

Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias

Carmen Batanero, Universidad de Granada, España, Joan B. Garfield, Universidad de Minnesota, USA, M. Gabriella. Ottaviani, Universidad "La Sapienza", Roma, Italia y John Truran, Adelaida, Australia¹²³

Un fin importante del *IASE Statistical Education Research Group* (SERG) es promover la investigación relacionada con la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Como se describe en Jolliffe (1998), todavía necesitamos reconocimiento académico en las diferentes disciplinas o programas en los que trabajamos. Un paso para conseguir esta meta es definir "Qué es la Investigación en Educación Estadística" y convencer a otros de su validez como disciplina científica.

Algunos trabajamos en departamentos tradicionales de matemáticas o estadística; otros en departamentos de educación o en otras disciplinas, como economía o psicología. Algunos trabajamos en departamentos cuyos enfoques enfatizan el análisis de datos elemental en lugar del análisis estadístico formal y hacemos un uso mucho mayor de la participación de los estudiantes y los trabajos con proyectos que otros. Los departamentos suelen tener su cultura propia y, con frecuencia, no son completamente conscientes del valor de otras ideas o formas de trabajo. Las personas implicadas en la educación estadística provienen de áreas diferentes, lo que hace muy difícil diseñar y dirigir proyectos de investigación de calidad. Otras dificultades relacionadas con la investigación en educación estadística son que no parece tener validez o aplicabilidad general y muchos hallazgos potencialmente valiosos no han sido implementados en forma generalizada. Analizar por qué sucede esto nos puede ayudar a comprender mejor la naturaleza del trabajo que hacemos.

Debemos reconocer también que algunos académicos creen firmemente que la educación no es una disciplina que pueda contribuir de algún modo al conocimiento, especialmente al de su propia área de estudio. Puede ser difícil para los investigadores que trabajan en el campo de la educación estadística (bien sean estadísticos, pedagogos o investigadores educativos) conseguir que su trabajo de educación estadística sea reconocido y valorado por los departamentos de estadística o matemáticas. Es también importante para los que trabajan en educación comprender y ser comprendidos por la comunidad, los políticos, dirigentes en la industria y las escuelas.

Las numerosas conferencias sobre educación estadística (ICOTS, IASE Round Table Conferences, IASE reuniones de ISI, grupos de trabajo en estadística en ICME, PME, PME-NA, etc.), revistas, artículos publicados y recursos en Internet sugieren que la educación estadística ha alcanzado la mayoría de edad (Vere-Jones, 1997). Algunas buenas agendas de investigación han sido propuestas por Shaughnessy (1992) y Shaughnessy, Garfield y Greer (1996). Sin embargo, necesitamos todavía una mayor reflexión y discusión para clarificar qué debemos considerar como investigación en educación estadística, cómo establecer la validez de los resultados de la investigación, cuáles cuestiones deben ser estudiadas prioritariamente, y qué marcos teóricos y métodos de investigación deberían recomendarse para llevar a cabo esta investigación.

Otras áreas se han enfrentado al mismo problema. En educación matemática, por ejemplo, la *International Commission for Mathematical Instruction* organizó una conferencia en 1993 para clarificar la naturaleza de la investigación en educación matemática y, como resultado, publicó un libro reflejando las discusiones de la conferencia (Sierpiska y Kilpatrick, 1997). En este breve artículo queremos compartir con los miembros del *IASE SERG* un intento en que planteamos algunas cuestiones para promover la reflexión sobre el

¹ Artículo inicial publicado en *Statistical Education Research Newsletter* 1(2), <http://www.ugr.es/~batanero/sergroup.htm>

² Reacciones de H. Bacelar, Universidad de Lisboa; George W. Bright, Universidad de North Carolina, USA; Theodore Chadjiapadellis, Universidad de Tesalónica, Grecia; Lisbeth K. Cordani, Universidad de Sao Paulo, Brasil; Michael Glencross, Universidad de Transkei, Sudáfrica; P. K. Ito, profesor Emérito, Universidad de Nagoya, Japón; Flavia Jolliffe, Universidad de Greenwich. UK; Cliff Konold, Universidad de Massachusetts, USA; Susanne Lajoie, Universidad McGill, Canadá; Marie-Paule y Bruno Lecoutre, Universidad de Rouen, Francia; Maxine Pfannkuch, Universidad de Auckland, Nueva Zelanda; Dave Pratt, Universidad de Warwick. UK. Publicado en *Statistical Education Research Newsletter* 1(2),

³ Respuesta de los autores publicada en *Statistical Education Research Newsletter* 2(2)

trabajo que realizamos actualmente y sobre las direcciones futuras que nuestra investigación debiera seguir. Animamos a los lectores a pensar sobre estas ideas y enviarnos sus comentarios y reacciones.

Fundamentos de la investigación

Hay una fuerte dependencia entre los buenos problemas de investigación sobre la enseñanza de la estadística y las cuestiones teóricas y metodológicas. La educación estadística es un campo de investigación relativamente joven, cuyos investigadores se han formado en una variedad de disciplinas diferentes. Sin embargo, la educación como disciplina académica ya tiene una existencia de 100 años, y siempre ha cruzado - hasta cierto punto- las fronteras de otras áreas. La educación estadística necesita trabajar con los educadores de todas las disciplinas y especialmente con los educadores matemáticos, puesto que en la escuela secundaria son los matemáticos quienes enseñan la estadística.

Aunque creemos que la estadística tiene sus características y formas de razonamiento propias, reconocemos la necesidad de colaborar con los educadores matemáticos para hacer investigación en los niveles no universitarios. La educación estadística debe construirse sobre el trabajo relacionado en otras disciplinas y hacer uso de los lazos interdisciplinarios que hay ya establecidos. Creemos que todas las preguntas siguientes son relevantes para la comprensión de la educación estadística y comentamos brevemente algunas de ellas:

- *¿Qué modelos psico-pedagógicos nos pueden ayudar a comprender el desarrollo del razonamiento estadístico y como podemos usar estos modelos para facilitar este desarrollo?*
- *¿Qué teorías de enseñanza-aprendizaje pueden contribuir a comprender y explicar la enseñanza y aprendizaje de la estadística?*
- *¿Qué entornos y métodos de aprendizaje se corresponden con los diferentes modelos de aprendizaje o de desarrollo cognitivo?*
- *¿Deberíamos adaptar algunas teorías sobre enseñanza y aprendizaje al caso específico de la enseñanza y aprendizaje de la estadística?*
- *¿En qué sentido la enseñanza y aprendizaje de la estadística es específicos y cómo se relaciona con la enseñanza y aprendizaje de la matemática y de otras disciplinas?*

A veces desarrollamos modelos que funcionan bien sólo para los estudiantes dentro de la cultura particular en que el modelo se ha desarrollado. Una limitación de algunos resultados de investigación es precisamente no tener en cuenta diferentes parámetros culturales que son relevantes y esto puede resultar crítico para la aceptación de sus resultados.

- *¿Cómo influye el contexto cultural en la transferibilidad de los resultados de la investigación?*

Los métodos y la filosofía de investigación cambian con el tiempo. Esto ocurre en parte porque las preguntas de investigación o las técnicas disponibles evolucionan. Dichos cambios producen tensión entre las personas que trabajan sobre los mismos temas desde una perspectiva diferente. Nuestra experiencia sugiere que, generalmente, es imposible razonar si el método antiguo o el nuevo es siempre mejor y creemos que los investigadores deben examinar continuamente su trabajo y buscar el mejor modo de recoger la información que permita dar respuesta a sus preguntas de investigación.

- *Teniendo en cuenta la diversidad de enfoques, ¿cuáles son las características de una investigación de calidad en educación estadística? ¿Cómo podríamos desarrollar criterios de evaluación de lo que es una buena investigación?*

Tenemos ya bastante experiencia de investigación en educación estadística en el ámbito internacional. Por tanto, podríamos estar ya en una etapa en que sea posible elaborar algunos principios generales sobre temas como:

- *¿Qué conocimiento base necesitamos para realizar una investigación de calidad en educación estadística? ¿Cuál es la mejor forma de preparar los investigadores que sean capaces de desarrollar una buena investigación en este campo? ¿Debiéramos tratar de identificar y organizar un programa para preparar investigadores en educación estadística?*

Preguntas específicas de investigación

En educación matemática Godino y Batanero (1998) clasifican las preguntas de investigación en dos categorías principales: a) preguntas sobre el significado de los objetos matemáticos en las instituciones educativas (significado institucional) y para los individuos (significado personal); y b) estudio de la evolución de estos significados en el tiempo; por ejemplo, estudio de la evolución del significado personal de los estudiantes respecto a cierto concepto como consecuencia de la instrucción. Esta clasificación puede ser útil para la educación estadística, donde también hay áreas específicas que requieren resultados de investigación. Sugerimos algunas de ellas que requieren atención preferente:

Razonamiento estadístico. Mientras que con frecuencia se describe el razonamiento, pensamiento y capacidad estadística como resultados esperados de la educación estadística y un artículo reciente en *International Statistical Review* (Wild, C. J., & Pfannkuch, M., 1999) presentó un modelo de razonamiento estadístico, no hay un consenso sobre el significado o las diferencias de estos tres conceptos. El año pasado se organizó un *Research Forum on Statistical Thinking, Reasoning, and Literacy (STRL1)* en el Kibbutz Be'eri, Israel, donde un pequeño grupo de investigadores se reunió para compartir su investigación y clarificar el significado de estos términos. Las grabaciones de trabajos de los estudiantes sirvieron como base para demostrar o provocar discusiones sobre diferentes tipos de razonamiento. En este momento se planifica un libro sobre el tema y un segundo forum (*SRTL2*) para 2001. El tema de *ICOTS-6, Durban (SA) 7-12 Julio 2000* es "Desarrollo de una sociedad estadísticamente capaz" y se planifican sesiones especiales y un día sobre "Capacidad estadística".

- *¿Cuáles son las diferencias entre capacidad estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico? ¿Cuáles son las metas de desarrollo de los estudiantes de estos tipos de procesos cognitivos y cómo evaluarlos?*

Tecnología. Hoy día muchos estudiantes aprenden estadística con la ayuda de las nuevas tecnologías. El software y las herramientas tecnológicas cambian el significado de la estadística porque introducen nuevas representaciones, cambian la forma en que trabajamos con los objetos estadísticos y el tipo de problema que los estudiantes encuentran en la clase. Por otro lado, el rápido cambio del software estadístico implica la necesidad de una revisión constante de las actividades de enseñanza. Aunque ya hay estudios que examinan la enseñanza de la estadística con la ayuda del ordenador, no hay todavía un consenso sobre cuál debiera ser el papel de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística.

- *¿Qué tipo de actividades, demostraciones, simulaciones y explicaciones (del profesor, materiales multimedia y/o libro) pueden ayudar al estudiante a construir una comprensión profunda de los conceptos estadísticos, frente a una mera comprensión superficial de algoritmos y procedimientos?*
- *¿Cuáles son los efectos de las herramientas tecnológicas sobre el aprendizaje de los estudiantes?*

Razonamiento inferencial. La mayor parte de las escuelas secundarias incluyen ahora el análisis de datos, la probabilidad y la inferencia en el currículo de matemáticas. Sin embargo, muchos de estos estudiantes, así como los estudiantes de los cursos de introducción a la estadística en la universidad no poseen un bagaje matemático suficiente para un estudio formal de los temas de probabilidad e inferencia estadística. Muchos de estos estudiantes no dominan el cálculo y son pocos los que dominan las ideas básicas de probabilidad. Necesitamos encontrar métodos intuitivos para introducir ideas básicas de inferencia estadística a estos estudiantes, posiblemente con la ayuda de las simulaciones con ordenador. Debemos explorar la mejor forma de usar estos métodos y hasta qué grado pueden los estudiantes desarrollar los conceptos y el uso de herramientas estadísticas para la resolución de problemas.

- *¿Cómo ayudar a los estudiantes con escasos conocimientos matemáticos a comprender la inferencia estadística?*
- *Dado que muchos decisores en nuestra sociedad no tienen una instrucción formal en estadística, ¿hay formas de lograr una comprensión pre-formal de la inferencia estadística, que pueda ser la base posterior de la enseñanza formal de la inferencia, incluso para aquellos cuyas capacidades matemáticas son limitadas?*

Formación de profesores. Las modernas teorías pedagógicas sobre la formación de profesores diferencian dos tipos de conocimiento que los profesores debieran adquirir: conocimiento del contenido (por ejemplo, conocimiento de la estadística) y conocimiento didáctico (por ejemplo, conocimiento sobre la didáctica de la estadística). No está claro, sin embargo, cuál es la mejor forma de enseñar el contenido estadístico a los

futuros profesores, puesto que la formación matemática de los profesores de primaria y secundaria es bastante diferente.

También encontramos problemas en la formación de los profesores en los niveles primario, secundario y universidad sobre el "conocimiento didáctico". En primer lugar, necesitamos determinar los componentes del conocimiento didáctico, que incluye conceptos de pedagogía, psicología, conocimientos específicos sobre las concepciones erróneas, intuiciones, epistemología, currículo y materiales en estadística. En segundo lugar, debemos diseñar "situaciones didácticas" que permitan adquirir estos conocimientos a los futuros profesores. Si queremos que los profesores desarrollen métodos constructivistas de enseñanza, no debíamos usar una enseñanza expositiva para el contenido didáctico.

- *¿Cómo hacer conscientes a los profesores de las actividades idóneas para usar en sus clases y mejorar el aprendizaje de los estudiantes?*
- *¿Cómo pueden aprender a desarrollar una mezcla razonable de actividades diferentes que cubran el contenido pretendido?*
- *La naturaleza progresivamente creciente de una sociedad de la información hace muy importante formar profesores expertos en estadística. Ello implica que cada vez es más prioritario establecer formas efectivas de preparar a los profesores en formación y en ejercicio. ¿Cómo podemos lograrlo?*
- *¿Cuáles son las concepciones de los profesores sobre la probabilidad y estadística?* Esta pregunta, planteada por Shaughnessy (1992) no ha sido suficientemente investigada.

Finalmente, hay varios temas en los que la investigación es escasa, como, los estudios longitudinales sobre el razonamiento estadístico, el desarrollo de la comprensión de la variación en los estudiantes, etc.

Este artículo sólo es un primer intento de definir cuestiones prioritarias de investigación en educación estadística y esperamos que el documento inicie una amplia discusión sobre el tema. Invitamos a nuestros lectores a enviar sus reacciones al editor. Pensamos continuar la discusión en un número futuro, donde algunos reactivos invitados contribuyan con una discusión breve a este trabajo.

Referencias

- Godino, J. D. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area for research in mathematics education. En A. Sierpinska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 177–195). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Jolliffe, F. (1998). What is research in statistics education? En L. Pereira-Mendoza, L. Seu Kea, T. Wee Kee y W. K. Wong (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (v.2, pp. 801-806). Singapore: IASE.
- Shaughnessy, J. M. (1982). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D. A. Grows (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). New York: MacMillan.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data handling. En A. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (Vol.1, pp. 205-237). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Sierpinska, A. y Kilpatrick, J. (Eds.) (1998). *Mathematics education as a research domain: A search for identity* Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Vere-Jones, D. (1997). The coming of age of statistical education. *International Statistical Review*, 63(1), 3–2.
- Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (con discusión por T. M. F. Smith, D. S. Moore, N. E. Breslow, R. D. Snee y R. Biehler). *International Statistical Review*, 67(3), 221-266.
-

Reacciones al artículo

Publicadas en *Statistical Education Research Newsletter*, 2(1), <http://www.ugr.es/~batanero/sergroup.htm>

1. Sobre el artículo “Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias”

H. Bacelar-Nicolau, Facultad de Psicología y Ciencias de la Educación, Lisboa, Portugal, <hbacelar@fc.ul.pt>

Como estadística-matemática que ha trabajado mucho tiempo como profesora e investigadora en estadística y análisis de datos, me fui implicando paso a paso en cuestiones interdisciplinares sobre la enseñanza u aprendizaje de la estadística, y de algún modo en la investigación sobre educación estadística. Mis principales centros de trabajo fueron sucesivamente un departamento de matemáticas tradicional, un departamento de estadística tradicional y, actualmente, una facultad de psicología y educación.

Ser, por tanto, consciente de los desarrollos actuales en educación estadística llegó a ser tan relevante y urgente en mi vida profesional como estar actualizada en los nuevos desarrollos en investigación en estadística. El artículo de Carmen Batanero, Joan B. Garfield, M. Gabriella Ottaviani y John Truran representa, en consecuencia, un gran desafío. Lo he discutido con varios compañeros para tratar de encontrar respuestas claras y concisas a algunas de sus preguntas. Por tanto, no tengo más preguntas que añadir sobre el futuro, pero añadiré en esta nota algunos de mis pensamientos actuales, más que respuestas o soluciones y algunos comentarios y hechos para analizar.

En primer lugar, nuestra experiencia sobre el campo de aplicación de la estadística es que "Qué es la investigación en educación estadística" tiene mucho en común con "Qué es la investigación en educación en otras ciencias", donde "otras ciencias" puede reemplazarse por "matemáticas", e incluso "médica" o "educativa" (la repetición parece aquí apropiada!). Por tanto, describir e interpretar algunos grupos de rasgos comunes y para encontrar y explicar un conjunto específico de estos grupos, cada uno asociado con "educación en otras ciencias", puede ser un buen tema de investigación que nos proporcione algunos métodos comunes y factibles de investigación y nos ayude a encontrar otros (nuevos) enfoques específicos y más ricos.

No hay duda que "los investigadores que trabajan en educación estadística (...) pueden tener dificultades en conseguir reconocimiento para su trabajo por parte de los departamentos de estadística y matemáticas", como ocurre con frecuencia cuando la interdisciplinariedad tiene un papel fuerte. De hecho tenemos claro que ser un buen profesor de estadística no es equivalente a ser un buen investigador en educación estadística ni a ser un buen investigador en estadística, aunque es bastante posible encontrar una combinación de dos o tres de estos atributos en la misma persona.

Tampoco dudamos que muchos trabajos que aparecen en conferencias o revistas de educación estadística son claramente investigaciones en educación estadística: se ajustan bastante bien a la idea de que la investigación científica produce resultados sobre nuevos hechos, sobre el comportamiento de fenómenos o nuevas leyes que gobiernan su comportamiento" y más aún, "puede orientarse hacia el hallazgo de nuevas formas de reorganizar las cosas para cambiar la forma en que se comportan"...

Nuestra experiencia en el campo de la estadística, en particular, sobre análisis de datos multivariantes (a.d.m.) nos proporcionó un interés creciente por desarrollar y conocer más las estrategias de enseñanza y de formación y por resolver las dificultades de los estudiantes en los temas de a.d.m. La metodología del a.d.m. es cada día más relevante, tanto desde el punto de vista teórico, como del de las aplicaciones en una gran variedad de dominios. La enseñanza y/o formación y el aprendizaje de métodos y técnicas de a.d.m. y del software apropiado (esto es, el software para hacer a.d.m. o el software para aprender a.d.m.) a diferentes niveles, con diferentes personas es tema muy importante y, a veces, difícil, tanto para los profesores como para los estudiantes. Por tanto, el debate y acuerdo/desacuerdo sobre este tema parece ser un área relevante de investigación.

Creemos que las sociedades científicas son lugares excelentes para mejorar la investigación científica de las áreas en desarrollo y que las reuniones científicas son ocasiones apropiadas para promover discusión sobre

ella. Como miembro del International Statistical Institute, participé en la conferencia ISI99 en dos sesiones de trabajos invitados sobre "la enseñanza y la formación sobre análisis de datos multivariantes" y "educación estadística para la vida".

En esta sesión de trabajos invitados, se mostró el papel central de la educación estadística en ciencias forenses, ciencias de la salud y organismos oficiales de estadística ("preocupados por el mundo externo"). En la primera sesión de trabajos invitados, presentadores, reactivos y participantes analizaron la enseñanza, aprendizaje y formación en a.d.m. proponiendo para discusión sus ricas experiencias en áreas tan diversas como las ciencias humanas, gestión y negocios, estadística matemática y ciencias ambientales en lugares tan diferentes como Francia, Alemania, Estados Unidos y Japón. Los trabajos incluidos en las dos sesiones y las discusiones en las mismas me permitieron comprender que los dos temas tienen en realidad mucho en común y a darme cuenta de que ambos tienen en común el que deben convertirse en temas importantes de investigación en educación estadística.

Déjenme concluir esta nota refiriéndome con más detalle a dos ejemplos de experimentos que se presentaron en dichos trabajos en ISI. Un trabajo explicó una nueva forma de enseñar regresión múltiple a estudiantes de empresariales por medio del estudio de casos: el autor describió su propia experiencia de enseñanza del tema en cursos elementales de estadística a estudiantes de empresariales en su universidad, enfatizando el estudio de casos: resaltó que dicho enfoque es semejante a los métodos de discusión estándar que se usan en el currículo de empresariales, aunque se emplea rara vez en las clases de estadística; él discutió el curso, los estudiantes, el enfoque de estudio de casos y su aplicación particular a las clases de regresión, así como los resultados de aplicarlo.

El otro ejemplo describe una experiencia realizada por un pequeño grupo de estudiantes, que simplemente sugiere que las ideas comunes sobre la aleatoriedad es con frecuencia la de una distribución uniforme "robótica", sin ningún cluster. Los dos ejemplos muestran claramente la necesidad real de una educación estadística permanente, intuitiva, pero rigurosa. Más aún, los dos ejemplos proporcionan finalmente respuestas/ caminos particulares a la educación estadística sobre "en qué sentido la enseñanza y aprendizaje de la estadística es específicos y cómo se relaciona con la enseñanza y aprendizaje de la matemática y de otras disciplinas" y "Cómo los métodos de aprendizaje se corresponden con los diferentes modelos de aprendizaje o de desarrollo cognitivo" en el excelente trabajo de Carmen Batanero, Joan B. Garfield, M. G. Ottaviani y John Truran.

Referencias

- LeCalvé, G., Bryant, P., Baumer, H. P. & Matusita, K. (1999). Trabajos en el Invited Paper Meeting on "Teaching and training multivariate data-analysis" (Organizador. H. Bacelar-Nicolau). *Proceedings of the 52 Session of the International Statistical Institute* (Tomo LVIII, Libro 2, pp. 209-226). Helsinki: International Statistical Institute.
- Bacelar-Nicolau, H. (1999). Discusión en la Sesión sobre "Statistical Education for Life" (Organizador: Brian Philips), *Proceedings of the 52nd Session of the International Statistical Institute* (Tomo LVIII, Libro 3, pp. 173-174). Helsinki: International Statistical Institute.
- Bacelar-Nicolau, H., Nicolau, Costa, F., Dias, O., & Ramos, L. (1998). LEASP-97: An improvement in teaching and analyzing new methodology on probabilistic clustering models: En L. Pereira-Mendoza, L. Seu Kea, T. Wee Kee, & W. K. Wong (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 863-869). Singapore: International Association for Statistical Education and International Statistical Institute.
- Jolliffe, F. (1998). What is research in statistics education?, En L. Pereira-Mendoza, L. Seu Kea, T. Wee Kee, & W. K. Wong (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 801-806). Singapore: International Association for Statistical Education and International Statistical Institute.
-

2. Preguntas de Investigación en Educación Estadística

George W. Bright, Universidad de North Carolina, Greensboro, USA, <Brightgeo@aol.com>

Hay una variedad de perspectivas que podemos usar como lentes para ver la educación estadística y el razonamiento estadístico, pero mis lentes serán aquí "el razonamiento sobre los datos". A diferencia de muchas otras situaciones de resolución de problemas en matemáticas, el razonamiento sobre los datos casi nunca es completo; las respuestas rara vez son finales. Esto se refleja en los modelos (e.g., Kader & Perry, 1994) típicamente propuestos como conceptualizaciones para el razonamiento sobre los datos. Dichos modelos caracterizan este proceso de razonamiento como "circular," con la interpretación de los datos llevando siempre hacia atrás a reexaminar si las preguntas inicialmente planteadas fueron apropiadas. Una implicación para comprender el razonamiento sobre los datos es que las habilidades de monitorización explícita del aprendiz son una parte esencial del "quehacer estadístico" y quizás una parte más crítica del éxito en esta área que pueda ser el caso de la mayoría de las otras ramas de matemáticas. El estudio de como se desarrolla la comprensión o el razonamiento sobre los datos se confunde, entonces, con la necesidad de estudiar simultáneamente las habilidades metacognitivas.

La noción (que comparten conmigo Paul Cobb y Kay McClain de Vanderbilt University) de "interrogar los datos" lleva consigo una imagen muy apropiada de lo que implica el razonamiento sobre los datos. ¿Qué podemos aprender de un conjunto de datos? ¿Qué preguntas debemos hacer para revelar esta información? Claramente, el contexto de un conjunto de datos es absolutamente esencial para comprender la información contenida en estos datos. Por ejemplo, al comparar datos sobre el rendimiento de los sistemas de circulación de aire, las interpretaciones podrían ser muy diferentes en el contexto de ajuste de una nave espacial o en el diseño de un edificio de oficinas. La fiabilidad es claramente una cuestión más importante para una nave que para un edificio. Cuando los estudiantes exploran y recogen sus propios datos probablemente se familiarizan con el contexto, pero, ¿cómo podemos provocar una comprensión de la riqueza de las posibles cuestiones a ser exploradas? ¿Cómo influye la comprensión que el aprendiz tiene del contexto en su interpretación de los datos representados en una gráfica? ¿Es posible interpretar los datos en forma precisa sin un nivel de comprensión significativo del contexto?

Parte de nuestra comprensión del razonamiento sobre los datos viene del estudio de los componentes que podrían ser parte de este razonamiento. Estos componentes (e.g., plantear preguntas, analizar los datos) son sugeridos por el modelo de razonamiento que forma la base de dicho trabajo, pero una investigación profunda del modelo escogido puede revelar componentes que no son inmediatamente obvios. Un análisis detallado de los componentes puede recibir gran cantidad de información del conocimiento que ha surgido en otras disciplinas. Por ejemplo, conocemos que los trabajos sobre comprensión de los gráficos (e.g., Friel, Curcio y Bright, en prensa) han sido influenciados por estudios anteriores sobre decodificación visual y por estudios recientes del desarrollo de la capacidad. Necesitamos construir sobre dicho trabajo, sin sentirse restringido por el mismo. Es importante considerar las perspectivas teóricas y las técnicas de investigación de cualquier investigación que usemos como base. Para el razonamiento sobre los datos muchas preguntas vienen a la mente. ¿Cómo llegan los estudiantes a comprender los requerimientos perceptuales de varios tipos de gráficos? ¿Ayuda el escuchar las interpretaciones que otros hacen de los gráficos nuestra comprensión de los mismos? ¿Cómo podemos ayudar a los niños a convertirse en inventores de representaciones que proporcionen los mensajes pretendidos sobre el significado de los datos? ¿Hay tareas explícitas que provoquen estas oportunidades?

El razonamiento sobre los datos ha sido difícil de estudiar porque los materiales curriculares y las estrategias curriculares han sido históricamente bastante limitadas, de modo que los estudiantes no han tenido buenas oportunidades de aprender a razonar sobre los datos. Hasta la publicación de los Standards del NCTM en 1989 la estadística no llegó a ser una rama altamente visible del currículo de matemáticas en Estados Unidos. La mayor parte de los profesores de hoy día fueron educados antes de la publicación de estos estándares, de forma que su conocimiento estadístico es limitado. Por supuesto solo los graduados recientes de los programas de educación de profesores han completado un curso de estadística y la mayoría de profesores de las escuelas de primaria todavía no tienen una educación estadística explícita como parte de su preparación en la universidad.

Como investigadores, continuamos enfrentándonos a la dificultad de tener que ayudar a los profesores a comprender el razonamiento sobre los datos, para que se sientan seguros y competentes cuando enseñan este tema. El desarrollo de programas de desarrollo profesional (e.g., Friel & Bright, 1998) debe continuar llenando este hueco al mismo tiempo que estudiamos el razonamiento de los estudiantes sobre los datos. Este dilema plantea varias cuestiones críticas. ¿Cuál es la influencia de la instrucción sobre el razonamiento acerca de los datos? ¿Cómo influyen distintos tipos de tarea en lo que los estudiantes aprenden? Y por supuesto es también importante examinar los cursos de preparación de los profesores en sus programas de formación inicial. ¿Cómo afectan estos cursos a lo que el profesor conoce y a lo que enseña? ¿Cómo estructurar otras experiencias de desarrollo profesional de modo que los profesores aprendan no sólo como interpretar mejor los datos presentados en gráficos sino también como ayudar a sus estudiantes a desarrollar las mismas habilidades?

El razonamiento sobre los datos es un área en la que podemos estudiar como los profesores y los estudiantes aprenden juntos el contenido (o al menos casi al mismo tiempo). Puesto que el conocimiento continua ensanchándose, habrá otras nuevas áreas de conocimiento que los profesores y estudiantes deberán explorar conjuntamente. Debemos saber como apoyar este aprendizaje común. El desarrollo profesional efectivo del siglo 21 necesitará cada vez más enfocarse en el aprendizaje de los profesores de un contenido que están enseñando también a sus estudiantes.

Si vamos a mejorar la enseñanza del razonamiento sobre los datos y hacer más sofisticado nuestro estudio de este razonamiento, tanto los investigadores como los profesores, necesitan marcos teóricos para comprender el contenido y las estrategias usadas en la resolución de problemas representativos. ¿Cuáles son los puntos claves de la comprensión? ¿Es evolutivo el razonamiento sobre los datos? Parece que el secuenciar los tipos de gráficos durante la instrucción puede promover una comprensión más profunda de la reducción de datos y desarrollar diferentes aspectos del sentido gráfico. ¿Cuáles son las secuencias más efectivas?

Referencias

- Friel, S. N. y Bright, G. W. (1998). Teach-Stat: A model for professional development in data analysis and statistics for teachers k-6. En S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: Learning, teaching, and assessment in grades k-12* (pp. 89-117). Mahway, NJ: Erlbaum.
- Friel, S. N., Curcio, F. R. y Bright, G. W. (En prensa). Making sense of graphs: Critical factors influencing graph comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*.
- Kader, G. y Perry, M. (1994). Learning statistics. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 130-136.

3. Reacción al trabajo Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias

*Theodore Chadjipadelis, Department of Education, Aristotle University of Thessaloniki, Greece,
<chadji@olymp.ccf.auth.gr>*

En primer lugar debo decir que considero este trabajo muy interesante y, a continuación, contribuiré con algunos comentarios.

En los párrafos 1 y 2 se definen bien los aspectos interdisciplinarios del tema, aunque algunas referencias justificarían mejor el argumento de los autores de que "Algunos académicos creen firmemente que la educación no es una disciplina..."

Fundamentos de la investigación

Las preguntas de la segunda sección deben reorientarse de acuerdo con el perfil del estudiante y su interés en estadística, en sí misma, o por su uso en la investigación con propósitos multidisciplinares. Podemos añadir a esta sección los principios adicionales que sugiero a continuación.

Al tratar de responder la pregunta general "¿Qué significa la investigación en educación estadística?", debemos considerar el hecho de que la investigación y la enseñanza varían, dependiendo de nuestro entorno académico. Yo clasificaría los entornos académicos en tres categorías:

1. Estudiantes con buena base estadística, especialmente los que ingresan en los cursos introductorios de teoría de la probabilidad, combinatoria, computación, pero que tienen dificultades en comprender la "estocasticidad". Es decir, les resulta difícil comprender que en estadística no hay una verdad absoluta. Mientras que en matemáticas cada proposición lógica puede demostrarse que es verdadera o falsa, en estadística cada conjetura lógica (hipótesis) se acepta o rechaza con un nivel de significación. Es también difícil comprender que en estadística los valores de los datos (o las variables estadísticas) tienen un significado "real", significan algo (e.g., los símbolos V, M, tienen un significado real para el género), en lugar de ser sólo signos abstractos como los que usamos en las estructuras matemáticas abstractas (e.g los conjuntos R, Z, N). Al mismo tiempo, algunos consideran que la estadística sólo es relevante cuando los principios anteriores, -verdad absoluta, estructura abstracta- se satisfacen, es decir, cuando se convierte en un parte de las matemáticas.
2. Estudiantes con sólida base matemáticas - en particular en los cursos introductorios al Cálculo, Teoría de Números, Métodos matemáticos en ciencias (como Física) y que se interesan en el uso de técnicas específicas en sus propias disciplinas (e.g. Ingeniería, Económicas o Ciencias). La estadística es significativa para ellos porque es útil en las aplicaciones, pero no son capaces de comprender la importancia de la modelización (es decir, de construir modelos abstractos para las situaciones reales) y no prestan atención a los supuestos del modelo, al estudio del contexto y a la explicación de los resultados.
3. Estudiantes con poca base matemática que consideran que una simple familiaridad con el análisis de datos les permite organizar y llevar a cabo una investigación empírica y usar técnicas avanzadas. Nuestros colegas en otras disciplinas usualmente también conocen- principalmente como usuarios- técnicas avanzadas que usan o han usado en sus investigaciones.

En cada una de estas áreas académicas nuestra estrategia didáctica tiene que ser orientada hacia la clarificación de las concepciones erróneas descritas, de modo que la necesidad de pedir ayuda al estadístico, como colaborador necesario en todas las etapas de la investigación - diseño, ejecución y explicación de resultados resulte evidente.

Un estadístico (que viene del entorno A) debe tener buena capacidad de comunicación, conocimiento sobre el tema de investigación, habilidad para escoger o construir técnicas estadísticas. Un investigador (que viene de los entornos B y C) debería poder formular hipótesis, tener facilidad de comunicación y ser capaz de comprender las limitaciones y requerimientos de las técnicas.

En la educación obligatoria, la estadística debe ser orientada principalmente a la presentación y análisis de datos e información de ejemplos reales y los medios de comunicación. La formación de un ciudadano crítico es posible mediante la educación estadística.

Algunas preguntas de investigación adicionales

1. Los estadísticos con frecuencia usan los mismos métodos de enseñanza e incluso el mismo libro de texto, cambiando sólo los ejemplos, en función del ambiente académico, lo cual es generalmente incorrecto. ¿Cuál es el mejor medio de enseñanza o la mejor combinación de métodos en cada ambiente académico?
2. Tenemos que evaluar (con técnicas estadísticas) la efectividad de cada enfoque de enseñanza, considerando el tiempo y el lugar. ¿Deberíamos desarrollar herramientas y técnicas generales de evaluación?
3. Cuando usamos proyectos con frecuencia enseñamos a organizar un proyecto y a presentar sus resultados. ¿Es posible enseñar estadística usando proyectos en lugar de enseñar proyectos usando estadística? ¿Cuáles son las condiciones?
4. Deberíamos eliminar las barreras escolares. Los profesores deben cooperar al enseñar a sus alumnos para darles no sólo la esencia del tema específico sino también las relaciones e interacciones entre diferentes temas. ¿Cómo podemos lograrlo?
5. Los ordenadores y otras herramientas deben usarse en las actividades educativas cotidianas. ¿Cómo puede el profesor de estadística colaborar en este uso en el ámbito escolar? ¿Cómo se debieran formar los profesores? ¿Cómo organizar un laboratorio de estadística y quién debe hacerlo? ¿Cómo usar los materiales cotidianos en la enseñanza e investigación?

Finalmente, nuestros esfuerzos deben orientarse hacia estándares generales y un currículo unificado. Después de todo, en muchos casos usamos los mismos materiales y métodos en la enseñanza e investigación y nos enfrentamos a los mismos problemas y realidades.

4. Comentarios sobre al artículo Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias

Lisbeth K. Cordani, Instituto Mauá de Tecnologia, São Paulo, Brazil, <lisbeth@ime.usp.br>

Hace unos años pregunté al director de una institución académica en matemáticas y estadística por qué no desarrollaba una nueva línea de investigación sobre educación matemática y estadística. Su respuesta fue estricta y categórica:

“Sólo los investigadores muy experimentados podrían realizar una investigación efectiva sobre la enseñanza y el aprendizaje. Sin embargo, después de lograr el éxito en un campo específico de investigación en estadística o matemáticas, los investigadores no están dispuestos generalmente a cambiar de este área específica al campo amplio y desconocido de la educación”

La investigación sobre enseñanza y aprendizaje es casi inexistente en los departamentos de estadística en Brasil. Las iniciativas para comenzar investigación educativa en estos departamentos son, con frecuencia, aisladas y no tienen apoyo institucional. Más aún, las instituciones que subvencionan la investigación no estimulan los proyectos de investigación educativa, que no logran conseguir fondos, con el argumento de que los candidatos no tienen suficiente experiencia en el tema- continuando así un círculo vicioso.

Solo coincido parcialmente con los autores en la necesidad de colaborar con los matemáticos en los diferentes niveles educativos. En mi opinión, tenemos también que colaborar con los profesores de otras áreas que trabajan con la cuantificación, como la física, biología, sociología, etc. Primero, puesto que la estadística es obviamente interdisciplinar, la estadística así como las otras áreas se beneficiará de tal colaboración. Segundo, aunque la estadística y la matemática se relacionan mediante los útiles cuantitativos, tienen sus propios modos específicos de razonamiento y deben, por tanto, ser separadas. Por ejemplo, un estudiante brillante en matemáticas podría no tener interés por la estadística y al mismo tiempo es posible encontrar un estudiante sin interés en las matemáticas que tenga un gran éxito en estadística.

Los que enseñan estadística saben que cada pregunta planteadas por los autores es también su propia pregunta. Muchas de estas cuestiones están relacionadas y, por supuesto, todas son muy importantes. Discutiré sobre la enseñanza de la inferencia a nivel de pregrado y sobre el uso de los proyectos para hacer más significativo el aprendizaje de los estudiantes.

De acuerdo con el paradigma actual, cada estudiante de pregrado toma un curso básico de estadística. El programa de estos cursos sigue la tradición Anglosajona, que proviene de los años sesenta donde la búsqueda de una base científica para el conocimiento era muy valorada.

Los estudiantes (en especial en biología y ciencias humanas) no comprenden por qué la estadística se incluye en sus currícula, puesto que no se hace referencia a la estadística en otras disciplinas, que describen un mundo determinista. Puesto que no tienen preocupaciones científicas, no ven cómo la estadística les puede ayudar. Todavía es peor cuando los profesores de estadística sólo usan dados, monedas y urnas como ejemplos de fenómenos aleatorios, que son fáciles de entender, pero que carecen de interés para los estudiantes. Comenzar la enseñanza desde los ejemplos más simples puede ser el medio más rápido de entender la técnicas, pero los profesores deben facilitar la transferencia del conocimiento abstracto de un escenario a otro. Los estudiantes precisan la orientación del profesor; ni el conocimiento abstracto ni el instrumental por si solos son adecuados. Necesitan ver alguna conexión a un significado en sus áreas específicas.

El curso introductorio de estadística en el nivel de pregrado comienza con algunos conceptos de probabilidad y estudios descriptivos de datos. Es corriente presentar las ideas de inferencia en la segunda parte del programa, la mayoría de las veces con un punto de vista clásico (una fusión entre las metodologías de Fisher y Neyman- Pearson). Los estudiantes, que son principiantes en la universidad, no conocen los procesos científicos, las hipótesis, estudios observacionales, etc. Además encuentran difícil la lógica condicional. Estos y

muchos otros problemas hacen que les sea difícil la inferencia y como consecuencia desarrollan una actitud negativa hacia la estadística y usan la inferencia de forma instrumental, sin consideraciones epistemológicas. La falta de tradición de desarrollar actividades interdisciplinarias contribuye a esta situación.

Desde mi punto de vista, la inferencia debería enfocarse más desde el punto de vista filosófico que instrumental, dando a los estudiantes algún tiempo para discutir los procedimientos de investigación científicos, así como algunos enfoques de investigación diferentes, indicando sus ventajas y desventajas. Por ejemplo, se podría presentar una comparación entre los enfoques clásico y Bayesiano.

La escuela Bayesiana, renacida a mitad del siglo XX no ha alcanzado en educación la misma relevancia que la escuela clásica, debido a razones filosóficas y tecnológicas. Los estudiantes aprenden el enfoque probabilístico Bayesiano, pero es muy difícil encontrar un programa que presente el enfoque estadístico Bayesiano. A veces se argumenta que los estudiantes no tienen suficiente base en probabilidad condicional. Otras se presentan otras razones diferentes.

En cada curso introductorio de inferencia los estudiantes debieran ser introducidos a los dos enfoques clásico y Bayesiano: ¡Considero esto como una de las misiones principales de los profesores, sean o no Bayesianos! El estado de la inferencia debería ser considerado como parte de la historia de la estadística, en lugar de ocultarse. ¡También pienso que es más fácil introducir estos fundamentos a los estudiantes que tratar de hacerles comprender un test clásico de hipótesis para la diferencia de dos medias con varianzas desconocidas pero diferentes!

Respecto a la relación entre estudiantes y profesor, es importante recordar que ser un buen profesor no es suficiente- es preciso también que el estudiante aprenda. Esto solo ocurre cuando el objeto de aprendizaje tiene significado para el estudiante, lo que no depende de la escuela de inferencia presentada. Depende en gran medida de un equilibrio de implicación de estudiantes y profesor, que es más fácil de obtener si el diseño de proyectos se incluye en las actividades. Tales proyectos ayudarán a los estudiantes a aprender estadística y al mismo tiempo incrementarán sus capacidades de innovación, creatividad y su actitud crítica.

En mi opinión, un buen texto sobre los proyectos es el libro *Anthropologie du Projet*, de J.P. Boutinet (1990), donde el autor propone algunos puntos para la comprensión del proyecto: a) negociación pedagógica; b) articulación de diferentes proyectos; c) especificación de los objetivos y d) conclusión y evaluación del proyecto. Cada uno de estos temas merece muchos comentarios, pero no me enfocaré en ellos. Lo que importa para el éxito del proyecto es despojar a estudiantes y profesor de sus paradigmas asumidos - el camino de la incertidumbre continuamente calibrará el curso. El tiempo de ejecución necesita ser bien definido y la evaluación es también un elemento muy importante, que necesita hacerse en todo el proyecto. Un proyecto interdisciplinar pedagógico con datos reales parece una solución adecuada que beneficiará la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística, tanto desde el punto de vista clásico, como desde el Bayesiano.

Referencia

Boutinet, J. P. (1990). *Anthropologie du Projet* [Project Anthropology]. Paris: Presses Universitaires de France.

5. Reacción a Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias

Michael Glencross, Research Resource Centre, University of Transkei, South Africa
<glencross@getafix.ut.ac.za>

Este es un artículo interesante, que hace pensar y a través del cual los autores invitan a la reflexión y reacción. Estoy contento de haber sido provocado suficientemente para ofrecer una respuesta personal.

El primer punto que quiero comentar es la cuestión fundamental de definir qué constituye la investigación en educación estadística. Los autores introducen la necesidad de clarificar la naturaleza de la investigación en el campo de la educación estadística y se refieren a la publicación constantemente citada de Sierpinska y Kilpatrick (1998). En dicho trabajo de síntesis, la educación matemática como disciplina científica se examina con

detenimiento, por un número de investigadores que contribuyen al debate ofreciendo sus perspectivas sobre la naturaleza de la investigación en educación matemática. Por lo que sé, no hay nada parecido en educación estadística. Aunque Batanero *et al.* no se zambullen plenamente en el tema, plantean preguntas que nos conducen en la dirección adecuada. Por ejemplo, plantean con claridad la necesidad de "clarificar qué debemos considerar como investigación en educación estadística" y se preguntan "cuáles son los rasgos de un buen estudio de investigación en educación estadística" y "cómo podríamos desarrollar criterios para evaluar lo que es una buena investigación".

En mi forma de pensar, no hay hoy día respuestas simples a ninguna de estas preguntas, en gran parte porque no hay acuerdo entre nosotros ni siquiera sobre qué es en sí la educación estadística. El paralelismo con la educación matemática es inevitable, pero algunos educadores estadístico enturbian la cuestión al argumentar simplemente que, puesto que la estadística es parte de la matemática, la educación estadística es parte de la educación matemática. Estoy de acuerdo con los autores [y con Vere-Jones (1997)] en que la educación estadística ha alcanzado la mayoría de edad. Sin embargo, iría más allá y argumentaría que se reconoce internacionalmente como un campo de conocimiento identificable e importante en sí mismo, uno que no es simplemente un subconjunto de la estadística o de la educación (Glencross, 1998; Glencross & Binyavanga, 1997).

Para mí, la educación estadística se compone de múltiples actividades relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la estadística, de modo que la investigación en educación estadística es investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la estadística. Soy consciente de que esta es una postura ingenua, pero quizás en espíritu del artículo de Batanero *et al.* la idea puede ser contemplada como parte de un debate continuo en que confrontemos nuestras ideas y enfoques. Esto nos permitiría trabajar hacia una mejor comprensión mutua de lo que pensamos que queremos decir al hablar de la educación estadística. Cualquiera que sea nuestra decisión, debemos reconocer que hay una ambigüedad construida porque la investigación es tanto un proceso como un producto. Es un proceso en el sentido que buscamos la verdad y tratamos de construir conocimiento. Es también un producto, en el sentido de que los resultados del proceso de investigación son en sí mismos conocimientos (Ernest, 1998). Esto es claramente un asunto que merece una discusión posterior.

Un tema importante que se desprende del artículo es el de cuáles marcos teóricos y metodológicos podrían recomendarse para la investigación en educación estadística. Los autores no desarrollan qué es lo que entienden por "marcos teóricos", pero todos sabemos que cualquier investigación tiene lugar dentro de una perspectiva teórica explícita (reconocida) o implícita (asumida) o paradigma de investigación (Kuhn, 1970). La frase de Kuhn se refiere a las tradiciones establecidas de investigación en las disciplinas particulares e incluye sus teorías aceptadas, cuerpos de investigación y metodologías (Mouton, 1996).

Como indica Ernest (1998), los investigadores en educación tienen a diferenciar tres paradigmas dominantes entre los muchos posibles. Primero, el paradigma científico, ejemplificado por el racionalismo y el método científico, usado, por ejemplo, en las ciencias físicas. Segundo, el paradigma interpretativo o naturalístico, que surge principalmente en las ciencias sociales y es, sobre todo, cualitativo. Tercero, el paradigma crítico- teórico, con un énfasis en la crítica social, que se asocia con frecuencia a la investigación-acción en el aula. Cada paradigma de investigación se determina por sus supuestos epistemológicos (qué constituye el conocimiento y el aprendizaje), ontología (existencia y naturaleza del mundo social) y metodología (cómo se obtiene el conocimiento). Entonces, ¿dónde encaja la investigación en educación estadística? No es cuestión de elegir un paradigma ignorando los otros. La naturaleza polifacética, tanto de la educación estadística, como de la investigación en educación estadística significa que no podemos simplemente reconocer la existencia de muchas áreas de investigación, muchos enfoques de investigación, teorías, prácticas, intereses, etc. sino que debemos aceptar y tolerar esta diversidad. Claramente esta es otra área que merece un debate posterior, pero uno debe ser moderado al darse cuenta de que al final, la investigación se lleva a cabo por seres humanos con sus propias personalidades, estilos cognitivos preferencias e intereses.

Entre las muchas preguntas planteadas por Batanero *et al.*, destaca una en particular. ¿Cuáles son los rasgos de un buen estudio de investigación en educación estadística?- Hay otra pregunta relacionada: ¿Cómo podríamos desarrollar criterios para evaluar lo que es una buena investigación?, pero yo creo que si somos capaces de contestar la primera pregunta, habremos avanzado bastante para responder la segunda. En un sentido, responder la pregunta "qué es una buena investigación en educación estadística", es como preguntar "cómo de largo es un trozo de cuerda?". Mi respuesta: depende. Depende de una serie de cosas: qué preguntas trata el investigador de responder, para qué propósito, en qué contexto, bajo qué condiciones, etc. Estas son cuestiones acerca de la investigación en general, no sólo de la investigación en educación estadística. Respecto

a la educación estadística, me gustaría estimular la discusión sugiriendo, según Hatch and Shiu (1998), que al menos, que arroje un beneficio sobre la práctica y la experiencia en las aulas su valor es limitado. Lógicamente, esto implica que la investigación que tiene una repercusión en el aula es "buena" en cierta medida y no lo es o lo es menos la que no lo tiene. En cualquier caso, en estos días de contabilidad, efectividad de coste y presupuestos limitados, no creo que podamos juzgar la calidad de la investigación en educación estadística de ninguna forma, si la aislamos del mundo de la enseñanza y aprendizaje. así una característica de una buena investigación será con seguridad que pueda ser implementada en la escena de la enseñanza y aprendizaje.

Los autores han planteado muchas preguntas pertinentes, cada una de las cuales es fuente de muchas otras. Las describen como "cuestiones prioritarias" y las agrupan en dos amplios encabezados: "fundamentos de la investigación" y "cuestiones específicas de investigación". Me gustaría que los autores clarificasen sus fundamentos para decidir que, de hecho, estas son cuestiones prioritarias. Presumiblemente, hay otras cuestiones bajo consideración que se miraron como no prioritarias. Bajo el encabezado "fundamentos" se plantea el tema de la cultura. Esto es algo que debiéramos considerar mucho más. Por ejemplo, la investigación educativa no es particularmente conocida por replicar investigaciones en diferentes condiciones culturales. ¿Tendremos nosotros, como miembros del SERG la oportunidad de llevar a cabo proyectos de investigación globales, y multiculturales?

Respecto a las cuestiones específicas de investigación planteadas, bajo las cabeceras de razonamiento estadístico, tecnología, razonamiento inferencial y formación de profesores, hay un gran rango para muchas actividades de investigación. Estas cuatro áreas podrían desarrollarse en más detalle como temas de investigación y los miembros de SERG podrían colaborar con proyectos de investigación dentro de cada uno de estos temas.

Referencias

- Ernest, P. (1998). A post-modern perspective on research in mathematics education. En A. Sierpinska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 71-85). Dordrecht: Kluwer,
- Glencross, M. J. (1998). Building the meaning of statistical association through data analysis activities: A reaction paper to Batanero *et al.* En A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 1, pp. 237-242). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- Glencross, M. J. y Binyavanga, K. (1997). The role of technology in statistics education: a view from a developing region. En J. G. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics. IASE 1996 Round Table Conference* (pp.301-308). Voorburg: International Association for Statistical Education,
- Hatch, G. y Shiu, C. (1998). Practitioner research and the construction of knowledge in mathematics education. In A. Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 297-315). Dordrecht: Kluwer.
- Kuhn, T. S. (1970) (2nd ed.). *The structure of scientific revolutions*. Chicago: Chicago University Press.
- Mouton, J. (1996). *Understanding social research*. Pretoria: J. L. van Schaik.
- Sierpinska, A. y Kilpatrick, J. (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht: Kluwer.
- Vere-Jones, D. (1997) The coming of age of statistical education. *International Statistical Review*, 63, 3-23.
-

6. Reacción a Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias”

P. K. Ito, Profesor Emérito, Universidad de, Nagoya, Japón, <pkito@ic.nanzan-u.ac.jp>

Limitaré mi discusión solo a la cuestión de las diferencias entre capacidad estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico. Hablamos de educación estadística e investigación en la misma. Tenemos que ser cuidadosos acerca de qué nivel de estudiantes y cuáles fines de la enseñanza tenemos en mente.

Los problemas de la educación estadística se pueden clasificar en las siguientes categorías:

- a. Capacidad estadística del futuro ciudadano, que será "consumidor" de la estadística y se espera que lea inteligentemente las noticias y aprenda de la experiencia. Este tipo de educación se lleva a cabo en la escuela elemental y media y también en los cursos introductorios de estadística para carreras profesionales en universidades y escuelas universitarias.
- b. Formación de profesores de estadística para primaria y secundaria

La mayoría de los profesores son formados para enseñar todos los temas, pero algunos elementos de matemáticas y estadística se deben incluir en su programa de formación en las universidades y escuelas universitarias. Respecto a la estadística, una capacidad estadística similar a la descrita en la categoría a) puede bastar, si es buena. En la escuela secundaria la estadística es enseñada por los profesores de matemáticas y, por tanto, las universidades deben proporcionar a los futuros profesores de matemáticas buenos programas de matemática en los niveles de pregrado y maestría que incluya al menos un curso de estadística para aquellos que no se especializan en estadística.

- c. Enseñanza de estadística y métodos estadísticos a futuros "usuarios de los métodos estadísticos en sus respectivos campos de aplicación: ciencias, tecnología, industria, medicina, negocios, gobierno y otros. Esta formación se imparte en las universidades y escuelas universitarias para las licenciaturas diferentes de la estadística, tanto a nivel de pregrado como de postgrado.
- d. Enseñanza de la estadística y métodos estadísticos a los futuros "productores" y "analistas" de datos oficiales y no oficiales. Esta formación se da en licenciaturas de estadística y de áreas distintas de la estadística tanto a nivel de pregrado como de postgrado. También las oficinas del gobierno y agencias no gubernamentales proporcionan esta formación a sus empleados.
- e. Enseñanza de estadística teórica y aplicada a futuros "productores" de métodos estadísticos, es decir, estadísticos profesionales, teóricos y aplicados y profesores de estadísticas en la universidad o escuelas universitarias a nivel de pregrado y postgrado. Hay licenciaturas, maestrías y programas de doctorado en las Universidades e institutos de investigación en estadística que tienen esta misión.

Opino que el término "capacidad estadística" sólo debe usarse para la educación estadística de la categoría a), sólo en la forma en que el término "capacidad" se entiende originalmente. La capacidad informática en la era de la información parece usarse en el mismo sentido.

Pienso, sin embargo, que el pensamiento estadístico debe permear todas las categorías de educación estadística, de a) a d) incluso cuando los niveles de los estudiantes y los fines de la enseñanza sean diferentes. Para Dransfield, Fisher y Vogel(1999), y Wild y Pfannkuch(1999) hay pensamiento estadístico en el nivel de los estadísticos profesionales y los educadores estadísticos. En la discusión del trabajo anterior Hoerl cita la definición de pensamiento estadístico de AQL(1996), que establece que el pensamiento estadístico es una filosofía más que el uso de ciertas herramientas. Estoy completamente de acuerdo con su visión de que los estadísticos deben ser competentes tanto en métodos formales como en pensamiento estadístico para jugar un papel significativo en el mundo moderno.

Incluso al enseñar estadística en la escuela primaria y secundaria debemos tratar de dar a los estudiantes un sentido del pensamiento estadístico, por medio de los elementos de análisis exploratorio de datos, estadística descriptiva y cálculo de probabilidad. En su discusión del último trabajo, Moore da un ejemplo de un marco estructurado factible para enseñar los elementos del pensamiento estadístico en un curso introductorio en la universidad. Añadiré que Moore(1998) indica que la visión de ejercicio libre de la profesión (del pensamiento estadístico) enfatiza el hecho de que la estadística implica pensamiento y que la estadística implica formas diferentes y potentes de pensamiento que no deberían ser engullidas por la tecnología de la información. Dice

que la revolución computacional y de comunicaciones nos presenta grandes masas de información muy desorganizada y que el pensamiento estadístico ofrece instrumentos mentales simples pero no intuitivos para desbastar la masa de datos, ordenar el desorden, separar el sentido de lo disparatado, seleccionar los pocos patrones relevantes de los muchos hechos irrelevantes.

Aunque algunas personas parecen sugerir que el pensamiento estadístico y el razonamiento estadístico son casi sinónimos, pienso que en el razonamiento estadístico subyace la frontera entre la "ciencia" estadística y el "arte" estadístico. La primera es un sistema deductivo matemáticamente orientado, sea Fisheriano, frecuentista o Bayesiano. Lo segundo, se relaciona con la lógica inductiva, en la que una aplicación informada de los métodos estadísticos basados en un sistema deductivo se lleva a cabo en un campo de aplicación. El razonamiento estadístico está presente explícita o implícitamente en cualquier nivel de la educación estadística, pero debería ser tenido en cuenta formalmente en los cursos de formación de estadísticos tanto a nivel de pregrado como de postgrado.

Referencias

- ASQ(1996). *Glossary and tables for statistical quality control*. Milwaukee, WI: American Society for Quality.
- Dransfield, S. B., Fisher, N. I. y Vogel, N. J. (1999). Using statistics and statistical thinking to improve organizational performance. *International Statistical Review*, 67(2), 99-150.
- Moore, D. S.(1998). Statistics among the liberal arts. *Journal of the American Statistical Association*, 93, 1253-1259.
- Wild, C. J. y Pfannkuch, M.(1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
-

7. Reacciones a Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias

Flavia Jolliffe, *Escuela de Computación y Matemáticas, Universidad de Greenwich, UK, <F.R.Jolliffe@gre.ac.uk>*

Es agradable que los dos primeros números de la Statistical Educación Research Newsletter hayan incluido trabajos sobre la naturaleza de la actividad de dicha investigación, sus direcciones futuras y el deseo de los investigadores que sé de reconocimiento académico a esta investigación (Ottaviani 2000, Batanero et al 2000). Ambos trabajos continúan los temas discutidos en Jolliffe (1998) y en la sección de ICOTS-5 donde fue presentado. Una versión ampliada de este trabajo está en su fase final de preparación. Cuanto más se discutan estos temas, nuestra investigación se hará más visible y se seguirá un reconocimiento académico mayor de nuestras actividades. Además de sus fines de promover la investigación relacionada con la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, el SERG debe recordar el objetivo subyacente de promocionar los resultados de esta investigación.

Batanero et al (2000) sugieren que no sólo el valor de la investigación en educación no es siempre reconocido, sino que algunos académicos en otras áreas piensan que la investigación en educación en su propio campo no contribuye al conocimiento. La implicación es que el perfil de toda la investigación educativa debe ser reforzado. Puesto que la mayor parte de la investigación se beneficia si hay una información estadística, si los estadísticos se implican en la investigación educativa en otras disciplinas, así como en la investigación en educación estadística, es previsible que la calidad de la investigación educativa en general sea mayor. En consecuencia, toda la investigación educativa, incluyendo la estadística, empezará a ser considerada más relevante.

Sin embargo, como apunté en Jolliffe (1998) conocemos poco o hemos publicado poco sobre la metodología de la investigación en educación estadística. No es siempre posible experimentar en la investigación educativa y con frecuencia no es ético hacerlo. Es también el caso de la investigación social y médica, pero los estadísticos sociales y médicos son ampliamente reconocidos por sus contribuciones a la estadística, y muchos métodos que ellos usan son aplicables en forma inmediata a la investigación en educación. Al desarrollar y discutir la metodología estadística apropiada, los investigadores en educación estadística tienen la oportunidad de hacer avanzar la disciplina de la estadística en si misma y de ser

reconocidos como estadísticos educacionales. Ottaviani (2000) sugieren algunas técnicas de análisis estadístico que podrían ser usadas en la investigación educativa e insiste en la necesidad de trabajar con diseños cuasi-experimentales. De acuerdo con Blumberg (2000) el análisis adecuado de los diseños cuasi-experimentales es todavía un tema de debate. Los estadísticos implicados en la investigación educativa están en una posición ideal para tomar parte en este debate.

Ottaviani (2000) sugiere que debemos considerar dos segmentos de investigación y análisis en educación estadística- la enseñanza de los jóvenes y la sociedad. Da muchos ejemplos de temas amplios de estudio en el primer apartado, pero dice poco sobre el segundo. Sin embargo, muchos de los temas sugeridos como relevantes para la enseñanza de los jóvenes también se aplican, con ligeros cambios de énfasis y enunciado, a la sociedad como un todo. Por ejemplo, "las formas y procesos de consciencia y aprendizaje de conceptos estadísticos por los estudiantes" podría ser un tema de investigación sobre la sociedad si la palabra "estudiante" se reemplaza por "adultos". De hecho, en el mundo actual, donde se promociona la educación continua y el desarrollo profesional, se proporciona enseñanza a personas de todas las edades y no sólo a los jóvenes. Podríamos usar los encabezados sugeridos por Ottaviani (2000) al hablar de la enseñanza a los jóvenes como un marco básico para la investigación en educación estadística en el conjunto de la sociedad. Lo que sugiero es que hay menos diferencias entre los dos tipos de educación de lo que podría parecer a primera vista.

Tanto Ottaviani (2000) como Batanero et al (2000) comentan la importancia de la interacción con especialistas en otras disciplinas, en particular con los psicólogos y las personas activas en educación matemática, dos grupos que han contribuido y contribuyen a la investigación en educación estadística y que proporcionan distribución para los informes de investigación sobre educación estadística. Hasta cierto punto, la educación estadística ha surgido de la investigación hecha por los psicólogos sobre el razonamiento estocástico y de la investigación en educación matemática y puede construirse sobre estos cimientos. Al buscar una identidad para la investigación en educación estadística podemos aprender mucho del libro editado por Sierpiska y Kilpatrick (1997) sobre la educación matemática.

La interacción entre investigadores en educación estadística y especialistas en educación significaría que la investigación en educación estadística está basada en teorías educativas. Esto es esencial, si los investigadores en educación estadísticas quieren ser aceptados como parte de la comunidad más amplia de especialistas en educación. Las preguntas planteadas por Batanero et al (2000) como relevantes para comprender la educación estadística (en la sección de fundamentos de la investigación) deberían ser consideradas como parte de un marco más general de cuestiones de investigación en educación. Podría ser útil conocer cómo cuestiones similares en otras áreas han sido estudiadas.

No hay escasez de temas de investigación en educación estadística y los investigadores en educación estadística han acordado bastante bien sobre dónde se necesita más investigación y sobre las áreas de investigación futuras. Batanero et al (2000) hacen algunas sugerencias. Otras preguntas de investigación son: "*¿Cuál es el balance apropiado de uso de tecnologías de información y comunicación y métodos tradicionales en la enseñanza de la estadística?*", "*¿Cómo podemos desarrollar habilidades profesionales en forma efectiva en un curso de estadística?*" y "*¿Cómo podemos medir cuándo un método de enseñanza de la estadística ha tenido éxito?*"

Los lectores de esta newsletter están probablemente bien informados sobre las conferencias y revistas en las que se presentan resultados sobre educación estadística y conocen algunas investigaciones en desarrollo. Sin embargo, pocos lectores tienen un conocimiento completo de todas las actividades de investigación. Los que son nuevos en el campo o aquellos que están más interesados en usar los productos de la investigación, por ejemplo, los métodos de enseñanza o el software, que en investigar, podrían tener un conocimiento más limitado todavía. Se necesita una base de datos sobre las actividades de investigación en educación estadística. Yo estaré liderando una encuesta internacional de investigación sobre temas pedagógicos en estadística e investigación operativa, en colaboración con Susan Starkings y Mike Fuller, apoyado por un proyecto del Learning and Teaching Support Network Centre for Mathematics, Statistics, UK. Uno de los productos de la encuesta será una base de datos sobre los investigadores y su investigación. Los lectores de esta newsletter están invitados a contactarme con sugerencias sobre la encuesta y la base de datos.

Me gustaría finalizar con tres preguntas importantes sobre la investigación en educación estadística- *¿Quién debería investigar en educación estadística? ¿Dónde debería llevarse a cabo esta investigación? ¿Cómo conseguir fondos para la investigación?* Estas necesidades deben considerarse en paralelo con las cuestiones prioritarias propuestas por Batanero et al (2000).

Referencias

- Batanero, C., Garfield, J. B., Ottaviani, M. G. y Truran, J. (2000) Research in statistical education: some priority questions. *SERN*, 1(2), 2-6.
- Blumberg, C. J. (En prensa) Training regular education and special education teachers in the use of research methodology and statistics. En C. Batanero (Eds.), *Training Researchers in the Use of Statistics*. Granada, Spain: International Association for Statistical Education.
- Jolliffe, F. (1998) What is research in statistical education? En L. Pereira-Mendoza, L. Seu Kea, T. Wee Kee, & W. K. Wong (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 801- 806). Singapore: International Statistical Institute.
- Ottaviani, M. G. (2000). Research into statistical education. The point of view of a statistician. *SERN*, 1(1), 2-4.
- Sierpinska, J. M. y Kilpatrick, J. (Eds.), *Mathematics education as a research domain: a search for identity*. An ICMI study. Dordrecht: Kluwer.
-

8. Reacción a Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias

*Cliff Konold, Scientific Reasoning Research Institute, University of Massachusetts, Amherst, MA, USA,
<konold@srri.umass.edu>*

Batanero, Garfield, Ottaviani y Truran nos invitan a considerar cómo podríamos mejorar la investigación en educación estadística, como podríamos darle más impacto y mejorar su estatuto como empresa académica. Aunque se dirigen a la comunidad de investigación como un todo, las cuestiones que plantean son precisamente las que cada uno de nosotros como investigadores deberíamos estar continuamente preguntándonos. Y porque creo que la forma en que se mire nuestro trabajo depende finalmente de su calidad y utilidad, ofreceré unas pocas preguntas que también deberíamos hacernos sobre nuestra propia investigación.

¿Hacia donde oriento mi investigación?

Es poco factible que un sólo estudio tenga mucho impacto. Deberíamos esforzarnos por desarrollar programas de investigación. No deberíamos esperar hasta completar un estudio para considerar donde ir después, sino tener alguna idea al comenzar un estudio sobre qué será lo que no dependa de nosotros y cómo nosotros u otras personas pueden usar nuestra investigación para dar el paso siguiente.

¿Qué tipo de teoría necesitamos?

Tengo algo de sesgo en contra de las Teorías con mayúsculas. Demasiado a menudo tengo la sensación de que las teorías y distinciones de los investigadores son lo más importante para ellos, que perciben la teoría como una meta, más que como un medio. Creo que debiéramos trabajar para desarrollar y construir desde teorías más locales, teorías que son probablemente específicas del pensamiento estadístico, tal como se desarrolla en las clases. Estas explicarían cómo los estudiantes en diversas edades ven los fenómenos como causalidad, probabilidad, variabilidad, tendencias, distribuciones; cómo su visión difiere de la de los expertos y cómo podríamos ayudar a los estudiantes a construir sobre su comprensión actual para hacerla más semejante a la de los expertos.

¿Qué hacen otros?

Uno de los problemas más consistentes que he encontrado al revisar manuscritos para sometidos publicación es que los autores hacen un trabajo pobre de revisión de la investigación existente. Muchas veces no se mencionan los estudios críticos, lo que sugiere que los investigadores han iniciado una empresa costosa sin comprobar primero qué hay ya hecho por otros. Y la investigación que se cita es demasiado frecuentemente mencionada sólo de paso para apoyar afirmaciones simples, más que ser discutida y criticada. Hay aquí un signo de precaución: Estás a punto de enviar un artículo para posible publicación y como último paso ojeas tus ficheros para encontrar algunas referencias que puedas citar en las diferentes partes de tu manuscrito, en el que apresuradamente insertas la referencia. No haremos mucho progreso como comunidad de investigación hasta

que tengamos mayor familiaridad con lo que hace otros. La mejor forma de hacer esto es leer y discutir la investigación en un grupo pequeño y estar en contacto con las personas que hacen investigación en tu área.

¿Qué pueden tomar los profesores de mi investigación?

En los últimos años tuve varias oportunidades de escribir sobre la investigación en educación estadística para los profesores. Este ejercicio me ha convencido que no podemos permitir más el ver la tarea de "traducir" nuestra investigación para los profesores como el trabajo de otros. Debemos hacerlo nosotros mismos. Por supuesto, creo que la principal audiencia de la investigación deben ser los profesores. La mejor forma de juzgar si lo que estás haciendo tiene algún impacto en las clases es pedir a los profesores que lean y comenten algunos escritos sobre tu investigación. ¿Les ayuda a comprender mejor lo que dicen sus estudiantes? ¿Iluminan el por qué los estudiantes tienen dificultades con conceptos particulares? ¿Les da idea sobre lo que podrían hacer para ayudar el desarrollo del pensamiento de los estudiantes? No necesitaríamos una sección final titulada "implicaciones educativas" en nuestros artículos de investigación. Estas implicaciones deberían ser el tema de todo el artículo.

9. Validando la Educación Estadística: Una Respuesta a Batanero, Garfield, Ottaviani y Truran

Susanne Lajoie, McGill University, Canada, <lajoie@education.mcgill.ca>

El trabajo de Batanero et al. *Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias* nos proporciona una vista detallada de una comunidad de investigación en transición. Podría ser incluso apropiado decir que la educación estadística ha pasado de la infancia (Garfield & Ahlgren, 1988) a la adolescencia. Se deduce del trabajo de Batanero et al. que la educación estadística "está creciendo". Este crecimiento se refleja en el número creciente de publicaciones que aparecen en revistas prestigiosas y libros editados y en la existencia de varios foros de educación estadística (i.e., conferencias como ICOTS, IASE sesiones en ISI, PME).

Sugiero que la educación estadística podría estar en fase de adolescencia porque parece estar buscando su identidad o incluso tener una crisis de identidad. Esta crisis se revela en la discusión de Batanero et al. sobre la necesidad de reconocimiento académico en las diferentes disciplinas en las que trabajamos y por las dificultades de la comunidad para localizar un hogar académico. La naturaleza multidisciplinar de la educación estadística hace difícil situar este campo de investigación en un simple hogar académico. En 1933 se formó un Centro Nacional de Investigación en Educación Matemática en Mádison. Wisconsin. Se convocó a educadores, estadísticos, educadores matemáticos y psicólogos cognitivos y del desarrollo para que juntos formularan una agenda de investigación para la educación estadística en los niveles K-12. Describimos nuestra propia agenda para la educación estadística en los niveles K-12 y describimos los resultados de nuestro trabajo en un libro que habló de las cuestiones de contenido estadístico, necesidades del aprendiz, métodos de instrucción y fines de la evaluación (Lajoie, 1998). Sin embargo, las diferencias en las voces de las diferentes disciplinas fueron lo bastante fuertes en este pequeño grupo de trabajo aunque estuviésemos caminando hacia un fin común. El trabajo de Batanero et al. discute lo difícil que es describir nuestra investigación a otras disciplinas que no comparten nuestras metas. Sugieren que la validez de la educación estadística debe hacerse más obvia a la comunidad académica, en general. Las cuestiones identificadas por Batanero et al. indican formas en que la validez de nuestro trabajo puede hacerse más clara. Lo que es más importante, las cuestiones nos empujan para considerar el mover nuestra investigación hacia adelante, a considerar con más cuidado los paradigmas teóricos que deberían guiar nuestra investigación y a determinar qué cuestiones debiéramos considerar inmediatamente para tratar de mejorar el aprendizaje y la instrucción en estadística.

Batanero y sus colaboradores nos proporcionan excelentes preguntas que podríamos seguir en nuestras futuras empresas de investigación. Debido a la limitación de espacio sólo comentaré algunas de ellas.

- La educación estadística necesita trabajar con educadores en todas las disciplinas, especialmente con los educadores matemáticos.

En gran medida este fin parece casi realizado, al menos desde la perspectiva K-12. En parte este fin ha sido facilitado por el National Council of Teachers of Mathematics, que proporcionó directrices curriculares, de

enseñanza y evaluación en el área de la estadística que se debe cubrir en las clases de matemáticas. Como mencioné antes, la evidencia de esta implementación puede verse en *JRME*, *PME*, *ICOTS*. Personalmente, he servido como evaluador externo en bastantes tesis sobre este área. Una pregunta que todavía es importante es si la educación estadística debería ser considerada como parte del currículo de matemáticas o debería ser considerada a lo largo de todo el currículo. Veo la siguiente nota como desarrollo de este punto.

- La educación estadística debería construirse sobre el trabajo relacionado en otras disciplinas y hacer uso de los lazos interdisciplinarios que ya hay establecidos.

A medida que la educación estadística evoluciona como disciplina, anticipo más investigación que implique el examen del razonamiento estadístico en las diferentes disciplinas. Por ejemplo, las investigaciones estadísticas pueden cruzar las áreas de razonamiento científico bastante fácilmente. En ambos campos, se plantean cuestiones de investigación, se recogen datos se analizan grafican e interpretan. Quizás tal relación debiera hacerse más explícita. Quizás este tipo de nexo interdisciplinario debería ser intentado en la historia y ciencias sociales. Graham (1987) y Moore (1992) argumentan que la estadística es importante en áreas tales como ecología, biología, ingeniería y económicas. Es bastante posible que pueda haber una instrucción a través del currículo que ligue los conceptos de razonamiento estadístico y capacidad estadística más fuertemente. Lehrer y Schauble (2000) han analizado las relaciones entre los conceptos matemáticos y las ciencias y también Cobb (En prensa). Sin embargo, estas relaciones interdisciplinarias necesitan un examen más profundo.

Los siguientes temas podrían considerarse conjuntamente:

- ¿Qué modelos psicopedagógicos pueden ayudarnos a comprender el desarrollo del razonamiento estadístico y como podemos usar estos modelos para facilitar este desarrollo?
- ¿Qué teorías de enseñanza y aprendizaje nos pueden ayudar a comprender y a explicar la enseñanza y aprendizaje de la estadística?

Las teorías de aprendizaje, diferencias de desarrollo, competencia pedagógica y diseño instruccional pueden considerarse conjuntamente o en agendas de investigación separadas. El examen del contexto de aprendizaje, sea con o sin tecnología, necesita ser planeado en relación con el tipo de comprensión estadística que se promueva. La evidencia de la disposición para aprender, trayectorias de aprendizaje y transferencia de aprendizaje son conceptos interesantes que debieran ser explorados en estadística (Schwartz, 1998, 2000). Podrían considerarse los entornos de aprendizaje contruidos para proporcionar actividades que evalúen la disposición para aprender estadística junto con las diferencias del desarrollo de la comprensión estadística. Es bastante posible que podamos construir entornos de aprendizaje adecuados a partir de las intuiciones ingenuas de los estudiantes.

- ¿Cómo afectan las diferentes culturas a la transferibilidad de los resultados de la investigación?

Las perspectivas multiculturales en el aprendizaje y la instrucción necesitan considerarse en todos los campos educativos. En términos de la educación estadística, necesitamos algún conocimiento de cómo se enseña estadística, para poder construir sobre el conocimiento previo existente y los métodos de instrucción. Como se demuestra en las conferencias internacionales de educación estadística, la instrucción estadística es una preocupación global. Sin embargo, cuando trabajamos hacia la transferibilidad de la investigación es necesario considerar tanto las cuestiones de educación globales como las locales. Benilde Garcia y yo colaboramos en un proyecto que extiende los principios de diseño de los proyectos de estadística auténticos que desarrollé para los estudiantes de grado 8 en Canada (Lajoie, Lavigne, Munsie & Wilkie, 1998), para desarrollar un currículo de pregrado para los estudiantes de psicología en Mexico (Garcia et al., in prep.). La transferencia ha sido casi natural porque ambos países valoran el trabajo basado en proyectos en grupos pequeños y los principios de modelización han sido incorporados con bastante facilidad. Sin embargo, tal colaboración debe incluir viajes entre los países para ayudar a establecer una comprensión compartida del entorno instruccional.

- *¿Cuáles son las diferencias entre capacidad estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico? ¿Cuáles son las metas de desarrollo de los estudiantes de estos tipos de procesos cognitivos y cómo evaluarlos?*

Esta pregunta puede llevar a los investigadores por muchos caminos. Mi creencia personal es que la capacidad estadística puede considerarse algo más general, mientras que el razonamiento estadístico debiera considerarse en el contexto de un contenido estadístico particular. Lavigne (2000) demostró que diferentes niveles de razonamiento estadístico pueden ser atribuidos al tipo de diseño estadístico pretendido. Transiciones de desarrollo en razonamiento estadístico deberían ser identificadas para cada contenido estadístico.

- ¿Cuáles son los efectos de las herramientas tecnológicas sobre el aprendizaje de los estudiantes?

Esta pregunta necesita ser refinada, incluyendo el tipo de paradigma de aprendizaje que guíe las herramientas tecnológicas y los tipos de problemas estadísticos considerados.

En resumen, encontré el trabajo de Batanero et al. bastante estimulante. Espero leer las respuestas a su trabajo porque esta colección de artículos en conjunto ayudará a desarrollar direcciones de investigación valiosas en el área de educación estadística.

Referencias

- Cobb, P. (En prensa). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*.
- García, B., Aguilar, V., Romero, P., Meza, A. Marquez, L., Avila, J., de la Rosa, R., Loyola, J. & Lajoie, S. P. (en prep.). Authentic statistics for the social sciences: Computer-teacher complementary roles.
- Graham, A. (1987). *Statistical investigations in secondary school*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lajoie, S. P. (Ed.). (1998). *Reflections on statistics: learning, teaching, and assessment in grades K-12*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Lajoie, S. P., Lavigne, N. C., Munsie, S. D., & Wilkie, T. V. (1998). Monitoring student progress in statistics. En S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: learning, teaching, and assessment in grades K-12* (pp. 199-231). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Lavigne, N. C. (2000). *Project-based investigations for producing and critiquing statistics*. Unpublished Doctoral Dissertation, McGill University.
- Lehrer, R., & Schauble, L. (2000). Modeling in mathematics and science. En R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology: Vol 5. Educational design and cognitive science* (pp. 101-159). Mahwah, NJ: Erlbaum .
- Moore, D. S. (1992). Introduction: What is statistics? En D. C. Hoaglin, & D. S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics* (pp. 1-17). Mathematical Association of America (MAA) Notes, 21.
- Schwartz, D. L., Biswas, G., Bransford, J. D., Bhuva, B., Balac, T. y Brophy, S. (2000). Computer tools that link assessment and instruction: Investigating what makes electricity hard to learn. En S. P. Lajoie (Ed.) *Computers as cognitive tools (Vol.2): No more walls* (pp.273-307). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Schwartz, D. L., Goldman, S. R., Vye, N. J., Barron, B. J., y CGTV (1998). Aligning everyday and mathematical reasoning: the case of sampling assumptions. En S. P. Lajoie (Ed.). *Reflections on statistics: learning, teaching, and assessment in grades K-12*. (pp. 233-274). Mahwah, NJ: Erlbaum.

10. Comentarios a Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias

Marie-Paule Lecoutre, ERIS, Laboratoire Psychologie, Université de Rouen, France, <marie-paule.lecoutre@univ-rouen.fr> y Bruno Lecoutre, Laboratoire de Mathématiques Raphaël Salem, UMR C.N.R.S. et Université de Rouen, France <bruno.lecoutre@univ-rouen.fr>

Una investigación de calidad en educación estadística debería incorporar tres aspectos complementarios: normativo, descriptivo y prescriptivo. Comentaremos más específicamente la necesidad de un enfoque cognitivo experimental y nuestro interés en dos conceptos: aprendizaje activo y procesamiento analógico.

Aspectos descriptivos

Un enfoque común de la investigación es listar errores y desviaciones de los modelos normativos a priori. Muchas concepciones erróneas se han investigado con éxito (por ejemplo en situaciones probabilísticas: sesgo de representatividad, sesgo de disponibilidad, sesgo de equiprobabilidad, etc.)- Tal enfoque es útil, pero claramente insuficiente. Por supuesto, la mayoría de las encuestas que tratan de estudiar estas concepciones

erróneas indujeron respuestas estereotipadas y reflejaron más el conocimiento teórico de los sujetos sobre probabilidad y estadística que sus propias opiniones y razonamiento. Consecuentemente, el origen de estas concepciones erróneas debiera ser estudiado. ¿Son intuiciones erróneas fundamentales, resultantes de las variadas experiencias cotidianas, interpretaciones erróneas de lo que se enseña, etc.? Más aún, cuando se usan tratamientos experimentales para remediar estas concepciones erróneas y se producen respuestas correctas, ¿es tal adquisición estable? Deberíamos diseñar experimentos para contestar estas preguntas?

Adicionalmente, y respecto a los aspectos más específicamente descriptivos, un enfoque más profundo es necesario para proporcionar evidencia de un número de intuiciones estadísticas fundamentales. Es esencial estudiar tanto las representaciones espontáneas como su evolución. Un objetivo primario de cualquier investigación en educación estadística debería ser proporcionar una descripción analítica de los procesos cognitivos subyacentes, con el fin de revelar alguna coherencia interna en los juicios y razonamientos espontáneos. Por supuesto los modelos normativos tienen un papel importante para definir y construir situaciones de interés. Es también importante ligar los hallazgos experimentales a los conceptos normativos relevantes y construir modelos que contribuyan a elaborar modelos descriptivos formales del razonamiento cognitivo.

Aprendizaje activo

En esta perspectiva, las mejores situaciones son aquellas donde los sujetos son llevados a construir por sí mismos las representaciones adecuadas. Tal construcción activa parece ser un factor determinante de la estabilización de dichas representaciones. Esta conclusión está bastante de acuerdo con un comentario de Fischbein y Schnarch (1997): "Si los estudiantes pueden aprender a analizar las causas de los conflictos y errores, pueden ser capaces de superarlos y alcanzar una forma de razonamiento genuinamente probabilística". Más aún, está de acuerdo con el marco de muchos programas de investigación recientes en educación estadística, en los que se enfatiza que es importante para los estudiantes construir su propio conocimiento y desarrollar conceptos probabilísticos y estadísticos a través del uso del aprendizaje activo. En particular podemos tratar de actuar sobre las representaciones cognitivas usadas por los estudiantes, determinando las mejores condiciones bajo las cuales se activan las representaciones apropiadas. Dicho enfoque por supuesto parece tener implicaciones didácticas significativas para la enseñanza de los conceptos estadísticos (y más generalmente, matemáticos).

Transferencia y procesamiento analógico

Es también de interés investigar experimentalmente las condiciones de transferencia de varias situaciones isomórficas. Los resultados pueden interpretarse en el marco del procesamiento analógico, un mecanismo general que está jugando un papel cada vez más importante para explicar la actividad cognitiva. Una gran cantidad de evidencia experimental en psicología ha mostrado que la frecuencia de uso de la analogía se debe a su naturaleza heurística y económica, que permite a las personas hacer "saltos mentales" (Holyoak & Thagard, 1995) entre diferentes dominios e interpretar una nueva situación transformando la novedad en una situación bien conocida. Usualmente, el procesamiento analógico se estudia en un paradigma experimental en el cual una "base" análoga (soluciones en resolución de problemas o un conjunto de conocimientos en un dominio) se enseña a los participantes antes de evaluar su comportamiento en una situación "diana" (el nuevo problema o dominio). Se acepta con generalidad que se puede describir este proceso con un mecanismo de comparación que permite a las personas reconocer e inferir similitudes entre las situaciones, y que puede descomponerse en pasos. Los investigadores en el campo están de acuerdo en que los dos primeros pasos en una analogía son (i) el acceso a la situación fuente -la base análoga cuando se ha dado la situación diana- y (ii) el establecimiento de una correspondencia entre la fuente y la diana. La pregunta crucial del acceso ha sido relativamente estudiada por los psicólogos cognitivos (Forbus, Gentner y Law, 1995; Hummel y Holyak, 1997).

El estudio de diferentes contextos de varios isomorfismos de una misma situación de resolución de problemas puede servir para demostrar cómo el conocimiento general y familiar activado en estos isomorfismos puede explicar las diferencias de dificultad encontradas al resolver este tipo de problemas (ver e.g. Clément y Richard, 1997). Una forma de interpretar estos hallazgos es considerar que este conocimiento sobre el efecto del dominio es una expresión de un mecanismo analógico general. Por supuesto, cuando el estudiante tiene que resolver una nueva situación en la que no se da una base análoga, él o ella usa su propia base análoga, evocada o activada por el contexto (semántico) de la nueva situación.

Referencias

Clément, E. y Richard, J. F. (1997). Knowledge of domain effects in problem representation: The case of Tower of Hanoi isomorphs. *Thinking and Reasoning*, 3, 133-157.

- Fischbein, E. y Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96-105.
- Forbus, K. D., Gentner, D. y Law, K. (1995). MAC/FAC: A model of similarity-based retrieval. *Cognitive Science*, 19, 141-205.
- Holyoak, K. J. y Thagard, P. (1995). *Mental Leaps: Analogy in Creative Thought*. Cambridge, MA: The MIT press.
- Hummel, J. E. y Holyoak, K. J. (1997). Distributed representation of structure: A theory of analogical access and mapping. *Psychological Review*, 104, 427-466.
- Kotovsky, K., Hayes, J. R. y Simon, H. A. (1985). Why are some problems hard? Evidence from Tower of Hanoi. *Cognitive Psychology*, 17, 248-294.
-

11. Investigación y Pensamiento Estadístico

Maxine Pfannkuch, Departamento de Matemáticas, Universidad de Auckland, Nueva Zelanda, <mpfannkuch@mat.auckland.ac.nz>

Los autores Batanero, Garfield, Ottaviani y Truran han planteado muchas cuestiones respecto a la investigación en educación estadística en su artículo de SERN. El hecho de que la estadística y la educación estadística son dos nuevas disciplinas, creo que contribuye a una sensación de que la investigación en el área de educación no es valorada ni por los estadísticos, ni por las escuelas o el inmenso número de otros campos que usan la estadística. Quizás es demasiado pedir a otras personas que acepten el lado educativo cuanto están luchando con una nueva disciplina y un nuevo modo de pensar en su propio campo. La estadística sólo se ha introducido recientemente en el currículo escolar y es también una disciplina relativamente nueva en los programas académicos. Sin embargo, lo que podría verse como una barrera para la aceptación de la investigación en educación estadística puede ser también contemplado como una oportunidad. Puesto que tanto la estadística como la educación estadística son disciplinas nuevas, pueden desarrollarse conjuntamente. Esto requeriría que los educadores estadísticos trabajen en colaboración con los estadísticos.

De acuerdo con Snee (1999) el desarrollo del pensamiento estadístico es el siguiente paso en la evolución de la disciplina de la estadística. Si esto es así, entonces los investigadores en educación estadística deberían mirar la investigación sobre el desarrollo del pensamiento estadístico de los estudiantes como una prioridad. Creo que el pensamiento estadístico opera en tres áreas diferentes: investigación empírica, evaluación de investigaciones y vida cotidiana. Si mi análisis es correcto, entonces se requiere investigación sobre el desarrollo del pensamiento estadístico en cada una de estas tres áreas particulares.

Investigación empírica

En la investigación empírica, los procesos de pensamiento estadístico son operacionalizados cuando se plantean problemas durante la definición de un problema y el estudio del diseño y cuando los datos se recogen y analizan para hacer un juicio informado sobre una situación. Esta área está ya siendo investigada (e.g., Hancock et al., 1992; Konold et al., 1997, Ben-Zvi y Friedlander, 1997) quizás porque los proyectos usando la estadística son ahora relativamente comunes en el currículo escolar. Sin embargo, se necesita mucha más investigación sobre (1) cómo enculturar a los estudiantes en una forma de pensamiento estadístico durante la investigación empírica; (2) los modos particulares de pensamiento hacia los cuales debiera enfocarse la atención de los estudiantes mientras conducen una investigación, y (3) los tipos de preguntas que los estudiantes debieran investigar para promover el desarrollo del pensamiento estadístico.

Evaluación de investigaciones

La segunda área en la que opera el pensamiento estadístico es cuando una investigación empírica se describe en un artículo de investigación, en los medios de difusión, en un informe de recomendación para una compañía, etc. Este área requiere diferentes tipos de procesos de pensamiento estadístico, no sólo sobre cómo leer el informe, sino también sobre cómo reaccionar a lo que está presente y no está presente en el informe. La interpretación y juicio de los informes estadísticamente fundamentados debería ser mirado como una prioridad para la investigación. Se ha hecho una investigación limitada en este área (e.g., Watson, 1997, Gal, 1997). En el

currículo escolar de Nueva Zelanda se establece que los estudiantes deberían "evaluar la estadística presentada en los medios de comunicación y en informes técnicos y financieros y expresar con confianza opiniones razonadas sobre ellos" (Ministry of Education, 1992, p. 199), pero este aspecto no está todavía siendo implementado de forma amplia en las clases o exámenes.

Así, la investigación debiera enfocarse sobre (1) encontrar métodos efectivos de enseñanza para la lectura y juicio de informes estadísticamente fundamentados y (2) definir criterios de "preguntas de precaución" para juzgar y evaluar un informe. Este área de investigación no se limita a la enseñanza y educación. Por ejemplo, Breslow (1999) considera que la interpretación de la información en los informes estadísticos es un área de investigación que podría mejorar la literatura médica. El artículo de SERN también considera la definición de investigación de calidad en educación estadística como una cuestión a ser estudiada. Por tanto, la evaluación de informes o investigaciones es un área del pensamiento estadístico en el que debiera enfocarse la investigación.

La vida cotidiana

La tercera área en que se requiere el pensamiento estadístico es en la vida cotidiana, donde la información que no se recoge formalmente como dato se usa para operar y comprender el propio ambiente, para comprender las propias reacciones y racionalizar los sucesos. De acuerdo con Snee (1999, p. 257): "podemos usar el pensamiento estadístico sin datos". La comprensión de la variación es central a esta forma de pensar. El desarrollo de una forma estadística de pensar en la vida cotidiana no es contemplado en el currículo escolar, aunque es el área que los estadísticos, en particular en gestión de calidad, ven como un área importante de desarrollo. Ellos creen que su forma de pensar sobre la variación alterará la forma en que las personas ven la realidad. Entonces, algunas preguntas base de investigación pueden ser apropiadas.

Algunas cuestiones que podrían ser investigadas son: ¿Cómo obtiene la gente conclusiones con los datos cotidianos? ¿Cómo podemos caracterizar este razonamiento estadístico cotidiano que los estudiantes llevan a la clase? ¿En qué se diferencia la gente respecto a su pensamiento estadístico? ¿Cómo implementan los profesores esta cultura de argumentación o pensamiento en su enseñanza? Alternativamente, los investigadores en educación estadística podrían colaborar en el campo de gestión de la calidad para aprender más sobre esta forma de pensar antes de determinar preguntas sobre la enseñanza.

La estadística y la educación estadística son disciplinas nuevas. Creo que se necesitan nuevas formas de conceptualizar el método intelectual y el razonamiento de la disciplina estadística y que deben evolucionar con la investigación en educación estadística que busca comprender el pensamiento, aprendizaje y enseñanza de la estadística. Plantear las tres áreas de investigación sobre investigación empírica, evaluación de la investigación y vida cotidiana promovería el desarrollo del pensamiento estadístico.

Referencias

- Ben-Zvi, D. y Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. En J. Garfield, & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 45-55). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Breslow, N. (1999). Discussion: Statistical thinking in practice. *International Statistical Review*, 67(3), 252-255.
- Gal, I. (1997). Assessing students' interpretation of data. En B. Phillips (Ed.), *IASE Papers on Statistical Education ICME-8, Spain, 1996*, (pp. 49 - 57). Hawthorn, Australia: Swinburne Press.
- Hancock, C., Kaput, J., & Goldsmith, L. (1992). Authentic enquiry with data: critical barriers to classroom implementation. *Educational Psychologist*, 27(3), 337-364.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., & Gagnon, A. (1997). Students analysing data: Research of critical barriers. En J. Garfield, & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 151-167) Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Ministry of Education (1992). *Mathematics in New Zealand curriculum*. Wellington, New Zealand: Learning Media.
- Snee, R. (1999). Discussion: Development and use of statistical thinking: a new era. *International Statistical Review*, 67(3), 255-258.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical thinking using the media. En I. Gal, & J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education*. (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press.
-

12. Hacia un Modelo Teorico de cambio Conceptual en el Pensamiento estadístico

Dave Pratt, Universidad de Warwick, U.K., <dave_pratt@fcis1.wie.warwick.ac.uk>

Batanero, Garfield, Ottaviani y Truran han propuesto un catálogo de preguntas y temas sobre la dirección futura de la investigación en educación estadística. Sería fácil responder planteando más cuestiones o tratando de refinar las cuestiones propuestas. Sin embargo, cuando me enfrento a la complejidad, mi estrategia personal es siempre focalizarme y especializarse. Para mí la alternativa es enredarse.

Con esta estrategia en mente, me gustaría enfocarme sólo en dos preguntas relacionadas (pero fundamentales) en su catálogo: (i) Qué modelos psico-pedagógicos nos pueden ayudar a comprender el desarrollo del razonamiento estadístico y como podemos usar estos modelos para facilitar este desarrollo? y (ii) ¿Qué teorías de enseñanza-aprendizaje pueden contribuir a comprender y explicar la enseñanza y aprendizaje de la estadística? Estas dos cuestiones son todavía tan amplias que, incluso reconociendo el papel crucial que los factores externos, como el profesor, juegan sobre el desarrollo del aprendizaje, me gustaría enfocarme en el aprendiz. Al final, lo que el aprendiz aprende es lo que importa; podemos ganar pocos insights sobre la enseñanza sin investigar el aprendizaje. Más aún, me quiero especializar en las ideas elementales de probabilidad, aunque quizás algunas de mis ideas tendrán una relevancia mayor, son ustedes los que tendrán que decidirlo.

El esfuerzo dominante de investigación de los años 70 y 80 fue identificar, sobre todo a través de tareas de papel y lápiz, las formas en que las personas hacen juicios sobre el azar. Muchos investigadores (por ejemplo, Kahneman, Slovic y Tversky, 1982) identificaron una falibilidad extendida en el sentido que los que respondían sus preguntas frecuentemente usaban heurísticas no estadísticas para hacer juicios sobre el azar. A final de los 80 era claro que muchos adultos eran incapaces de manejar competentemente un gran rango de preguntas que implicarían un pensamiento estadístico. Durante este periodo los investigadores, buscando regularidades entre los hallazgos, identificaron una serie de heurísticas intuitivas subyacentes que, a través de sesgos sistemáticamente construidos, llevaban a error.

Ahora, en una mirada retrospectiva, este esfuerzo de investigación parece reflejar el que se produjo en educación matemática en la década anterior, y en la que metodologías similares identificaron catálogos de concepciones erróneas. Las implicaciones de tal investigación son (1) tales concepciones erróneas están fuertemente enraizadas en nuestros cerebros y hay poco que el profesor pueda hacer al respecto, o (ii) hay de hecho algunos enfoques pedagógicos poco usados y potencialmente efectivos, esperando ser descubiertos o popularizados.

La limitación de tal investigación es que ofrece pocos insights sobre cómo sería dicha pedagogía. La investigación sobre concepciones erróneas es esencialmente libre de teoría. Por supuesto Kahneman and Tversky defienden que catalogar tales heurísticas es en sí mismo una teoría. Bueno, en este caso, no es tanto una teoría del cambio conceptual (que es lo que necesita el profesor) como una teoría de estado conceptual. Supongamos que buscamos un modelo de cambio conceptual caracterizando los hallazgos de la investigación sobre el pensamiento probabilístico y luego evaluamos los modelos de cambio conceptual como predictores de esta caracterización. Mientras que los modelos de estado conceptual fueron diseñados para emparejarse con instantáneas de pensamiento, los modelos de cambio conceptual deben relacionarse con los hallazgos de metodologías que han buscado un análisis profundo de como cambia el pensamiento, bien sobre un periodo largo de tiempo (en estudios longitudinales) o en una transición significativa (en algunas entrevistas clínicas).

Cuando examino los resultados de las investigaciones que emergen de este tipo de metodología, el hecho simple más obvio es que no hay patrón -que el pensamiento sobre probabilidad es indirecto, quizás críticamente dependiente del contexto o de las herramientas usadas (ver Konold, 1989). ¿Es la inhabilidad para encontrar comunalidades una razón para desesperarse? En mi opinión, no. Por el contrario, es una razón para buscar un marco que encapsule tal variedad - que prediga el tipo de respuestas variadas que vemos en muchas investigaciones recientes.

Les invito a considerar un modelo de diSessa sobre el cambio conceptual (diSessa, 1993). No defiendo que no haya otros modelos que puedan también ayudar a dotar de sentido a los resultados de la investigación sobre probabilidad, pero diSessa ofrece un nivel de detalle que no he encontrado en ningún otro modelo de cambio conceptual. Él argumenta que el conocimiento primitivo es fragmentado. Tenemos muchos fragmentos

de conocimiento, algunos de los cuales ha identificado diSessa. Estas piezas de conocimiento se abstraen de nuestras experiencias y son denominadas p-prims, abreviatura de primitivas fenomenológicas.

No es apropiado detallar aquí como se puede adaptar esta teoría al pensamiento probabilístico (ver Pratt, 1998, 2000, para más detalles). Baste decir que diSessa nos ofrece un mundo en el cual, cuando un niño se enfrenta con datos nuevos, tratará de dotar sentido a esta situación a través de estas pequeñas piezas de conocimiento. Cuáles de las p-prims son utilizadas dependerá de características superficiales de la situación. Gradualmente algunas p-prims parecen más fiables y serán más verosímilmente usadas en el futuro para dotar de sentido a las situaciones. Gradualmente las p-prims pueden estructurarse más a través de “desarrollo hacia la pericia”, de modo que grupos de p-prims mutuamente consistentes son activadas simultáneamente.

Parece que la experiencia cotidiana usualmente no lleva a una gran reestructuración de las p-prims relacionadas con la aleatoriedad, quizás porque la naturaleza de la retroalimentación en este contexto es tan elusiva. Incluso la enseñanza convencional parece proporcionar poco cambio hacia la pericia, si creemos las investigaciones primeras sobre concepciones erróneas. Las implicaciones es que necesitamos identificar las raíces primitivas del pensamiento probabilístico y encontrar pedagogías no convencionales que apoyen el cambio hacia la pericia. En este sentido, quizás el papel más importante del ordenador en educación estadística es no como un útil para llevar a cabo las técnicas estadísticas eficientemente, sino como laboratorio en que los niños puedan probar sus conjeturas sobre la aleatoriedad y probabilidad, aprendiendo de la retroalimentación que el mundo cotidiano no puede proporcionar, y cambiando así su conocimiento hacia mayores niveles de pericia. Algunos de estos laboratorios ya existen (^{1 2 3}) pero se necesita mucha investigación para mejorar su efectividad y esta investigación debe basarse sobre un modelo de cambio conceptual que abarque lo que ya sabemos sobre la investigación sobre el pensamiento probabilístico.

Referencias

- diSessa, A. A. (1993). Towards an epistemology of physics. *Cognition and Instruction*, 10(2 & 3), 105-226.
- Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgement under uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6(1), 59-98.
- Pratt, D. (1998). The Co-ordination of meanings for randomness. *For the Learning of Mathematics*, 18(3), 2-11.
- Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 602-625.
- Smith, J. P., diSessa, A. A. y Rochelle, J. (1993). Misconceptions reconceived - a constructivist analysis of knowledge in transition. *Journal of Learning Sciences*, 3(2), 115-163.

Notas

¹ “Chance-Maker” es uno de estos laboratorios y puede descargarse desde: http://fcis1.wie.warwick.ac.uk/~dave_pratt/. Se necesita Boxer, un lenguaje de programación parecido a Logo. De momento solo está disponible para Macintosh pero pronto estará disponible para PC. Más información sobre Boxer, incluyendo una copia gratis en: <http://www.soe.berkeley.edu/~boxer/>

² Un segundo laboratorio es “Probability Simulator”. Puede pedirse o encontrar más información (sólo para Macintosh) en: <http://www.umass.edu/srri/serg/probsim.html>

³ Un tercer laboratorio es “Probability Explorer”. Más información en: <http://www4.ncsu.edu/~hsdrier/dissertation.html>

3. Construyendo una Agenda de Investigación para la Educación Estadística. Una respuesta a las reacciones publicadas en *SERN 2(1)*

Carmen Batanero, Joan B. Garfield y M. G. Ottaviani

Determinar las preguntas principales en educación estadística no es una tarea sencilla, porque hay demasiadas cuestiones relevantes no contestadas sobre la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Sin embargo, en *SERN 1 (2)* propusimos una lista de puntos que consideramos importante investigar, dado el estado actual de la investigación en educación estadística, así como nuestras propias ideas y tradición investigadora. Reflexionamos sobre la diversidad de personas implicadas en la investigación en educación estadística, las dificultades de lograr acceso a la literatura en el campo y los desafíos que plantea la formación de los investigadores desde las diferentes disciplinas.

Nuestra breve nota fue complementada en *SERN 2(1)* por reacciones de un grupo de colegas de diferentes países que representaban distintas formaciones y experiencias. Estas diferencias, así como la naturaleza interdisciplinar de la investigación en educación estadística fue visible en la variedad de respuestas y sugerencias en las reacciones.

En este resumen, tratamos de sintetizar los principales puntos destacados por los distintos reactivos a los cuales estamos muy agradecidos, ya que proporcionarían muchas ideas relevantes complementarias a las nuestras. Sería una tarea demasiado difícil replicar con detalle a cada punto planteado, ya que algunos de ellos merecerían todo un número de la Newsletter. Por tanto, sólo ofreceremos aquí algunas matizaciones sobre algunas de las ideas más relevantes que surgieron. Pensamos enfocarnos en otros de los temas pendientes en futuras ediciones de nuestra Newsletter.

Puntos comunes con otras áreas educativas

Hay un acuerdo entre nuestros reactivos sobre la dificultad de llevar a cabo una investigación en educación estadística. Como señala Cordani, incluso los "estadísticos puros" reconocen la importancia y necesidad de la experiencia de enseñanza y un conocimiento estadístico y educativo adecuado, antes de iniciar una investigación de educación estadística.

Una sugerencia interesante de Bacelar es que tratemos de encontrar lo que tenemos en común con "educación" en otras materias, en particular con educación matemática. Coincidimos en que no estamos aislados en la tarea de construir nuestros marcos teóricos y metodologías de investigación. Por supuesto gran parte de la investigación en educación estadística viene de personas formadas dentro de la educación matemática y los marcos teóricos y metodológicos de la educación matemática son extremadamente relevantes para la educación estadística (véase, por ejemplo el nuevo *Research Handbook in Mathematics and Science Education* de Kelley y Lesh). Sin embargo, todavía necesitamos clarificar las diferencias en tipos de aprendizaje y razonamiento en las dos áreas, reconociendo los requerimientos en este sentido de personas como David MOORE, que insisten en que estadística y matemáticas son dos disciplinas diferentes.

La Psicología es otra área donde los investigadores en educación estadística han buscado estudios relacionados, conceptos teóricos y métodos. Los investigadores en psicología del desarrollo, educativa y cognitiva han estado interesados por el razonamiento estocástico y en cómo se desarrolla y algunos psicólogos notables (e.g., Piaget & Inhelder, 1951; Fischbein, 1975; Kahneman, Slovic, & Tversky, 1982) continúan proporcionando una base importante a la investigación en nuestro campo. Sin embargo Lecoutre y Lecoutre resaltan que la mayoría de las encuestas psicológicas que han estudiado las concepciones erróneas sobre la probabilidad, han inducido respuestas estereotípicas y han reflejado más el conocimiento teórico de los sujetos sobre la probabilidad que sus opiniones o sus formas de razonar. En consecuencia, estos reactivos sugieren que debiéramos estudiar el origen de las concepciones estadísticas erróneas con mayor profundidad para averiguar si los sesgos descritos por los psicólogos son intuiciones erróneas fundamentales, que resultan de las experiencias cotidianas, o se trata de interpretaciones erróneas del material que ya ha sido enseñado. Un objetivo primario de cualquier investigación en educación estadística sería proporcionar una descripción analítica de los procesos cognitivos subyacentes en estas concepciones erróneas con el fin de encontrar si hay alguna coherencia interna en los juicios y razonamientos espontáneos.

Interdisciplinariedad

Quizás debido a que sus raíces se encuentran en la psicología y la educación, la educación estadística se

ha convertido en una área interdisciplinaria de conocimiento e investigación. Como indica Bright nuestra investigación debería continuar estando informada por el conocimiento que ha surgido en otras disciplinas. Cordani también sugiere que debiéramos construir nuestro conocimiento no sólo a partir de las áreas educativas, sino de una variedad de disciplinas. Una debilidad de las personas que se interesan por la educación estadística es que con frecuencia no conocen el trabajo que se hace en otras áreas y sólo se familiarizan con la pequeña parte de investigación que se publica en las revistas de su propia especialidad.

La interdisciplinaria es también visible al enseñar estadística bajo la perspectiva del análisis exploratorio de datos. En este enfoque, los estudiantes pueden llegar a trabajar en tareas y proyectos en los que necesitan planear un problema y recoger datos. Estos proyectos podrían surgir desde otras disciplinas como biología, geografía o ciencias sociales. Bright sugiere que al razonar sobre los datos, el contexto juega un papel primordial y que el conocimiento sobre el contexto afecta la interpretación que el estudiantes hace de los datos. Un ejemplo de trabajo interdisciplinar lo proporciona Lajoie (1998) quien sugiere que el contexto multidisciplinar de ese proyecto proporcionó una gran fuerza a su estudio. Pensamos que sería bueno reconocer la interdisciplinaria en educación estadística, constituyendo grupos de investigadores que representen diferentes disciplinas en una institución para dirigir trabajos de investigación o colaborar en proyectos de investigación.

Diferentes tipos de estudiantes

Otro problema destacado por los reactivos es el efecto de la formación y conocimientos previos de los estudiantes. Coincidimos con Chadjipadelis e Ito en que la enseñanza de la estadística depende del tipo de estudiantes y que las preguntas de investigación han de adaptarse al investigar estudiantes de diferentes niveles educativos, intereses, conocimientos y actitudes. Los reactivos sugieren ejemplos de cómo un enfoque distinto de la situación puede ser apropiado en diferentes contextos. Lajoie nos recuerda que tenemos que considerar la perspectiva multicultural en la enseñanza y aprendizaje en todos los campos de la educación y que cuando analizamos la transferibilidad de los resultados de investigación tenemos que tener en cuenta a la vez las cuestiones educativas locales y globales.

Es difícil imaginar a alguien que piense que la investigación en educación estadística es un tema demasiado limitado. Por el contrario, cuando miramos los programas de las conferencias ICOTS, podemos ver la variedad de estudios posibles. Algunos se enfocan hacia la escuela, otros a la universidad o los cursos para postgraduados. Algunas personas estudian la formación de personas en su lugar de trabajo o la de los estadísticos oficiales. Otros investigan la alfabetización de los adultos. Jolliffe sugiere que en el mundo de hoy, donde se impone la educación continua y la formación profesional, enseñamos a personas de todas las edades y no únicamente a los jóvenes. En la IASE Round Table Conference, en la que personas de todo el mundo se reunieron en Tokio para discutir la formación de los investigadores (ver el resumen del libro en este número) fue patente la existencia de problemas educativos relacionados con la comprensión, uso e interpretación de la estadística por parte de los investigadores.

La investigación en educación estadística como proceso y como producto

Glencross nos pide que nos preguntemos qué es la investigación en educación estadística e incluso qué es la misma estadística. Realmente pensamos que esta discusión es necesaria, porque para alcanzar el reconocimiento por otras disciplinas el primer paso es que podamos identificar las características de nuestra nascente área.

Otra consideración de interés es que la investigación es, a la vez, un proceso y un producto. En nuestro artículo original nos preocupamos principalmente sobre la investigación como proceso: el proceso de investigar en educación estadística y por la necesidad de asegurar la calidad de este proceso. Sin embargo, la educación estadística como proceso es inseparable del producto de este proceso. Una implicación de la respuesta de Glencross es que debemos comenzar a re-organizar el producto que tenemos ahora, es decir, los resultados hasta la fecha de la investigación en educación estadística. Hay un cuerpo de conocimiento creciente sobre educación estadística que se encuentra, por otro lado, disperso por países y disciplinas y que a menudo no es fácilmente accesible. Una tarea urgente para la comunidad de educación estadística es seleccionar los estudios más relevantes, compilar y organizar los resultados de esta selección y hacerlo accesible a los investigadores.

Debemos recordar que la Statistical Education Research Newsletter (SERN) se creó con el fin de compartir la investigación entre los educadores estadísticos. Hubo ocho años de versiones impresas de esta newsletter (originalmente llamada Newsletter of the International Study Group for Research in Learning Probability and Statistics) tres años más de versión electrónica de la misma y un año de IASE SERN. Hasta

ahora las mejores compilaciones de investigación en educación estadística son los capítulos de Shaughnessy (1992); Shaughnessy, Garfield and Greer (1997), Peard and Borovnick (1997), y los libros de Gal Garfield (1997), Lajoie (1998), Hawkins, Glickman y Jolliffe (1992), Borovnick y Kapadia (1991). En respuesta a la necesidad de una nueva revisión de la literatura de investigación más relevante Joan Garfield y Beth Chance están ahora comenzando a trabajar en un nuevo handbook sobre investigación en educación estadística.

Konold nos recuerda que no podemos suponer todavía que la tarea de "traducir" nuestra investigación para los profesores es responsabilidad de otros. Hacer que el producto de la investigación sea accesible para los profesores es una tarea difícil, debido al problema del idioma. Por ejemplo, el grupo de educación estadística de la Universidad de Granada ha producido varios libros para los profesores, accesibles también a los profesores Latinoamericanos, quienes comparten nuestro idioma (Godino, Batanero, & Cañizares, 1987; Batanero, Navarro-Pelayo, & Godino, 1994; Batanero, 2001). Las publicaciones del Schools Council Project (1989) en Inglaterra, la comisión Inter-IREM en France (1997) o el NCTM en USA (e.g., Shulte, & Smart, 1981), los libros de Kapadia and Borovnick (1991), Lajoie (1998) y Gal y Garfield (1997) son otros ejemplos del tipo de literatura que los profesores pueden encontrar útil en su trabajo diario, aunque están limitado a los que pueden leer inglés o francés. Estamos seguros de que hay muchos otros libros similares en otras lenguas, pero es difícil determinar si son o no apropiados. Necesitamos un método para facilitar la localización y catálogo de estos recursos, de forma que puedan darse a conocer a los profesores interesados.

Una cuestión sugerida por varios reactivos de nuestro trabajo es la calidad de la investigación en educación estadística. Glencross sugiere que decidir qué es un buen tipo de investigación no es sencillo y depende de diferentes parámetros, mientras Lecoutre y Lecoutre piensan que una investigación de calidad en educación estadística debe incorporar tres aspectos complementarios: normativo, descriptivo y prescriptivo. Mientras que la situación actual de la educación estadística dificulta el componente prescriptivo, no debiéramos olvidar esta sugerencia que quizás merece una discusión futura. Coincidimos en que la preocupación por producir investigación de calidad es crucial si queremos que la educación estadística se reconozca como disciplina madura.

Finalmente Jolliffe se cuestiona quién debería llevar a cabo la investigación en educación estadística y sugiere que se conoce y se ha publicado poco sobre metodología de la investigación en educación estadística. Pensamos que, puesto que parte de esta metodología se basa en el uso apropiado de los métodos estadísticos y el razonamiento estadístico, la investigación en educación estadística de hecho puede contribuir al mejor uso de la estadística en nuestra misma área de conocimiento y tiene, por tanto, un carácter recursivo. Al mejorar la enseñanza, comprensión y uso de la estadística, podemos mejorar la educación estadística como proceso y como producto. Sin embargo, reconocemos que bastante investigación en educación estadística no necesariamente implica recoger y analizar datos cuantitativos, sino datos cualitativos (e.g., usando entrevistas clínicas y observación de la clase). Podría parecer sorprendente que los educadores estadísticos usen métodos cualitativos en lugar de la estadística para la que han sido entrenados. Reconocemos la importancia de ambos tipos de metodología y sugerimos prestar más atención a la combinación de los dos métodos para ayudar a llevar a cabo la investigación en educación estadística.

Construyendo una disciplina científica

Un fin principal de los investigadores en educación estadística es construir una disciplina científica, es decir, un cuerpo organizado de conocimientos que pueda contribuir a mejorar la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Konold resalta que es improbable que un estudio aislado tenga mucho impacto sobre la práctica y que necesitamos pensar más globalmente sobre programas de investigación que continúen la investigación sobre cada problema particular. Una revisión de la literatura de investigación ilustra esta preocupación, porque aparecen pocos programas de investigación que se construyan sobre la investigación previa y revelen nueva información sobre una pregunta de investigación particular. En vez de eso, muy a menudo encontramos un problema que se estudia en un solo experimento, no tiene replicación ni hay estudios posteriores que se apoyen en sus resultados.

Konold sugiere a los investigadores revisar con cuidado la investigación existente cuando preparen un artículo o diseñen un experimento. Por desgracia, es frecuente el caso de una investigación o un artículo que no cita la investigación previa en el tema (o sólo hace unas pocas referencias). Otros autores parecen incluir sólo referencias que no proporcionan ni un marco teórico ni sustancia, lo que sugiere que el autor lleva a cabo su investigación con ignorancia del trabajo previo en su tema. Coincidimos con Konold en que no podremos progresar en la construcción de una comunidad de investigación reconocida hasta que nos sea más familiar lo que hacen otras personas en diferentes disciplinas y diferentes países en el mundo. Con la disponibilidad de

Internet, la comunicación electrónica y la información detallada de las newsletters que almacenamos en la IASE *SERN* website, no debiera haber excusa para una revisión bibliográfica pobre o incompleta. Grupos como el Statistical Education Research Group y el PME stochastic group pueden ayudar a conectar a los investigadores de todo el mundo de modo que nadie necesita trabajar aislado. Animamos a los lectores de esta respuesta que no son miembros de IASE a unirse a IASE y al IASE SERG y a compartir con nosotros sus propias investigaciones y publicaciones para que informemos de ellas en futuras ediciones de *SERN*.

El papel de la teoría

Una disciplina científica incluye marcos teóricos y conceptos. Nuestros reactivos tienen opiniones diferentes sobre el papel de la teoría en la investigación. Estas visiones se pueden clasificar en tres grupos, que describimos a continuación:

1. Un grupo de reactivos sugiere que deberíamos tomar nuestros modelos teóricos de la psicología y la educación; o más específicamente de la educación matemática. Jolliffe argumenta que hasta cierto punto la investigación en educación estadística proviene de la psicología y la educación matemática y puede construirse sobre esta base. Pratt reflexiona sobre los modelos psico-pedagógicos que nos pueden ayudar a comprender el desarrollo del razonamiento estadístico y cómo estos modelos podrían usarse tanto para facilitar el desarrollo cognitivo como para explicar la enseñanza y aprendizaje de la estadística.

2. Otro grupo de reactivos sugiere que necesitamos construir modelos específicos del razonamiento y aprendizaje estadístico. Konold piensa que debiéramos trabajar para desarrollar y luego construir sobre teorías específicas del razonamiento estadístico tal como se desarrolla en las clases. Pfannkuch sugiere que necesitamos conceptualizar los métodos intelectuales y el razonamiento de la disciplina estadística. Esto podría ir cambiando según la investigación en educación estadística se intenta enfocar más en la comprensión de las conexiones entre pensamiento aprendizaje y enseñanza de la estadística.

3. Otros reactivos ofrecen un enfoque más ecléctico. Bright considera importante reflexionar sobre las perspectivas teóricas y las técnicas de investigación en todas nuestras investigaciones, pero no cree que debamos estar restringidos por el uso de los mismos marcos. Glencross sugiere que necesitamos tolerar la diversidad de teoría, metodologías, prácticas e intereses en la educación estadística.

Es claro que el tema de los marcos teóricos y soporte de la investigación es importante y controvertido y que quizás no estamos todavía preparados para proporcionar una respuesta definitiva sobre el tema. Sin embargo, hay algunos trabajos recientes que proponen modelos teóricos específicos para diferentes aspectos del aprendizaje y la competencia (Wild y Pfannkuch, 2000, Gal, en prensa). Mclean (2001), al discutir la modelización estadística, sugiere que es importante recordar que un modelo solo es "cierto" internamente y que el fin de crear cualquier modelo es alcanzar alguna comprensión sobre el funcionamiento de un fenómeno particular para poder controlarlo. Por ello, tanto los marcos teóricos generales como los específicos podrían ser útiles para explicar un fenómeno dado o para organizar una investigación participar y sería apropiado sólo si se usa e interpreta correctamente. Es importante también entender los límites del modelo, lo que puede hacer y lo que no y reconocer que cada modelo tiene sus límites.

Fundamentos de estadística

Un problema subyacente que afecta tanto a la enseñanza de la estadística como a la investigación sobre la misma es que hay temas controvertidos sobre los que no hay un consenso general entre los estadísticos. Los conceptos estadísticos se mezclan a veces con cuestiones filosóficas sobre la naturaleza del conocimiento y sobre cómo un nuevo hallazgo se apoya en los datos. Los conceptos estadísticos se combinan con frecuencia con cuestiones sobre la causalidad o la inducción que han sido tema de debates durante siglos.

Tal es el caso de la inferencia, donde hay controversias filosóficas acerca de cómo podemos justificar un razonamiento inductivo y sobre los diferentes enfoques teóricos de la estadística. Algunos de estos debates se iniciaron con Fisher, Neyman, Pearson y los miembros de la Bayesiana y tratan de dilucidar que entendemos por "resultado significativo", si es posible calcular la probabilidad de una hipótesis, cuál sería la naturaleza de esta probabilidad y como se relacionaría con los datos empíricos. El debate continúa (Harlow, Mulaik & Steiger, 1987; Batanero, 2000), aunque la mayoría de los profesores de estadística tienden a ignorarlos y ofrecen a sus estudiantes solo una posición (bien clásica o Bayesiana) sin informarles de que existen otras posibles alternativas.

Cordani sugiere que estas controversias afectan a la investigación y a la enseñanza, puesto que la forma en que vemos la estadística influye en el tipo de pregunta que nos planteamos sobre la enseñanza de la

estadística. También afecta en algunos casos a nuestros métodos de investigación, a las hipótesis que nos planteamos, los datos que analizamos y la interpretación de los resultados.

El futuro

La serie de respuestas publicadas en nuestro número de Enero de *SERN* plantean otras muchas preguntas que van más allá de las incluidas en nuestro artículo inicial. No hemos comentado todas las cuestiones surgidas, pero esperamos que nuestros lectores las consideren cuando se planteen iniciar investigación sobre un tema particular de educación estadística.

Como dijimos en nuestro artículo inicial, un papel importante IASE es promover la investigación en educación estadística. Bacelar sugiere que si tuviéramos más reuniones científicas podríamos promover mejor la investigación, continuando el trabajo de las conferencias IASE. Animamos a todos en implicarse en estos trabajos ayudando a coordinarlos, sirviendo para organizar comités, revisando propuestas y sugiriendo ponentes.

Konold sugiere que además de las presentaciones formales en las conferencias científicas, necesitamos formar pequeños grupos de investigación donde leamos y discutamos trabajos y nos ayudemos para hacer la investigación. Discutir y compartir ideas no está hoy restringido por la distancia física, pues la comunicación electrónica une a personas muy alejadas geográficamente. Muchos de nosotros hemos participado en investigación en colaboración con compañeros que viven lejos de nosotros. El grupo de estocástica de PME y los pequeños foros de investigación promovidos por IASE (SRTL-1 y SRTL-2) han dado también la oportunidad de formar grupos de trabajo para compartir resultados y planificar trabajos futuros. Esperamos finalmente que la *SERN* newsletter siga usándose como vehículo para establecer vínculos entre los que tienen intereses y líneas comunes de investigación en educación estadística.

Para completar la información proporcionada en nuestra newsletter, Jolliffe está diseñando una encuesta sobre investigación respecto a cuestiones pedagógicas relacionadas con la estadística y la investigación operativa, en colaboración con Susan Starkings y Mike Fuller. Estaremos contentos de ofrecerles la ayuda de *SERN* y *Stated_list* para este importante proyecto.

References

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. Available from <http://www.ugr.es/local/batanero>.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Navarro-Pelayo, V. (1994). *Razonamiento Combinatorio*. Madrid: Síntesis.
- Borovcnik, M., & Peard, R. (1996). Probability. En A. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 298-302). Dordrecht: Kluwer.
- Commission Inter-IREM (1997). *Enseigner les probabilités au lycée*. Reims: Institute de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probability thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Gal, I., & Garfield, J. B. (1997). *The assessment challenge in statistics education*. Voorburg: IOS and International Statistical Institute.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Harlow, L. L., Mulaik, S. A., & Steiger, J. H. (1997). *What if there were no significance tests?* Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Hawkins, A., Jolliffe, F., & Glickman, L. (1992). *Teaching statistical concepts*. New York: Longman.
- Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (1982). *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge University Press.
- Kapadia, R., & Borovcnik, M. (1991). *Chance encounters: Probability in education*. Dordrecht: Kluwer
- Kelly, A. E., & Lesh, R. A. (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*. Mahway, NJ: Earlbaum.
- Mclean, A. (2001). Statistics in the catwalk. The importance of models in training researchers in statistics. In C. Batanero (Ed), *Training Researchers in the Use of Statistics* (pp. 87-102). Granada, Spain: International Association for Statistics Education and International Statistical Institute.

- Lajoie, S. P. (Ed.). (1998). *Reflections on statistics: learning, teaching, and assessment in grades K-12*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Schools Council Project on Statistics Education (1989). *Statistics in your world*. London: Foulsham Educational.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D. Grows (Ed.), *Handbook of research in mathematics education* (pp. 465-494). New York: MacMillan.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J. B., & Greer, B. (1997). Data handling. En A. Bishop (Eds.). *International handbook of mathematics education* (Vol. 1, pp. 205-237). Dordrecht: Kluwer.
- Shulte, A., & Smart, J. (Eds.) (1981). *Teaching statistics and probability. 1981 Yearbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.