niveles de lectura “leer los datos” y “leer dentro de los datos” concentrando el 93,9% de los gráficos. El 5° curso de primaria es el único que presenta actividades con el nivel de lectura “leer detrás de los datos” y los cursos 4° y 6° presentan actividades con los tres primeros niveles de lectura.

Tabla 3.4.2. *Frecuencia y porcentaje de gráficos por nivel de lectura y curso*

Nivel de lectura	Curso 1		Curso 2		Curso 3		Curso 4		Curso 5		Curso 6		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
1	4	33,3	2	14,3	19	44,2	11	34,4	16	25	24	48	76	35,3
2	8	66,7	12	85,7	24	55,8	20	62,5	40	62,5	22	44	126	58,6
3	0	0	0	0	0	0	1	3,1	4	6,3	4	8	9	4,2
4	0	0	0	0	0	0	0	0	4	6,3	0	0	4	1,9
Total	12	100	14	100	43	100	32	100	64	100	50	100	215	100

La Tabla 3.4.3 muestra la clasificación de los gráficos estadísticos, presentes en las actividades planteadas, según su nivel de lectura y el editorial. Se observan pocas diferencias, entre la editorial SM y Anaya, en las dos existe un predominio del nivel “leer dentro de los datos” (51,4% y 53,2% respectivamente) seguido de “leer los datos” (37,8% y 41,6%); el porcentaje de tareas de nivel “leer detrás datos” es pequeño (5,4% y 5,2%) y S.M. presenta también algunos de “leer más allá de los datos”.

La editorial Santillana es algo diferente porque las actividades presentan un nivel 2 de lectura en un 73,4%; nivel de lectura 1 en un 25%; y el nivel 3 en, tan solo, un 1,6%.

Tabla 3.4.3. *Frecuencia y porcentaje de gráficos por nivel de lectura y editorial*

Nivel de lectura	SM		Anaya		Santillana		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
1	28	37,8	32	41,6	16	25	76	35,3
2	38	51,4	41	53,2	47	73,4	126	58,6
3	4	5,4	4	5,2	1	1,6	9	4,2
4	4	5,4	0	0	0	0	4	1,9
Total	74	100	77	100	64	100	215	100

En general, se observa que el nivel de lectura más común, en las tres editoriales, es el nivel 2, destacando la editorial Santillana donde su presencia es de un 73,4%. Las editoriales Anaya y Santillana no presentan gráficos estadísticos con nivel de lectura 4 (leer detrás de los datos), donde se debe realizar un valoración crítica sobre la calidad de los datos y la forma de obtención de la información.

Es decir, básicamente se trata de lecturas directas de los datos o de comparaciones y operaciones con los datos del gráfico. En este sentido, quizás se podría en los últimos cursos incluir alguna actividad más de nivel 3 o 4, para tener en cuenta las indicaciones del NCTM (2000) que sugiere que los niños han de entregar conclusiones y predicciones, con sus respectivas justificaciones, en base a los datos recogidos. En el mismo sentido el currículo básico incluye el siguiente estándar de aprendizaje evaluable “realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos” (MECD, 2014, p. 19376).

### 3.5. COMPLEJIDAD SEMIÓTICA

Batanero, Arteaga y Ruiz (2010), siguiendo los lineamientos definidos por Font, Godino y D’Amore (2007), asumen que el trabajar con gráficos estadísticos conlleva una actividad semiótica más o menos compleja y motivan la definición de los siguientes

niveles de complejidad semiótica para los gráficos, que son refinados y analizados con detalle en Arteaga (2011).

*N1. Representación de datos individuales.* Es cuando los estudiantes solo presentan, en los gráficos estadísticos, un dato, datos aislados o una porción pequeña de ellos y no es capaz de representar el conjunto completo de ellos. En estos gráficos no se trabaja la idea de variable estadística. No hemos encontrado ninguno en los textos, por lo cual no se describen ejemplos.

*N2. Representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución.* Es cuando el estudiante representa, en los gráficos estadísticos, los datos sin clasificar, sin determinar las respectivas frecuencias de cada valor diferente. Es decir, se representan los datos tal como se les presentan u obtienen de un determinado experimento. Aunque se maneja la idea de variable y valor, no se utilizan la idea de frecuencia ni de distribución de frecuencias. Generalmente tampoco se utiliza la idea de orden numérico.

Encontramos tres ejemplos de este nivel de complejidad semiótica del gráfico en las Figuras 3.3.1, 3.3.2 y 3.4.3. En el primer ejemplo (Figura 3.3.1) no habría necesidad de calcular frecuencias pues todos los datos son diferentes; en el segundo ejemplo (Figura 3.3.2) se repite un dato, pero no se calcula la frecuencia; en la Figura 3.4.3 no es necesario el cálculo de las frecuencias y todos los datos son diferentes.

*N3. Representación de una distribución de datos.* Es cuando en el gráfico se representa una distribución de frecuencia o se pide al estudiante representar, en un gráfico estadístico, los datos de manera agrupada y calculando las frecuencias. Un ejemplo lo encontramos en el histograma representado en la Figura 3.3.6 donde el niño debe completar una tabla con las frecuencias que obtiene al estudiar el gráfico estadístico que representa la información. En esta actividad se utilizan los conceptos de agrupación en intervalo, frecuencia absoluta y distribución de frecuencia. Comparado con los gráficos de nivel 2, es ahora más sencillo observar los valores centrales, como la mediana y la moda.



Figura 3.5.1. Ejemplo de gráfico complejidad semiótica 3 (SM, 5º curso, p.120)

El siguiente ejemplo lo encontramos en la Figura 3.5.1 que muestra la distribución de las ventas realizadas en el departamento de electrónica de cierto almacén. En esta actividad se pregunta por la cantidad de ordenados y de cámaras vendidas, sabiendo que la cantidad de cadenas musicales es de 24.

*N4. Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico.* En estos gráficos se pide al estudiante interpretar una representación en que aparecen simultáneamente dos o más distribuciones o representar más de una distribución en el mismo gráfico estadístico. Además de todos los conceptos empleados en el nivel 3, el estudiante debe comparar simultáneamente los rangos de variación de las dos o más variables representadas, facilitando su comprensión, lo que tiene una gran complejidad.

Un ejemplo de este nivel es la pirámide de población representada en la Figura 3.3.9, donde los estudiantes deben analizar la representación gráfica de la cantidad de hombres y las mujeres, las dos variables representadas, según las edades indicadas en el gráfico y además han de traducirlo de una tabla. Deben notar, además, que en la gráfica el sentido de crecimiento de la variable representada a la izquierda está invertido, respecto a lo habitual, lo que puede causar dificultades en los niños. Otro ejemplo de este nivel es el gráfico estadístico de la Figura 3.5.2, donde se muestra la cantidad de estudiantes, de primero y segundo de primaria, que han pasado sus últimas dos vacaciones en la playa o la montaña.

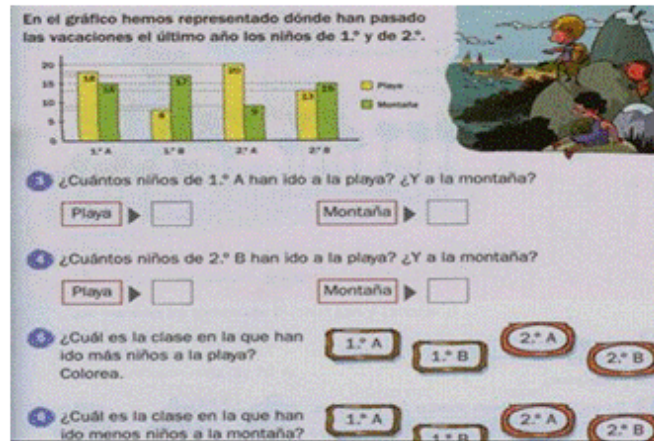


Figura 3.5.2. Gráfico de barras de complejidad semiótica 4 (Santillana, 2º curso, p.117)

En la Tabla 3.5.1 se presenta la clasificación de las actividades según el nivel de complejidad semiótica del gráfico estadístico involucrado. El nivel semiótico más frecuente, al igual que en Castellanos (2013) y Méndez y Ortiz (2012), es el de “representación de una distribución de datos”, exigido en un 58,6% de las actividades planteadas. Los niveles semióticos “representación de un conjunto de datos, sin llegar a resumir su distribución” y “representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico” no presentan diferencias significativas, pues en ambos casos tienen un porcentaje alrededor del 20%.

Tabla 3.5.1. Frecuencia y porcentaje de gráficos por nivel semiótico

Nivel semiótico	Frecuencia	Porcentaje	Por. acumulado
2	41	19,1	19,1
3	126	58,6	77,7
4	48	22,3	100
Total	215	100	

La Tabla 3.5.2 muestra la relación que existe entre los niveles semióticos y el curso de primaria al que corresponden los libros de textos. En los tres primeros cursos el 70% de las actividades implican un nivel 3, “representación de una distribución”. Esta proporción baja en los siguientes niveles. En el cuarto curso, contradictoriamente el nivel semiótico más común es el nivel 2 “representación de un conjunto de datos, sin llegar a resumir su distribución” (43,8%), posiblemente por la mayor frecuencia de gráficos de líneas en este nivel educativo. Sigue la “representación de una distribución de datos” con un 34,4% y “representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico” con un 21,9%.



Tabla 3.5.2. *Frecuencia y porcentaje de gráficos por nivel semiótico y curso*

Nivel semiótico	Curso 1		Curso 2		Curso 3		Curso 4		Curso 5		Curso 6		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
2	3	25	2	14,3	7	16,3	14	43,8	13	20,3	2	4	41	19,1
3	9	75	10	71,4	33	76,7	11	34,4	30	46,9	33	66	126	58,6
4	0	0	2	14,3	3	7	7	21,9	21	32,8	15	30	48	22,3
Total	12	100	14	100	43	100	32	100	64	100	50	100	215	100

En quinto y sexto de primaria observamos un aumento del nivel 4 “representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico”; generalmente se trata de gráficos de barras o de líneas múltiples, con porcentajes levemente superiores al 30%, aunque todavía predomina la “representación de una distribución de datos” con un 46,9% y 66%. El primer año de primaria no presente actividades de este nivel semiótico (4) y el sexto curso presenta solo un 4% de actividades con un nivel semiótico 2.

En la Tabla 3.5.3 se hace el resumen de las actividades analizadas según la editorial del libro de texto y el nivel de complejidad semiótica del gráfico estadístico. Encontramos de nuevo diferencias, aunque las tres editoriales coinciden, en el primer lugar, con el nivel semiótico 3: “representación de una distribución de datos”, SM con un 73%, Anaya con un 61% y Santillana con un 39,1%. Los textos escolares de la editorial Santillana son los que presentan una distribución más homogénea de las actividades, según su nivel de complejidad semiótica, con porcentajes en torno al 30% en cada uno de los niveles 2, 3 y 4.

En los libros de texto SM se observa muy poca proporción del nivel 2, siendo el segundo nivel semiótico más frecuente el 4, “representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico”, con un 18,9%. En los textos de Anaya tienen como segundo nivel de mayor presencia el “representación de un conjunto de datos, sin llegar a resumir su distribución” con un 20,8% y seguido muy de cerca por el nivel semiótico “representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico” con un 18,2%.

Tabla 3.5.3. *Frecuencia y porcentaje de gráficos por nivel semiótico y editorial*

Nivel semiótico	SM		Anaya		Santillana		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
2	6	8,1	16	20,8	19	29,7	41	19,1
3	54	73	47	61	25	39,1	126	58,6
4	14	18,9	14	18,2	20	31,3	48	22,3
Total	74	100	77	100	64	100	215	100

### 3.6. ACTIVIDAD PLANTEADA RESPECTO A LOS GRÁFICOS

Para un mismo gráfico se pueden plantear diferentes tareas, que se describen a continuación.

*Leer el gráfico:* A partir de un gráfico ya construido, se pide al estudiante que responda a ciertas preguntas en función a la lectura que pueda hacer de él. Por tanto el alumno ha de conocer los convenios específicos del gráfico en cuestión (por ejemplo, en un diagrama de sectores, qué representa cada sector). Ha de ser capaz de leer el título del gráfico o bien la descripción del mismo en el texto; diferenciar las escalas y ejes (cuál se refiere a las variables y cuál a las frecuencias) y leer los valores de los datos. Un ejemplo de esta actividad la encontramos en la Figura 3.3.1 donde el niño solo debe efectuar una lectura literal para obtener la cantidad de jarritas que se han hecho cada día. Es la actividad que se encuentra con mayor frecuencia en los libros de texto de educación primaria. En el ejemplo, el niño ha de interpretar que cada cuadro coloreado representa una jarra; no se indica explícitamente.

*Leer y calcular:* Es una actividad que pide la lectura literal de la información y, sobre esta información, efectuar cálculos sencillos (sumar o restar, encontrar media, moda, mediana, rango). Por tanto, a la categoría anterior, se añade la competencia para hacer los cálculos pedidos. Un ejemplo aparece en la Figura 3.4.3 donde se pide calcular la recaudación total de dinero que logró una película durante cuatro semanas y, se pide, calcular la media de lo recaudado en dichas semanas.

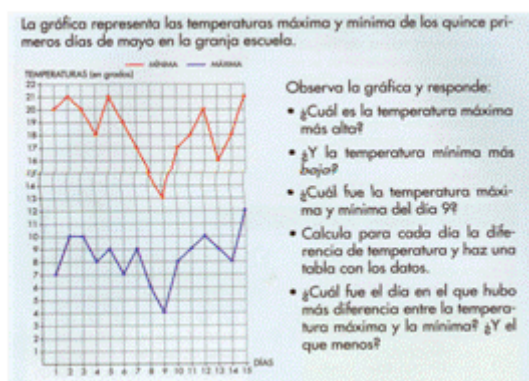


Figura 3.6.1. Ejemplo de leer y calcular (Editorial Anaya 4º curso, p.169)

Otro ejemplo es la Figura 3.6.1—gráfico de líneas doble que representa las temperaturas máximas y mínimas en los primeros quince días de mayo en una granja escuela— donde se pide, entre otras cosas, calcular la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima de cada día y encontrar cuándo hubo mayor y menor diferencia.

*Construir:* Es una actividad donde se le pide al estudiante que construya un gráfico con datos sin agrupar o agrupados en tabla de frecuencia. En la Figura 3.6.2 se presente una situación en que una niña (Ainhoa) ha registrado la edad de 40 niños y niñas. Sobre estos datos se le pide, a los estudiantes, que organicen la información en tablas y que construyan un gráfico de barras con esta información.

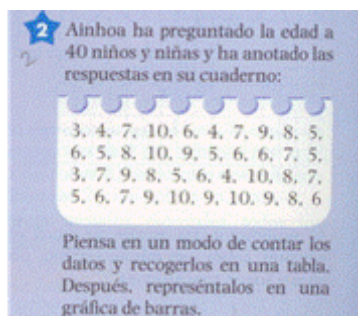


Figura 3.6.2. Ejemplo de construir (Editorial Anaya 4º curso, p.170)

*Construir y leer:* Se pide al estudiante la construcción de un gráfico estadístico y responder preguntas sobre la construcción realizada recientemente. Este tipo de actividad es la tercera actividad de mayor frecuencia en los libros de textos de primaria analizados. La actividad de la Figura 3.6.3 presenta una situación en la que se debe realizar una tabla y un gráfico circular en función de los colores de gorros que se presenten en la imagen. Luego de la construcción se debe realizar una lectura del gráfico para determinar la moda, el color menos elegido y la moda según género.



Figura 3.6.3. Ejemplo de construir y leer (Editorial SM, 5º curso, p.120)

*Construir y comparar:* Junto con la construcción de un cierto tipo de gráfico, se pide que se realicen comparación entre variables, categorías de las variables o formas de representación (tablas o gráficos). Esta es una actividad poco frecuente en los libros de textos de educación primaria en España, solo se encontró tres de estos casos.

La Figura 3.6.4 presente una situación donde se pide construir un gráfico que

represente la estatura de 6 niños (Carmen y sus amigos) y se realiza una comparación de dónde se representa de mejor forma la información, en la tabla o en el gráfico. Otro ejemplo lo encontramos en la 3.3.7, donde se presenta un gráfico de puntos, que muestra la cantidad de habitaciones que se han ocupado durante una semana en una casa rural y se deben comparar las alturas de los puntos (en el eje  $X$ ) para establecer el día en que hubo más (o menos) habitaciones ocupadas.

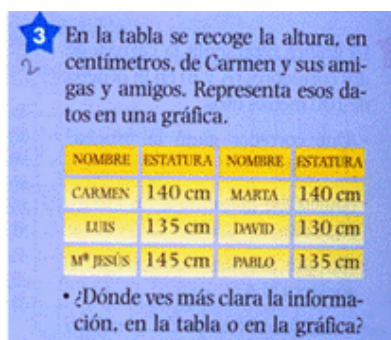


Figura 3.6.4. Ejemplo de construir y comparar (Editorial Anaya, 4º curso, p.170)

*Ejemplo:* Corresponde a un sección del libro de texto que utilizan los autores para explicar un concepto, una forma de construcción, un tipo de gráfico, la forma de interpretar. Es decir, se utiliza para aclarar ideas y/o conceptos nuevos que se presentan. La Figura 3.3.2 ilustra un ejemplo donde se explica cómo construir un gráfico de líneas—primero señalar los datos con un punto y después unirlos con líneas rectas—relacionada con las temperaturas registradas durante una semana. Esta es la segunda actividad más frecuente que se ha encontrado en los libros de texto.

Otro ejemplo lo encontramos en la Figura 3.3.5 donde se muestra cómo construir el gráfico de sectores relacionado con la preferencia de colores para un envase. Para ello se suman las frecuencias absolutas; se hace una proporción entre 360 (grados del círculo) y la totalidad de los datos; el factor obtenido ha de multiplicarse por la calidad señalada para cada color y de esta forma se obtiene los grados asignados a cada color.

*Traducir:* es cuando se pide que los estudiantes hagan un cambio de representación gráfica, es decir, pasar de un tipo de gráfico otro. La tarea es más compleja que la de construcción o lectura de un gráfico pues combina las dos anteriores; ha de leer el primer gráfico y con la información obtenida construir el segundo. Requiere además conocimiento de los dos gráficos.

El gráfico estadístico de la Figura 3.6.5 presenta la cantidad de empanadas de carne y atún, que ha vendido una persona (Roberto) durante cinco meses (desde enero a mayo), en un gráfico de barras que ha de cambiarse a un gráfico de líneas donde se

puedo observar la variación de las ventas de ambos tipos de empanadas durante los cinco meses.

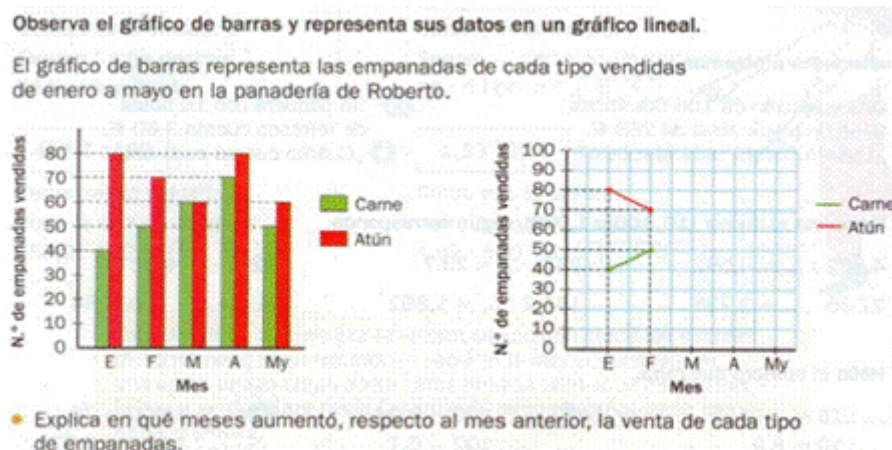


Figura 3.6.5. Ejemplo actividad traducir gráficos (Editorial Santillana, 5º curso, p.128)

*Pasar a tabla:* Actividad que consiste representar en una tabla de frecuencias la información que proporciona un cierto gráfico estadístico. Uno de los ejemplos que encontramos en los libros de textos se plasma en la actividad de la Figura 3.3.6, donde se pasa la información presente en un histograma a una tabla de frecuencias. Dentro de las tareas solicitadas está la observación del gráfico, la construcción de una tabla (en función de la lectura del gráfico) y dar respuesta a preguntas en base a las actividades anteriores. Observamos la complejidad de la tarea; pues además se une la complicación para los estudiantes de decidir, por ejemplo, si 6 años pertenece a la clase A o B. Esto se aclara en la primera pregunta, para la cual se entrega la respuesta, aunque matemáticamente no hay una regla especificada.

Un segundo ejemplo de este tipo de actividad lo podemos observar en la Figura 3.6.6, donde se pide al estudiante que complete una tabla y responda algunas preguntas sobre las horas de entrenamiento de una deportista durante una semana.

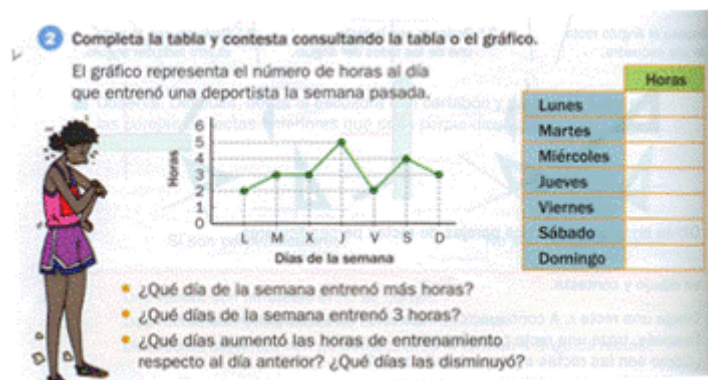


Figura 3.6.6. Ejemplo de pasar a tabla (Editorial Santillana, 4º curso, p.100)

*Completar:* el estudiante debe continuar la construcción de un gráfico estadístico de acuerdo a los datos proporcionados y el modelo iniciado que guían la construcción. Esta es una actividad de poco predominio en los libros de textos estudiados, ya que solo se han identificado tres. Un ejemplo lo encontramos en la Figura 3.3.9 donde los estudiantes deben termina la contribuir una pirámide de población, con la información proporcionada en la tabla de frecuencia que se entrega en la parte derecha de la figura. En este ejemplo se da una cuadrícula y la escala ya construida, para ayudar al niño a finalizar la construcción del gráfico. El estudiante debe interpretar y completar el resto de barras para cada intervalo de edad y diferenciando por sexo.

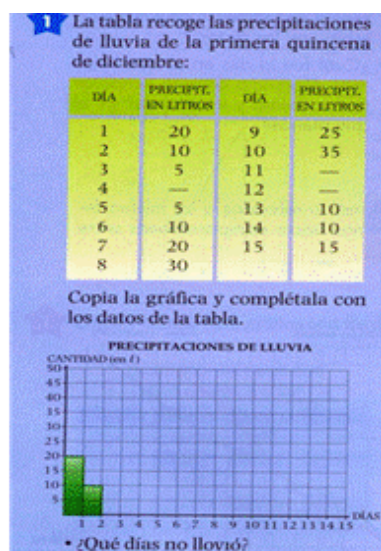


Figura 3.6.7. Ejemplo de completar (Editorial Anaya, 4º curso, p.170)

Un segundo ejemplo se da en la Figura 3.6.7, en donde se muestra una tabla con la información de la cantidad de agua caída en los primeros quince días del mes de diciembre. El gráfico, que se muestra en la parte inferior de la tabla, tiene construidas las barras de los dos primeros días —sirviendo como guía— para que el niño pueda seguir con la construcción del diagrama.

*Describir variable:* es un tipo de actividad donde se entrega un gráfico, se pide definir y explicar las variables que intervienen en el gráfico estadístico y la relación que existe entre ellas. Es una actividad que solo se identifica en dos casos en los libros de texto analizados. En la Figura 3.6.8 se presenta una actividad en la que se pide al estudiante que mencione dos situaciones en que las gráficas tengan sentido, es decir, dos variables que se puedan variables según las gráficas que se muestran. Ejemplos de estas situaciones pueden ser en consumo de electricidad en una casa y la cantidad de agua en un estanque, respectivamente.

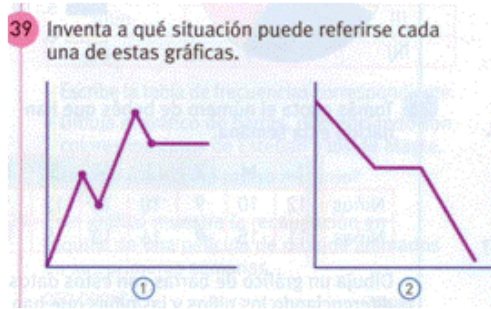


Figura 3.6.8. Ejemplo de describir variables (Editorial SM, 5º curso, p.120)

*Inventar problema:* Es cuando se pide al estudiante generar un problema a partir de un gráfico estadístico, es decir, generar un contexto donde los datos entregados tengan sentido y coherencia. De este tipo de actividades solo se encontró un ejemplar, lo que se traduce en la actividad de menor presencia en los libros de texto estudiados.

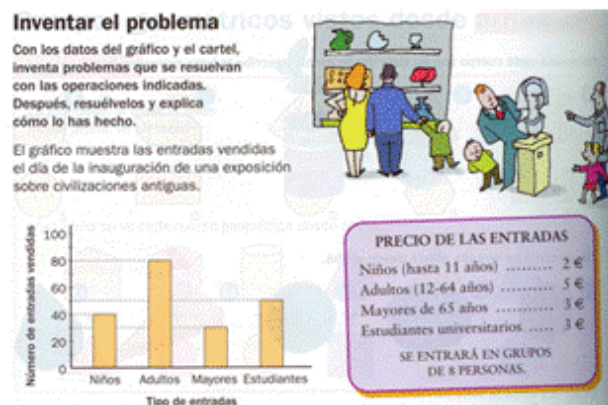


Figura 3.6.9. Ejemplo de inventar problema (Editorial Santillana 3º curso, p.194)

La actividad de este tipo que hemos encontrado, se muestra en la Figura 3.6.9, hace referencia a las entradas que se han vendido para ingresar a la inauguración de una exposición sobre civilizaciones antiguas, con valores diferenciados para niños, adultos, adultos mayores y estudiantes universitarios. Para inventar el problema el niño debe usar los datos proporcionados en el gráfico (cantidad de entradas vendidas) y el cartel (valor de las entregas según clasificación).

En la Tabla 3.6.1 mostramos la distribución del tipo de actividades donde se ven involucrados gráficos estadísticos. Las actividades más frecuentes son las de: leer (35,8%), ejemplo (16,7%), construir y leer (14%) y construir (12,6%). Entre construir, leer o ambas se encuentran más del 60% de actividades, mientras en Castellanos (2013) lo más frecuente era leer, comparar y calcular. Dentro de las actividades que menor frecuencia están las de: inventar problema (0,5%), describir variable (0,9%), completar

(1,4%) y construir/comparar (1,4%). Las tres primeras no aparecen en Castellanos (2013).

Tabla 3.6.1. *Frecuencia y porcentaje de tipo de actividades.*

Actividad	Frecuencia	Porcentaje
Leer	77	35,8
Leer y calcular	19	8,8
Construir	27	12,6
Construir y leer	30	14
Construir y comparar	3	1,4
Ejemplo	36	16,7
Traducir	8	3,7
Pasar a tabla	9	4,2
Completar	3	1,4
Describir variable	2	0,9
Inventar problema	1	0,5
Total	215	100

La Tabla 3.6.2 se analiza el tipo de actividad en que se utilizan gráficos estadísticos de acuerdo al nivel educacional. En el primer curso, se observa, que prácticamente todas consisten en leer o construir gráficos (50% sólo leer, el 25% implica “construir y leer” y un 16,7% sólo “construir”). No olvidemos que ambos tipos de actividades se citan explícitamente en el Decreto de Enseñanzas Mínimas, y, en este sentido se siguen las orientaciones curriculares:

Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos (MEC, 2006, p. 43098). Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara (MEC, 2006, p. 43099).

A partir de segundo curso se utilizan los gráficos ejemplos y calcular; esta última va aumentando en proporción con los cursos; es a partir de tercero cuando se incluyen las otras actividades descritas. Así, en el segundo curso de primaria, las actividades más frecuentes son la de “leer” (50%) y “ejemplo” (21,4%); en tercero “leer” (32,6%), “ejemplo” (23,3%) y “construir y leer” (18,6%); y cuarto “leer” (40,6%) y “construir” (18,8%). En el quinto nivel existe un predominio de las actividades: “leer” (29,7%), “leer y calcular” (14,1%), “construir y leer” (14,1%) y “ejemplo” (14,1%). En el sexto, y último curso, las actividades más frecuentes son “leer” (36%), “ejemplo” (24%) y “construir” (14%).



Tabla 3.6.2. *Frecuencia y porcentaje según tipo de actividad planteada y curso*

Actividad	Curso 1		Curso 2		Curso 3		Curso 4		Curso 5		Curso 6		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Leer	6	50	7	50	14	32,6	13	40,6	19	29,7	18	36	77	35,8
Leer y calcular			1	7,1	3	7	3	9,4	9	14,1	3	6	19	8,8
Construir	2	16,7	1	7,1	3	7	6	18,8	8	12,5	7	14	27	12,6
Ejemplo			3	21,4	10	23,3	2	6,3	9	14,1	12	24	36	16,7
Construir y leer	3	25	1	7,1	8	18,6	3	9,4	9	14,1	6	12	30	14
Otros	1	8,3	1	7,1	5	11,6	5	15,6	10	15,6	4	8	26	12,1
Total	12	100	14	100	43	100	32	100	64	100	50	100	215	100

En la Tabla 3.6.3 presentamos los tipos de actividades que se proponen en los libros de texto según la editorial a la que pertenecen. Al igual, que en la tabla anterior, la actividad que predomina en las tres editoriales es “leer” (SM: 33,8%; Anaya: 36,4; Santillana: 37,5%). En segundo lugar, en SM está “ejemplo” con un 20,3%; en Anaya “ejemplo” con un 22,1%; y en Santillana “construir” con un 15,6%. En tercer lugar, SM tiene “construir y leer” con un 14,9%; Anaya tiene “construir” en un 14,3%; y Santillana con “construir y leer” con un 14,1%. No observamos grandes diferencias en esta variable.

Tabla. 3.6.3. *Frecuencia y porcentaje según tipo de actividad planteada y editorial*

Actividad	SM		Anaya		Santillana		Total	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Leer	25	33,8	28	36,4	24	37,5	77	35,8
Leer y calcular	5	6,8	10	13,0	4	6,3	19	8,8
Construir	6	8,1	11	14,3	10	15,6	27	12,6
Ejemplo	15	20,3	17	22,1	4	6,3	36	16,7
Construir y leer	11	14,9	10	13,0	9	14,1	30	14,0
Otros	12	16,2	1	1,3	13	20,3	26	12,1
Total	74	100	77	100	64	100	215	100

### 3.7. CONCLUSIONES SOBRE LOS GRÁFICOS INCLUIDOS EN LOS TEXTOS

Para finalizar este capítulo exponemos algunas conclusiones, que luego retomamos en las conclusiones generales del trabajo. Como ya hemos mencionado, se analizaron tres series completas de libros de texto de educación primaria de las editoriales de mayor tradición y difusión en la comunidad autónoma de Andalucía (SM, Anaya y Santillana), 18 libros de texto en total.

Este análisis mostramos la presencia de gráficos estadísticos en todos los cursos, tal y como se recomiendan en las orientaciones curriculares. Dentro de los resultados más importantes, sobre la presencia de los gráficos estadísticos en los de los libros de

textos, hemos de mencionar los siguientes:

La distribución de las actividades que presentan gráficos estadísticos es similar, en cantidad, en las tres editoriales analizadas. Por ello pensamos que la importancia dada al tema es equiparable en las mismas.

Aunque, como se ha dicho, encontramos gráficos en todos los cursos, su importancia aumenta en los dos ciclos superiores. Los cursos que presentan mayor número de actividades con gráficos estadísticos, ordenados de mayor a menor, son: quinto, sexto y tercero. Además, los libros de texto de la editorial Santillana son los que tienen mayor porcentaje de actividades con gráficos en los primeros dos cursos de primaria. Por otro lado, la concentración del mayor porcentaje de gráficos estadísticos por editorial están en quinto año (SM), sexto y cuarto (Anaya), quinto y sexto (Santillana).

Dentro de los tipos de gráficos estadísticos que hemos podido identificar: gráfico de barras, líneas, líneas acumulado, pictograma, sectores, histograma, puntos, dispersión y pirámide de población. Los gráficos de barras, poligonales y de sectores están citados expresamente en el currículo español (MEC, 2006; MECD, 2014), chileno y americano; el pictograma en el chileno; la pirámide de población aparece en el nuevo currículo español (MECD) asociada a las ciencias sociales; el diagrama de puntos se cita en el currículo americano o chileno, y el resto no se cita. Hemos visto que faltan los gráficos de tallo y hojas utilizados en el currículo chileno en el 5º y 6º año y en cambio se incluye el histograma, más complejo que éste y no citado en ninguno de los currículos analizados para primaria.

La distribución del tipo de gráfico no es homogénea y los que aparecen con mayor frecuencia son los gráficos de barras, líneas, sectores y pictogramas. Observamos que los gráficos de barras son introducidos en los dos primeros años de educación primaria; en el tercer nivel se introducen los de líneas y pictogramas; en cuarto año los gráficos de sectores. Ello es razonable pues sigue la dificultad conceptual de los diferentes gráficos analizada por algunos autores como Watson (2006). En las tres editoriales, el tipo de gráfico más común es el de barras; el segundo gráfico más común en las editoriales SM y Anaya es el de líneas, y en Santillana es el pictograma.

Los niveles de lectura de gráficos estadísticos más identificados son de “leer dentro de los datos” y “leer los datos” o de lectura literal, sumando un 94% de las actividades analizadas. Situación que es muy similar si realiza el análisis por cada nivel de educación primaria. Las tres editoriales presentan un porcentaje elevado de los

niveles de lectura “leer los datos” y “leer dentro de los datos”, aunque los libros de texto de Santillana destacan con un 73,4% para el nivel 2. Estos son, a nuestro juicio, niveles adecuados para trabajar con los niños, pero recordamos que la lectura crítica de datos implicaría un nivel más avanzado (leer detrás de los datos o leer más allá de los datos) que solo se contempla en muy pocos ejemplos.

Sobre los niveles de complejidad semiótica, a nivel general, encontramos que existe un predominio del nivel 3, “representación de una distribución de datos”, identificado en el 58,6% de las actividades analizadas. Situación similar cuando analizamos por curso, donde los tres primeros cursos y el último (sexto) tienen una proporción cercana al 70%. Ocurre la misma situación al analizar las actividades según la editorial a la que pertenece; solo Santillana presente una distribución más homogénea. Nos parece que se debiera trabajar más el nivel 2 (representar directamente una lista de datos sin formar la distribución) pues el concepto de distribución es complejo para los niños, sobre todo en los primeros cursos. Por otro lado, hemos observado una proporción de gráficos de nivel de lectura 4 (comparación de dos distribuciones), incluso algunos en los primeros cursos. Nuestra opinión es que no se debe comenzar a trabajar este nivel hasta haber adquirido competencia en los anteriores.

En las actividades relacionadas a los gráficos estadísticos encontramos que las más frecuentes, ordenadas de mayor a menor, son: leer; ejemplo; construir y leer; construir; leer y calcular, lo que parece seguir las recomendaciones curriculares. Las actividades de menor frecuencia son: la inventar problema y describir variable. Según nivel educacional las actividades más recurrentes son leer, ejemplo y construcción— estas últimas dos se presentan en diferente orden según nivel educacional—. Finalmente la actividad que impera en las editoriales es la lectura de gráficos.

## **CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES**

### **4.1. INTRODUCCIÓN**

En esta investigación abordamos dos temas de gran relevancia y preocupación en la Educación Estadística. Por un lado, los gráficos estadísticos, uno de los tópicos más comunes, pero no más simple de Estadística en la enseñanza, con aplicaciones en la vida cotidiana. En segundo lugar, los libros de texto, de gran influencia e importancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, porque facilitan la transmisión de los contenidos educativos en función de la normativa curricular vigente.

Como se ha indicado, en este estudio analizamos la presentación de los gráficos estadísticos en tres series de libros de textos para la educación primaria española, con el fin de estudiar su idoneidad didáctica para la enseñanza en este nivel educativo. Pese a que la muestra elegida para este estudio es reducida (18 libros de texto), creemos que los resultados obtenidos son de interés en el campo de la Didáctica de la Matemática y la Educación Estadística.

### **4.2. CONCLUSIONES SOBRE LOS OBJETIVOS**

A continuación exponemos las conclusiones, a las que hemos llegado, con respecto a los objetivos que se han declarado en el apartado 1.5 de esta memoria:

*O1. Determinar el significado institucional pretendido para los gráficos estadísticos en el currículum de educación primaria española, especialmente el bloque relacionado con estadística y probabilidades bajo el nombre “Tratamiento de la información, azar y probabilidad”.*

Los documentos analizados (MEC, 2006; MECD, 2014; MINEDUC, 2012, 2013; Consejería de Educación de la Junta de Andalucía, 2007; NCTM, 2000; Franklin *et al.*, 2005) señalan la importancia de los gráficos estadísticos en la formación estadística de los estudiantes, indicando que se deben trabajar de forma gradual y usando datos obtenidos de contextos cercanos. En la primaria española se sugiere un trabajo gradual en los tres niveles; sólo se señala explícitamente el diagrama de barras y líneas en los criterios de evaluación (MEC, 2006) y en los contenidos del nuevo currículum (MECD, 2014) los gráficos de barras, de líneas y de sectores. En las directrices curriculares de Chile se indican de forma explícita los gráficos que se han de trabajar.

En la comparación de estas dos directrices, podemos observar que en el currículo chileno se presenta pictograma, gráfico de tallo y hojas y diagrama de cajas. Las pirámides de población están señaladas en el área de ciencias sociales del currículo español, en el chileno no se señalan. También hay que tener en cuenta que el currículo chileno contempla dos años más de educación primaria.

*O2. Determinar las principales variables relevantes para el análisis de las actividades y ejemplos propuestos sobre gráficos estadísticos en los libros de texto de educación primaria teniendo en cuenta las descritas como relevante en la comprensión y trabajo con gráficos en las investigaciones previas.*

Tras la revisión de investigaciones relacionadas con gráficos estadísticos hemos podido definir las variables que utilizamos en este estudio. En primer lugar, encontramos el “*tipo de gráfico estadístico*” que interviene en las actividades planteadas; los que hemos definido según Nortes (1991), Arteaga (2011), MEC (2006). En esta variable encontramos las siguientes categorías: gráfico de barras, de líneas, de líneas acumuladas, de sectores, pictograma, histograma, gráfico de puntos, gráfico de dispersión y pirámide de población.

En segundo lugar, hemos definido la variable “*niveles de lectura*” según los aportes de Curcio (1989) y ampliadas en Friel, Curcio y Bright (2001). Estos autores entregan cuatro niveles de lectura, que se realizan en forma progresiva, que son: Nivel 1: leer los datos; Nivel 2: leer dentro de los datos; Nivel 3: leer más allá de los datos y Nivel 4: leer detrás de los datos.

Considerando también el trabajo de Arteaga (2008; 2011) y Batanero, Arteaga y Ruiz (2010), utilizamos la variable “*nivel de complejidad semiótica*”. Los autores plantean los siguientes niveles: N1. Representación de datos individuales; N2. Representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución; N3. Representación de una distribución de datos; N4. Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico. Estos niveles suponen una actividad de dificultad progresiva.

La cuarta variable se denomina “*actividad planteada*”, utilizada por Castellanos (2013), además de las anteriores, y referida a la actividad que se pide en relación al gráfico estadístico que está involucrado en la tarea. En esta variable definimos las categorías: leer, calcular, construir, comparar, ejemplo, traducir, pasar a tabla, completar, describir variable, inventar problema o alguna combinación de ellas.

O3. *Llevar a cabo un estudio de las actividades y tareas sobre gráficos estadísticos propuestas en tres series de libros de texto para determinar el significado institucional implementado sobre los gráficos en estos textos.*

Tras el análisis de los libros de textos, hemos identificado: una distribución similar en las tres editoriales respecto a la cantidad de gráficos estadísticos incluidos en los textos. Se observa la presencia de los gráficos estadísticos en todos los niveles de educación primaria, aumentando la cantidad a medida que avanzan los cursos; con un predominio de gráficos de barras, al igual que Méndez y Ortiz (2012) y Castellanos (2013). Predomina el nivel de lectura “*leer dentro de los datos*”, al igual que Méndez y Ortiz (2012) y Castellanos (2013), seguido por el de “leer los datos”. El nivel de complejidad semiótica que predomina es “*representación de una distribución de datos*” al igual que los dos trabajos citados anteriormente. De las actividades que se solicitan en torno al gráfico estadístico se destacan leer, ejemplo, construir y leer, entre otras.

#### **4.3. IDONEIDAD DIDÁCTICA DE LA PRESENCIA DE LOS GRÁFICOS EN LOS LIBROS DE TEXTO**

Un objetivo de nuestro trabajo fue utilizar los resultados del análisis de los libros de textos para valorar la idoneidad didáctica de la presentación del tema en los textos.

Respecto a la *idoneidad epistémica* (representatividad del significado institucional pretendido), observamos que se siguen las indicaciones las directrices curriculares sobre la inclusión de los gráficos estadísticos, de tipología variada y en forma progresiva. En concreto se presentan todos los tipos de gráfico incluidos en el currículo, dando predominio a los gráficos de barras y de líneas, más citados en todos los currículos consultados. Además observamos que se presentan diferentes tipos de actividades que incluyen la construcción, lectura e interpretación de los gráficos.

Sobre la *idoneidad cognitiva*, podemos señalar que está justificada, pues se sigue una introducción progresiva, como se sugieren en las indicaciones curriculares españolas, americanas y chilenas. Así mismo se tiene en cuenta lo señalado por autores como Watson (2006) sobre la introducción a edades temprana de diagramas de barras sencillos. Además, la mayoría de las actividades se centran en los niveles de lectura 1 y 2, más sencillos para los niños, aumentando el nivel en forma progresiva; llegando a los niveles 3 e incluso 4 en los últimos cursos. Un punto que se podría mejorar es la complejidad semiótica, pues la mayoría de los gráficos son de nivel 3 (que implica el trabajo con la distribución); pensamos que, sobre todo en los primeros cursos se debiera

proponer mayor proporción de actividades de nivel semiótico 2 (representación del listado de datos sin formar la distribución).

La *idoneidad interaccional* depende de cómo el profesor organice el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula para favoreciendo la obtención de datos de contextos significativos para el estudiante y el trabajo en grupo con el propósito de generar discusión entre los alumnos. Además, de generar instancias para que los estudiantes comuniquen sus resultados al resto del curso.

La *idoneidad mediacional* está relacionada en los recursos que son necesarios para el proceso de instrucción. En el caso de esta investigación el principal material es el libro texto, donde se plasman las actividades que se han de desarrollar. Por lo que se considera adecuada, el profesor podría aumentarla proponiendo actividades basadas en la calculadora gráfica, ordenadores o applets.

La *idoneidad afectiva (emocional)*, nos parece adecuada, pues, aunque no se ha analizado explícitamente, las actividades propuestas son siempre contextualizadas y el contexto es próximo al niño (familia, escuela, juegos, vida cotidiana). También podrá aumentarse con la motivación que genere el profesor por el tema, aunque el uso del libro de texto y sus actividades son tradicionales en el proceso de instrucción.

Para finalizar, sobre la *idoneidad ecológica*, podemos indicar que esta idoneidad está presente en las conexiones que permiten los gráficos estadísticos en los libros de textos con otras materias, como conocimiento del medio, la vida del niño, y la sociedad del conocimiento, donde la construcción e interpretación de gráficos es parte de la cultura estadística.

#### **4.4. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

Como toda investigación se pueden observar limitaciones; por ejemplo, el número de libros considerados en el estudio y la cantidad de variables analizadas. Otras posibles variables serían los contextos en que se presentan las actividades; el tamaño del conjunto de datos; los conjuntos numéricos a utilizar o tipos de magnitudes consideradas.

Además se podría replicar el estudio con libros de textos chilenos para comparar o ampliar los resultados a otros niveles educacionales. Con todo ello se podría construir un cuestionario para evaluar el conocimiento sobre gráficos en profesores, estudiantes de profesorado, estudiantes de educación primaria y secundaria.

## REFERENCIAS

- Arteaga, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos*. Trabajo fin de Máster. Universidad de Granada.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, 76, 55–67.
- Arteaga, P., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2011). Gráficos estadísticos en la educación primaria y la formación de profesores. *Indivisa*, 12, 123-135.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *UNIÓN*, 18, 93-104.
- Arteaga, P., Batanero, C., Ortiz, J. J., y Contreras, J. M. (2011). Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Publicaciones*, 41, 33-49.
- Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141–154.
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2003). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperable en <http://www.ugr.es/local/jgodino/>.
- Ben-Zvi, D. y Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. En J. Garfield y G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 54-64). Voorburgo: International Statistical Institute.
- Bertin, J. (1967). *Semiologie graphique*. Paris: Gauthier-Villars.
- Bruno, A. y Espinel, M. C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas VII*, 57-85.
- Castellanos, M. (2013). *Tablas y gráficos estadísticos en pruebas SABER-Colombia*. Trabajo de Fin de Máster. Universidad de Granada.
- Castiello, J. M. (2002). *Los desafíos de la educación intercultural: migraciones y currículum*. Tesis Doctoral. Universidad de Oviedo.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 5-18.
- Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (2007). *ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria Obligatoria en Andalucía*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía (BOJA) 171.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Pensamiento educativo*, 49(1), 53-64.
- Escolano, A. (2009). El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 14, 169-180.
- Escorcia, O. (2010). *Manual para la investigación: guía para la formulación, desarrollo y divulgación de proyectos*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Escudero, J. M. (1983). La investigación sobre medios de enseñanza: revisión y perspectivas actuales. *Enseñanza*, 1, 87-119.



- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática*, XI, 99-119.
- Eudave, D. (2009) Niveles de comprensión de información y gráficas estadísticas en estudiantes de centros de educación básica para jóvenes y adultos de México. *Educación Matemática*, 21(2), 5-37.
- Fernández, E. y Mejía, M. (2010). Análisis de textos escolares para el diseño de situaciones de enseñanza. En G. García (Ed.), *Memoria 11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 61-68). Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.
- Fernández, A. y Sarramona, J. (1984). *La educación. Constantes y problemática actual*. Barcelona: CEAC.
- Ferreira, A. y Mayorga, L. (2010). Propuesta para la evaluación de libros de matemática de todos los niveles educativos. *Revista Ciencias de la Educación*, 20(35), 15-28.
- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid, España: Morata.
- Font, V., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). An ontosemiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 3-9.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Recuperable en: [www.amstat.org/Education/gaise/](http://www.amstat.org/Education/gaise/).
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Herbel, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.
- Li, D. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14(1), 2-8.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria*. Madrid: Autor.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- Méndez, M. y Ortiz, M. (2012). *Construcción y lectura de gráficos y tablas estadísticas*. Tesis de Licenciatura. Universidad Pedagógica Nacional Ajusco.

- MINEDUC (2012). *Matemática educación básica. Bases curriculares*. Santiago: Autor.
- MINEDUC (2013). *Bases curriculares Matemática 7° y 8° básico – 1° y 2° medio*. Santiago, Chile: Autor.
- Moore, D. (1999). *Estadística aplicada básica*. Barcelona, España: Antoni Bosch.
- Navarro-Pelayo, V. y Batanero, C. (1991). La combinatoria en los textos de Bachillerato. *Investigación en la Escuela*, 14, 123-127.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nortes, A. (1991). *Estadística teórica y aplicada*. Barcelona: PPU.
- Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.
- Pérez, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos*. Madrid: La Muralla.
- Quintero, A., Bohórquez, L. y Méndez, N. (2013). Representación tabular y gráfica en grado segundo a través de un álbum de animales. *Revista Científica, Número Especial*, 432-436.
- Reys, B. J., Reys, R. E. y Chavez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61-66.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural. En S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática*, (pp. 17-62). Sevilla: Alfar.
- Rodríguez, J. (2006). La investigación sobre los libros de texto y materiales curriculares. *Primer seminario internacional de textos escolares* (pp. 185-191). Santiago: Ministerio de Educación.
- Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: Mc Graw Hill.
- Schild, M. (2006). Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates and percentages. En B. Phillips(Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute. Recuperable en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Sevillano, M. L. (1995). Evaluación de materiales y equipos. En J. Rodríguez y O. Sáenz (Eds.), *Tecnología Educativa. Nuevas Tecnologías aplicadas a la Educación* (pp. 463-495). Alcoy: Marfil.
- Van Dormolen, J. (1986). Textual analysis. En B. Christiansen, A. G. Howson y M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp 141-171). Dordrecht: Reidel.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Wu, Y. (2004). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. *10th International Congress on Mathematics Education*. Copenhagen, Dinamarca.
- Zapata-Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 33, 234-247.
- Zapata-Cardona, L. y Quintero, S. (2009). Una experiencia didáctica en la enseñanza del teorema de Bayes. Trabajo presentado en el *10° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Pasto: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.
- Zapico, M. (2006). Interrogantes acerca de análisis de contenido y del discurso en los textos escolares. *Primer seminario internacional de textos escolares* (pp. 149-155). Santiago: Ministerio de Educación.