

EL PAPEL DE LOS PROYECTOS EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA

Carmen Batanero¹ y Carmen Díaz²

¹Didáctica de las Matemáticas
Universidad de Granada, España

²Metodología de las Ciencias del Comportamiento
Universidad de Granada, España

RESUMEN

El trabajo con Proyectos en la clase de estadística permite contextualizar los contenidos en situaciones interesantes para el alumno e integrar la enseñanza de la estadística dentro del proceso más general de investigación. En este trabajo analizamos, mediante un ejemplo, la metodología de trabajo con proyectos y su interés, los objetivos de enseñanza y la evaluación del aprendizaje. Sugerimos también algunos recursos en Internet que facilitan el trabajo con proyectos.

Palavras chave: enseñanza de la estadística, proyectos, objetivos de aprendizaje

Clasificación AMS: 97D30, 97D50

1. INTRODUCCIÓN

La estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar de forma óptima experimentos, mejorar las predicciones y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Esta relevancia ha producido un interés creciente por la enseñanza de la estadística, como se refleja en diferentes documentos curriculares, donde se insiste en la necesidad de comenzarla lo antes posible, y, al menos, en la educación secundaria obligatoria. Se habla de proporcionar una *cultura estadística*,

“que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, p. 2-3).

Por ejemplo, en los Principios y Estándares Curriculares del National Council of Teachers of Mathematic (NCTM, 2000) se recogen los siguientes objetivos para los niños de los niveles de 3º a 5º de primaria:

- Diseñar investigaciones para contestar una pregunta y considerar cómo los métodos de recogida de datos afectan al conjunto de datos.
- Recoger datos de observación, encuestas y experimentos.
- Representar datos en tablas, gráficos de línea, puntos y barras.
- Reconocer las diferencias al representar datos numéricos y categóricos.
- Usar las medidas de posición central, particularmente la mediana y comprender qué es lo que cada una indica sobre el conjunto de datos.
- Comparar distintas representaciones de los mismos datos y evaluar qué aspectos importantes del conjunto de datos se muestran mejor con cada una de ellas.

- Proporcionar y justificar conclusiones y predicciones basadas en los datos y diseñar estudios para mejorar las conclusiones y predicciones.

Objetivos semejantes, aunque a nivel más avanzado, se incluyen para el resto de la educación primaria y educación secundaria obligatoria, en que no sólo se hace referencia a los conceptos y procedimientos, sino que se enfatiza todo el proceso de razonamiento estadístico, y el sentido de los datos. Sin duda esta es una propuesta curricular avanzada. A una mayor variedad y cantidad de contenidos estadísticos se une también la recomendación sobre un cambio en el enfoque: Se trata de presentar el análisis exploratorio de datos, centrar la estadística sobre las aplicaciones y mostrar su utilidad a partir de áreas diversas.

Como analizamos en Batanero y Díaz (2004), la mejor forma de seguir estas recomendaciones es introducir en las clases de estadística el trabajo con proyectos, algunos de los cuales son planteados por el profesor y otros escogidos libremente por los alumnos. En lugar de introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas abstractos que no se encuentran en la vida real, se trata de presentar las diferentes fases de una investigación estadística: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos y obtención de conclusiones sobre el problema planteado. Este recurso es ya habitual en algunos países, que incluso organizan competiciones de proyectos estadísticos, como los descritos en Connor, Davies y Payne (2002). Nosotros hemos aplicado esta filosofía de enseñanza desde hace algunos años, preparando algunos materiales (Batanero y Godino, 2001) para asignaturas de estadística aplicada que hemos impartido a alumnos de primer curso de Universidad.

Comenzaremos este trabajo presentando un ejemplo, que puede ser reproducido por los profesores de secundaria o bachillerato en sus clases de estadística. Describiremos sus objetivos, los datos y la forma en que han sido recogido, sugiriendo algunas posibles actividades que propicien la reflexión sobre los conceptos estadísticos y permitan la ejercitación de las diversas representaciones, técnicas y tipos de argumentación. Dependiendo de la edad y conocimientos previos de los alumnos, de sus intereses, tiempo disponible, el profesor puede suprimir o añadir otras actividades. Otros ejemplos pueden encontrarse en Batanero (2001), en donde presentamos un curso de estadística para secundaria basado en cinco proyectos y en textos universitarios como los de Rossman y Chance (2001).

Seguidamente, justificaremos la importancia de contextualizar la enseñanza de la estadística alrededor de una o varias investigaciones al alcance de los alumnos, y reflexionaremos sobre las características de un buen proyecto, abordando también el problema de la evaluación. Finalizamos con algunas implicaciones para la enseñanza.

2. UN PROYECTO DEMOGRÁFICO

2.1. OBJETIVOS

Este proyecto podría ser desarrollado con alumnos de los últimos cursos de secundaria (16-17 años) o en el curso inicial en la Universidad aunque en este caso, se podrían completar preguntas de tipo inferencial. Se trata de analizar una serie de variables demográficas, entender su utilidad y el motivo por el cual son recogidas, analizar las relaciones entre las diferentes variables y estudiar las diferencias en sus distribuciones entre países según su nivel de desarrollo. Un objetivo importante es mostrar la utilidad de la estadística en el estudio de interrelaciones entre variables. Mostraremos algunos ejemplos de las posibles actividades a desarrollar en un curso de análisis exploratorio de datos.

2.2. LOS DATOS

La actividad se desarrolla en torno a un fichero que contiene datos de 97 países y que ha sido adaptado del preparado por Rounckenfield (1995) y que se encuentra disponible en el servidor de Journal of Statistical Education (<http://www.amstat.org/publications/jse/>). Contiene las siguientes

variables, para el año 1990 y cada uno de los países:

- *Tasa de natalidad*: Niños nacidos vivos en el año por cada 1000 habitantes;
- *Tasa de mortalidad*: Número de muertes en el año por cada 1000 habitantes;
- *Mortalidad infantil*: Número de muertes en el por cada 1000 niños de menos de 1 año;
- *Esperanza de vida* al nacer para hombres y mujeres;
- *PNB*. Producto Nacional Bruto per cápita en dólares (USA);
- *Grupo*: Clasificación de países en función de la zona geográfica y situación económica, en las siguientes categorías: 1 = Europa Oriental, 2 = Ibero América, 3 = Europa Occidental, Norte América, Japón, Australia, Nueva Zelanda, 4 = Oriente Medio, 5 = Asia, 6 = África.
- Hemos añadido el número de habitantes en miles de personas (*Población*), tomado del anuario publicado por el periódico español "El País".

2.3. PREGUNTAS, ACTIVIDADES Y GESTIÓN DE LA CLASE

1. *¿Podrías explicar qué significa cada una de las variables del fichero? ¿Quién y cómo las calcula? ¿Cómo se recogen los datos? ¿Habrá otro modo de calcular el índice de natalidad? ¿Para qué sirven? ¿Podrías encontrar alguna noticia en la prensa relacionada con estas variables?*

La actividad inicial consiste en discutir el significado de las variables de este fichero y analizar cómo se han calculado las diferentes tasas: natalidad, mortalidad, esperanza de vida, PNB. Los alumnos podrían investigar qué otros indicadores alternativos se emplean para obtener un indicador demográfico o económico de la riqueza de un país. El profesor podría pedir a los alumnos que busquen artículos en la prensa en que se hable de alguno de estos indicadores y que expliquen con sus propias palabras la utilidad que pueden tener y que averigüen quien y como los calcula.

Un punto muy importante es la discusión de las variables y el problema de la medición. Es preciso concienciar a los alumnos de la dificultad que reviste el proceso de categorización o de medición, porque la realidad es siempre más compleja que nuestros métodos para estudiarla. La toma de conciencia sobre la complejidad del proceso de elaboración de las estadísticas demográficas o económicas es un paso importante para valorar el trabajo del estadístico y fomentar la cooperación en censos y encuestas.

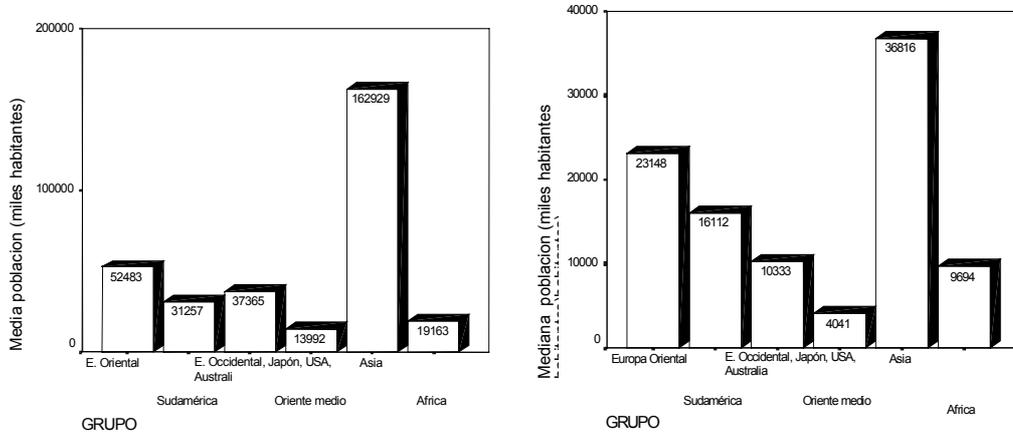
En este fichero se ha usado un código para agrupar los países en función de la zona geográfica y desarrollo económico. Los alumnos podrían sugerir otras variables de clasificación de los países o añadir otras variables o países al fichero. El trabajo con un fichero completo, en lugar de centrarse en variables aisladas supone el inicio de una filosofía multivariante donde cada variable cobra su importancia o bien es explicada en función del resto y donde el alumno puede tratar de comprobar sus conjeturas con la incorporación de nuevas variables al estudio.

2. *En la Figura 1 hemos representado el número promedio de habitantes en cada país, según grupo, usando dos promedios diferentes: media y mediana. ¿Por qué las dos gráficas son tan diferentes? ¿Elegirías la media o la mediana para representar el número típico de habitantes en los países, según la zona geográfica?*

La elaboración de una tabla o un gráfico ya supone una primera reducción de los datos, pero a veces queremos hallar un único valor representativo de la distribución. Esta actividad puede realizarse a partir de las gráficas ya elaboradas o también pedir a los alumnos que las construyan previamente.

En el segundo caso la clase puede dividirse en grupos para calcular estos promedios, así como la moda, y para explicar lo que representa cada uno de estos promedios y elegir en cada grupo el que mejor lo representa, argumentando la elección. Se puede pedir a los alumnos que señalen las principales diferencias entre los dos gráficos y que decidan cuál de los dos promedios acentúa más las diferencias explicando la razón.

Figura 1: Mediana y media del número de habitantes en los diferentes grupos de países

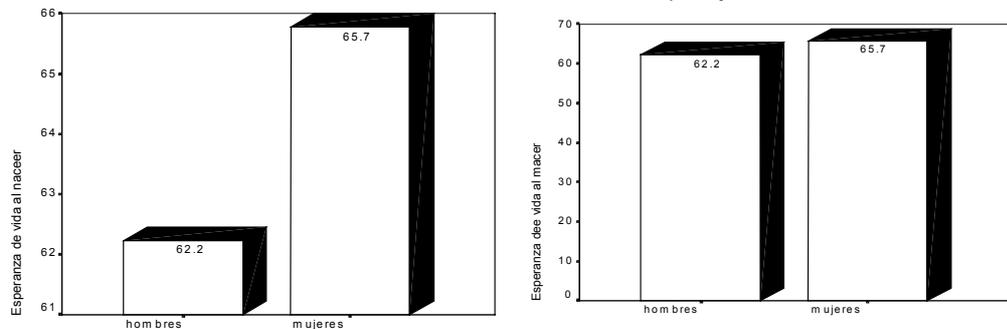


3. ¿Qué representa el valor obtenido al calcular la media de la esperanza media de vida al nacer en estos 97 países? ¿Cómo habría que hacer para calcular la esperanza media de vida al nacer en hombres y mujeres, si no tenemos en cuenta el país de nacimiento?

En este fichero las unidades estadísticas son agregados, lo que repercute en la interpretación de los promedios. Por ejemplo la media (simple) de todas las esperanzas de vida al nacer en los distintos países no es igual a la esperanza global de vida, sino que ésta tiene que ser calculada como una media ponderada en función del número de hombres / mujeres de cada país. Esto puede ayudar a reflexionar sobre las diferentes unidades estadísticas que pueden usarse en un estudio, la necesidad que a veces tenemos de trabajar con valores aproximados y la forma de combinar estudios parciales para obtener índices globales, así como sobre las propiedades de los promedios y su comprensión de las mismas por parte de los estudiantes (Batanero, 2000). Esta misma observación debe hacerse en la interpretación de otros estadísticos, como los de dispersión o los coeficientes de correlación.

4. Nosotros hemos calculado la esperanza media de vida global en hombres y mujeres, ponderando los datos de cada país por su número de habitantes (suponiendo un número aproximadamente igual de hombres y mujeres). En la Figura 2 hemos representado la esperanza media de vida en hombres y mujeres con dos escalas diferentes. Compara estos dos gráficos e indica si te parecen o no adecuados para representar la diferencia entre la esperanza media de vida de mujeres y hombres. Uno de los dos gráficos ha sido obtenido directamente del ordenador, mientras que el otro ha sido manipulado. Averigua cuál ha sido manipulado.

Figura 2. Esperanza de vida media en hombres y mujeres



5. Construye ahora una tabla de frecuencias que muestre la distribución de las tasas de natalidad. ¿Por qué en este caso conviene agrupar en intervalos? ¿Qué representa la frecuencia dentro de un intervalo? ¿Cuántos intervalos conviene usar en la tabla de frecuencias? ¿Cómo representaría gráficamente estos datos? ¿Es simétrica la distribución? ¿Cómo cambia la forma al variar el número de intervalos? ¿Qué representa y cómo representaría la frecuencia acumulada? ¿Qué posición ocupa mi país respecto a la tasa de natalidad? ¿Hay algunos países atípicos respecto a la tasa de natalidad?

En variables con un número grande de valores, surge la necesidad de agrupación. Ahora bien, no existe una regla fija sobre la forma de construir los intervalos de clase, aunque se recomienda un número de intervalos aproximadamente igual a la raíz cuadrada del número de datos. En esta actividad se muestra un ejemplo de como en estadística es posible tener más de una solución correcta al mismo problema y también como la forma del histograma varía en función de la elección de los intervalos. Junto con las representaciones gráficas tradicionales, podrían usarse el diagrama de tallo y hojas o los gráficos de cajas, cuya potencia exploratoria se acentúa con el paso de una a otra representación, así como la selección de partes del fichero para realizar estudios comparativos, por ejemplo al comparar las variables en los distintos grupos de países, que es el tema de la siguiente actividad.

El interés no sólo se centra en las tendencias, sino en la variabilidad, así como el estudio de los valores atípicos. Vemos también como la idea de distribución siempre es relativa a un colectivo; por eso un valor puede ser atípico dentro de un subconjunto de datos y no serlo en el global. Divididos en grupos, los alumnos pueden tratar de hallar representaciones alternativas que pongan de manifiesto las diferencias en la tasa de natalidad. Por ejemplo, podemos observar los gráficos de puntos y cajas (Figuras 3 y 4) señalando las ventajas que tiene cada una de las representaciones gráficas y cómo podríamos cambiar cada gráfica para resaltar más (menos) las diferencias.

Figura 3. Gráfico de puntos

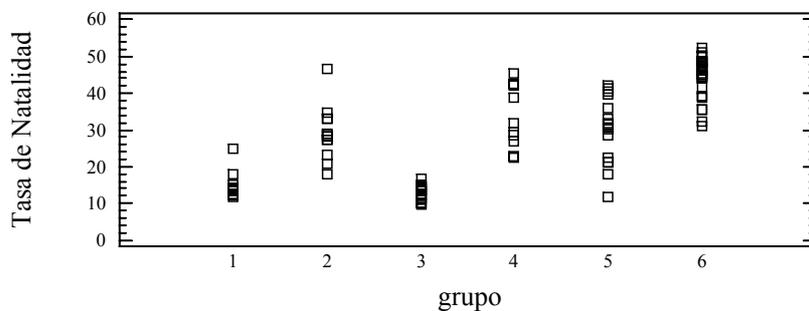
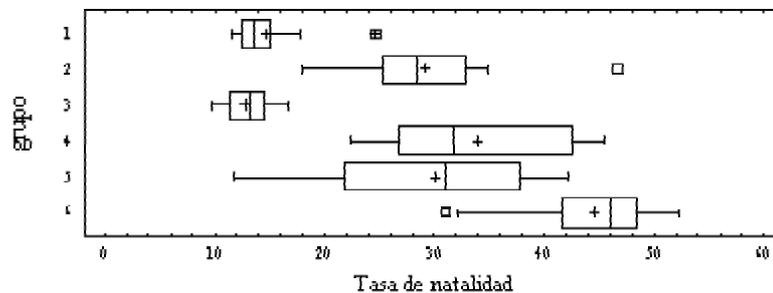


Figura 4. Gráficos de caja



6. En la actividad anterior hemos comparado una variable en distintos subconjuntos de países, pero a veces tiene también sentido comparar dos variables diferentes en el total de los datos. Se dice, por ejemplo, que las mujeres forman el sexo débil. Sin embargo muchas chicas estarían en contra de esta opinión. Podríamos investigar si la distribución de la esperanza de vida en el total de países es igual en hombres y mujeres analizando para ello los gráficos de las figuras y 6. ¿Hay mayor variabilidad entre países en la esperanza de vida en hombres o en mujeres? ¿En qué porcentaje de países la esperanza de vida de hombres (mujeres) es mayor de 58 años? ¿Y de 68 años? ¿Cuál es el valor de la esperanza mínima en el 70 por ciento de países tiene una esperanza de vida mayor? ¿Es igual en hombres y mujeres?

Figura 5: Histogramas. Distribución de la esperanza de vida en hombres y mujeres

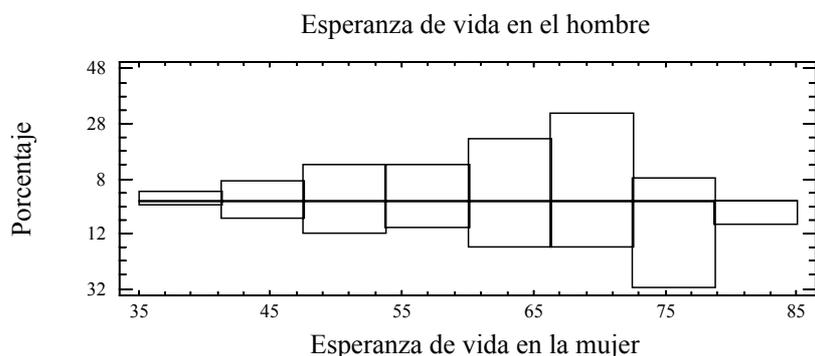
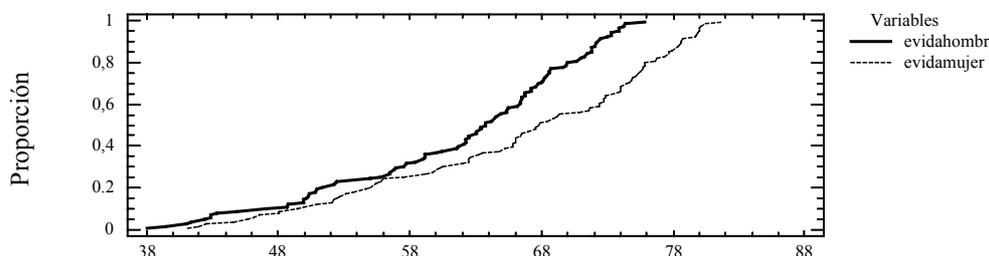


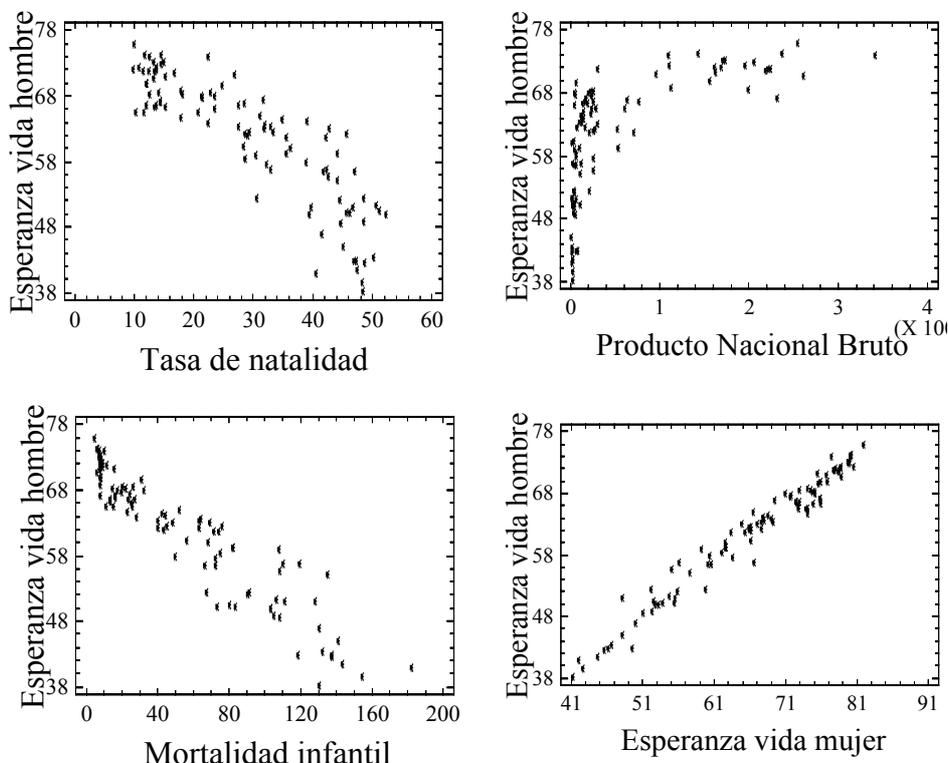
Figura 6. Distribución acumulativa de la esperanza de vida en hombres y mujeres



En esta actividad se vuelven a aplicar los conceptos aprendidos al estudio de las diferencias de dos variables en una misma muestra. Se introduce también el estudio de las frecuencias acumuladas, percentiles y sus rangos. Hacemos notar que el cálculo de percentiles y sus rangos puede hacerse directamente a partir de la gráfica sin tener que recurrir a las fórmulas de cálculo que son complejas y para las que existe una variedad de casos, según las variables estén o no agrupadas en intervalos.

8. En la Figura 7 hemos representado los diagramas de dispersión de la esperanza de vida del hombre en cada país, en función de diversas variables. ¿Cuál de las variables está relacionada con la esperanza de vida del hombre? ¿En cuáles la relación es directa /inversa? ¿Cuáles influyen o son influidas por la esperanza de vida? ¿Cuál de ella sirve mejor para predecir la esperanza de vida? ¿En qué casos la relación podría ser debida a otras variables? ¿Podríamos en alguno de los casos hallar una función matemática para predecir, aproximadamente la esperanza de vida del hombre a partir de la otra variable? ¿Qué tipo de función?

Figura 7. Relación de la esperanza de vida del hombre con otras variables



Al analizar las relaciones entre dos variables numéricas los alumnos deben de extender la idea de dependencia funcional a la de dependencia aleatoria y diferenciar sus tipos (lineal o no; directa e inversa) así como graduar al menos intuitivamente la intensidad de la relación. Es importante también diferenciar correlación y causalidad y analizar los distintos tipos de relaciones que pueden llevar a la existencia de correlación: dependencia causal; interdependencia, dependencia indirecta, concordancia y correlación espúrea (Estepa y Sánchez, 2003). Una vez detectada la correlación, el interés se centra en la búsqueda de modelos que puedan predecir las variables explicadas en función de las variables explicativas, lo que de nuevo conecta con otro contenido del currículo de matemáticas: las funciones.

2.4. ALGUNAS DIFICULTADES Y ERRORES PREVISIBLES

Las dificultades pueden aparecer, incluso en las primeras actividades, debido a los diferentes niveles de comprensión de las gráficas (Curcio, 1989) y las dificultades de los alumnos en la elaboración de las mismas o la selección de un gráfico adecuado, debido a la diferente información que aportan cada gráfica (MacGillivray, 2005). Deberíamos también fomentar en los alumnos un sentido gráfico que les haga ser críticos frente a los posibles gráficos tendenciosos que con frecuencia encontramos en los medios de comunicación.

El trabajo con análisis exploratorio de datos refuerza algunos objetivos sugeridos para la educación matemática en los nuevos currículos de secundaria, como el trabajo con problemas abiertos, el uso de sistemas múltiples de representación, la introducción al trabajo con ordenadores o calculadoras gráficas y la conexión de las matemáticas con otras áreas del currículo (Shaughnessy, Garfield y Greer, 1997). Pero el razonamiento estadístico va más allá del conocimiento matemático y de la comprensión de los conceptos y procedimientos. La

modelización, la valoración de la bondad del ajuste de los modelos a la realidad, la formulación de cuestiones, la interpretación y síntesis de los resultados, la elaboración de informes son también componentes esenciales de las capacidades que queremos desarrollar en nuestros alumnos. Los alumnos, acostumbrados a que en la clase de matemáticas cada problema tiene una única solución, podrían encontrar complejo el trabajo con los proyectos y la existencia de diferentes procedimientos y soluciones correctas. Es labor del profesor acostumbrarles al método y razonamiento estadístico.

Los estadísticos de orden pueden plantear problemas, ya que la función de distribución de la variable discreta tiene discontinuidades de salto y los alumnos no están acostumbrados a este tipo de funciones. Asimismo, alguno de ellos pudiera tener deficiencias en el razonamiento proporcional.

Respecto a la correlación y regresión es una buena ocasión de aplicar los conocimientos previos de los alumnos sobre la función lineal y otras funciones sencillas. El profesor debe recordar que, en general no se puede despejar la variable independiente para encontrar la línea de regresión de X sobre Y, porque el criterio de ajuste es diferente del seguido en la construcción de la línea de regresión de Y sobre X.

2.5. ANÁLISIS DEL CONTENIDO ESTADÍSTICO

Mientras que en los problemas y ejercicios “tradicionales” nos concentramos cada vez en un sólo concepto, propiedad o capacidad, en un proyecto se suelen trabajar bastantes contenidos. Nosotros hemos presentado aquí una posible secuenciación del proyecto, que, por su carácter abierto, podría haber tenido una resolución diferente por algunos de los alumnos. Además, aquí hemos presentado sólo un resumen del posible trabajo, ya que se podrían repetir los cálculos o gráficos con otras variables. Sin embargo, es interesante analizar los contenidos que los alumnos trabajan implícita o implícitamente desarrollando el trabajo en la forma descrita, que son los siguientes:

1. *Aplicaciones de la estadística:* Estudios demográficos y socioeconómicos; Estadísticas oficiales; organismos y procedimientos en la elaboración de estadísticas oficiales; Fuentes de datos estadísticos: anuarios estadísticos; fuentes de datos en Internet.
2. *Conceptos y propiedades:* Agrupación de variables en intervalos; efectos de la agrupación; Medidas de posición: medias ponderadas, percentiles, rangos de percentiles; Valores atípicos y su efecto sobre los promedios; Asociación y sus tipos: directa/ inversa; lineal no lineal; asociación y causalidad; Modelos; ajuste de modelos sencillos a datos bivariantes; uso de modelos en la predicción;
3. *Notaciones y representaciones:* Palabras como, intervalos, extremos y marcas de clase, percentiles y sus rangos, cuartiles, valores atípicos, asociación, correlación, regresión, etc. Símbolos usados para los diferentes estadísticos y otros como el sumatorio; Diagrama de tallo y hojas, gráficos de caja, gráficos de cuantiles, diagramas de dispersión.
4. *Técnicas y procedimientos:* Búsqueda de datos a partir de anuarios estadísticos o de la Internet; Elaboración de tablas de frecuencia con datos agrupados; Elaboración de gráficos de tallo y hojas, gráficos de caja, gráficos de cuantiles y diagramas de dispersión. Interpretación de tablas y gráficos; elaboración de conclusiones a partir del análisis de tablas y gráficos; Elaboración de argumentos y conclusiones a partir del análisis de datos. Uso de calculadora gráfica, hojas de cálculo o software estadístico.
5. *Actitudes:* Valorar la utilidad y complejidad de la elaboración de las estadísticas oficiales y concienciarse de la importancia de su colaboración en encuestas y censos para obtener datos fiables. Concienciar al alumno sobre la importancia de las representaciones gráficas y la posibilidad de que se transmita información sesgada en una gráfica mal construida; Fomentar un espíritu crítico en el uso de paquetes estadísticos y sus opciones por defecto.

Además, el razonamiento estadístico es una componente esencial del desarrollo del proyecto. Este tipo de razonamiento, incluye según (Wild & Pfannkuch, 1999) cinco componentes fundamentales:

- *Reconocer la necesidad de los datos*: La base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada. La experiencia personal o la evidencia de tipo anecdótico no es fiable y puede llevar a confusión en los juicios o toma de decisiones.
- *Transnumeración*: Los autores usan esta palabra para indicar la comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos. Al contemplar un sistema real desde la perspectiva de modelización, puede haber tres tipos de transnumeración: (1) a partir de la medida que “captura” las cualidades o características del mundo real, (2) al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos; (3) al comunicar este significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros.
- *Percepción de la variabilidad*. La recogida adecuada de datos y los juicios correctos a partir de los mismos requieren la comprensión de la variabilidad que hay y se transmite en los datos, así como de la incertidumbre originada por la variabilidad no explicada. El razonamiento estadístico comienza al percibir la variabilidad de la situación y permite adoptar estrategias en cada paso de la investigación. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones, hallar causas y aprender del contexto. Se buscan y caracterizan los patrones en los datos para comprenderlos.
- *Razonamiento con modelos estadísticos*. Cualquier útil estadístico, incluso un gráfico simple, una línea de regresión o un resumen puede contemplarse como modelo, puesto que es una forma de representar la realidad. Lo importante es diferenciar el modelo de los datos y al mismo tiempo relacionar el modelo con los datos.
- *Integración de la estadística y el contexto*: Es también un componente esencial del razonamiento estadístico.

3.¿POR QUÉ UNA ESTADÍSTICA BASADA EN PROYECTOS?

Una vez analizado un proyecto, desarrollaremos las principales razones que aconsejan su inclusión en las clases de estadística. Como señalan Anderson y Loynes (1987), la estadística es inseparable de sus aplicaciones, y su historia de la estadística muestra también como ésta recibe ideas y aportes desde áreas muy diversas, donde, al tratar de resolver problemas diversos (transmisión de caracteres hereditarios, medida de la inteligencia, etc.) se han creado conceptos y métodos estadísticos de uso general (correlación, análisis factorial).

Por otro lado, hay que diferenciar entre conocer y ser capaz de aplicar un conocimiento. La habilidad para aplicar los conocimientos matemáticos es frecuentemente mucho más difícil de lo que se supone, porque requiere no sólo conocimientos técnicos (tales como preparar un gráfico o calcular un promedio), sino también conocimientos estratégicos (saber cuándo hay que usar un concepto o gráfico dado). Los problemas y ejercicios de los libros de texto sólo suelen concentrarse en los conocimientos técnicos. Al trabajar con proyectos se coloca a los alumnos en la posición de tener que pensar en preguntas como las siguientes (Graham, 1987): ¿Cuál es mi problema? ¿Necesito datos? ¿Cuáles? ¿Cómo puedo obtenerlos? ¿Qué significa este resultado en la práctica?

Los proyectos estadísticos aumentan la motivación de los estudiantes. Como sugiere Holmes (1997) si los estudiantes trabajan la estadística por medio de proyectos se consiguen varios puntos positivos:

- Se contextualiza la estadística y se hace más relevante, puesto que los datos surgen de un problema, y tienen que ser interpretados.
- Los proyectos refuerzan el interés, sobre todo si es el alumno el que elige el tema. El alumno quiere resolver el problema, no es impuesto por el profesor.
- Se aprende mejor qué son los datos reales, y se introducen ideas que no aparecen con los

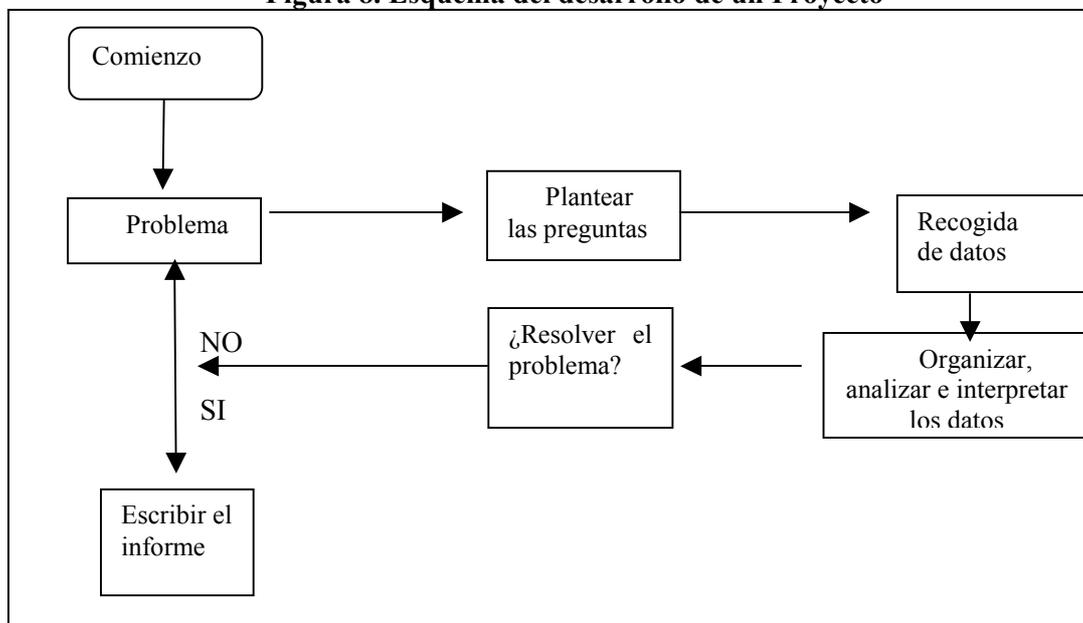
“datos inventados por el profesor”: precisión, variabilidad, fiabilidad, posibilidad de medición, sesgo.

- Se muestra que la estadística no se reduce a contenidos matemáticos.

4. TRABAJOS CON PROYECTOS

Los proyectos se conciben como verdaderas investigaciones, donde tratamos de integrar la estadística dentro del proceso más general de investigación. Deben escogerse con cuidado, ser realistas (incluso cuando sean versiones simplificadas de un problema dado) abiertos y apropiados al nivel del alumno. Se comienza planteando un problema práctico y se usa luego la estadística para resolverlo. El razonamiento estadístico es una herramienta de resolución de problemas y no un fin en sí mismo. La Figura 7 contiene el esquema de la forma de trabajo en la que vemos que la parte puramente “matemática” de la estadística (la reducción, análisis e interpretación de los datos) es sólo una de las fases, y aún la interpretación ha de hacerse en función del contexto del problema planteado.

Figura 8. Esquema del desarrollo de un Proyecto



La fase de planteamiento de preguntas es una de las más difíciles, porque los alumnos rara vez comienzan con un problema claramente formulado y el papel del profesor es ayudarles a pasar de un tema general (deportes) a una pregunta que pueda contestarse (en la pasada temporada, ¿los equipos de fútbol que jugaron en su propio campo, lo hicieron mejor que los que jugaron en campo contrario?). Nolan y Speed (2002) sugieren que en el comienzo el profesor no debe centrarse en la terminología estadística, sino proporcionar estrategias generales que puedan generalizarse a otros datos y contextos. Una lista de puntos a tener en cuenta al plantear las preguntas de investigación es la siguiente:

¿Qué quieres probar?

¿Qué tienes que medir /observar /preguntar?

¿Qué datos necesitas? ¿Cómo encontrarás tus datos? ¿Qué harás con ellos?

¿Crees que puedes hacerlo? ¿Encontrarás problemas? ¿Cuáles?

¿Podrás contestar tu pregunta? ¿Para qué te servirán los resultados?

El trabajo con proyectos en la clase de estadística plantea el problema de la gestión de la clase, de modo que se oriente a los alumnos hacia el aprendizaje de conceptos y gráficos, la ejercitación de las técnicas de cálculo y la mejora en sus capacidades de argumentación, formulación de conjeturas y creatividad (Lipson y Kokonis, 2005).

4.1. DATOS, SUS TIPOS, FUENTES

Hemos de animar a los alumnos a ser creativos. No todos los datos serán dados por el profesor. Para completar el proyecto el alumno necesita recoger datos, que, pueden provenir de diversas fuentes, ser obtenidos mediante diferentes técnicas, y corresponder a diversas escalas de medida y tipos de variables estadísticas.

Consideramos importante que, a lo largo de la educación secundaria el alumno tenga oportunidad de apreciar esta diversidad de datos estadísticos. Algunas veces los datos se encuentran disponibles, pero hay que saber localizarlos de diferentes fuentes, como libros o anuarios estadísticos. La red Internet proporciona en la actualidad datos para cualquier tema por el que los alumnos estén interesados, bien a partir de servidores estadísticos específicos donde los profesores de estadística han puesto sus datos al servicio de la enseñanza, bien recurriendo a organismos oficiales como el INE (Instituto Nacional de Estadística), Eurostat, Unesco u otros. En la Tabla 4 mostramos algunos de estos servidores.

Por ejemplo en Connor, Davies y Bradley (2002) se sugieren diversas formas de usar los datos disponibles en el servidor Census at School para trabajar en educación secundaria. En este proyecto participaron niños de 7 a 16 años quienes contribuyeron a recoger información para formar una base de datos nacional sobre los niños en las escuelas que luego pudiera usarse para trabajar en las clases de estadística. El servidor es accesible a las escuelas y contiene materiales didácticos, así como resúmenes y datos que pueden usarse en una variedad de asignaturas, enfatizando así el uso de la Internet y la estadística.

Otra fuente de datos es la revista Journal of Statistical Education que contiene una sección fija sobre datos y proyectos. En su servidor pueden encontrarse artículos que describen estos datos y como usarlos en la elaboración de proyectos y actividades prácticas. Las direcciones de éstos y otros servidores útiles para encontrar conjuntos de datos se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1. Algunas fuentes de datos en Internet

Journal of Statistical Education	http://www.amstat.org/publications/jse/
The Chance Database	http://www.dartmouth.edu/~chance/
The Data and Story Library	http://lib.stat.cmu.edu/DASL/
Census at School Project	http://www.censusatschool.ntu.ac.uk/
Data Surfing	http://it.stlawu.edu/~rlock/datasurf.html

En otras ocasiones los datos son recogidos por los alumnos mediante la realización de una encuesta o a través de un experimento. La encuesta requerirá la elaboración de un cuestionario, fijando los objetivos del mismo, eligiendo las variables explicativas y redactando las preguntas que permitan obtener la información deseada de una forma clara y concisa. Si se pretende extender los resultados más allá de la muestra, la selección de una muestra representativa plantea problemas de tipo teórico y práctico, relacionados con la población objetivo y alcanzada, el marco de muestro, los métodos de selección, la administración del cuestionario y los problemas de no respuesta.

La información que queremos recoger puede corresponder a diversos niveles que se corresponden con diferentes técnicas de obtención de datos: información consciente y conocida (encuesta), información desconocida, pero que puede deducirse de la observación e información no consciente ni observable (medida). Finalmente es importante considerar la naturaleza de las escalas de medida y tipo de variable estadística, puesto que de ellas depende el método de análisis de datos que se puede aplicar. La elección del conjunto de datos es crítica, pues dependiendo del tipo de datos la gama de técnicas estadísticas será más o menos amplia, ya que no todas las

técnicas son aplicables a cualquier tipo de dato.

4.2. CALCULADORAS Y ORDENADORES

Cuando sea posible, los alumnos pueden usar ordenadores para llevar a cabo sus proyectos, no sólo para el análisis de los datos, sino también para elaborar sus informes. Los procesadores de texto (como WORD) son hoy compatibles con los programas estadísticos. El proyecto es así un pretexto para aprender estas herramientas que son hoy día esenciales. Es por ello que en el caso concreto de la estadística, los ordenadores son, con mucho, preferible a las calculadoras, cuando estén disponibles. Es un hecho de que un número creciente de alumnos cuenta en su casa o en la de algún amigo o familiar con ordenador personal.

Respecto a los programas estadísticos (software estadístico) existe hoy día una gran variedad, desde programas profesionales, como SPSS o Statgraphics, las hojas de cálculo como Excel o programas específicos para la enseñanza, algunos de los cuales están disponibles en Internet. Tanto la localización de estos programas como de los datos para los proyectos supone un uso didáctico de la Internet que también justifica el empleo de los ordenadores. Hemos incluido una lista de algunos de estos recursos en la Tabla 2. En el proyecto ALEA, por ejemplo (Campos y cols., 2001) se proporcionan datos, actividades, juegos, bibliografía y otros recursos para profesores.

Si no es posible recurrir a los ordenadores, las calculadoras, en especial las gráficas pueden sustituirlos. El volumen de datos en muchos proyectos (como los presentados como ejemplo) hace posible el trabajo con calculadora. Tanto en este caso, como en el del uso del ordenador, se requiere la codificación de los datos en forma numérica. Es importante que el profesor resalte la diferencia entre el código y el valor de la variable. El hecho de, por ejemplo, poder calcular la media de los códigos numéricos asignados a los valores de una variable cualitativa (como el sexo) no indica que tenga sentido el valor obtenido.

Tabla 2. Algunos Recursos para la Enseñanza de la Estadística en Internet

Proyecto Alea	http://alea-estp.ine.pt/
Recursos Educativos para Profesores	http://www.ucv.cl/web/estadistica/
Gráficos Interactivos	http://nces.ed.gov/nceskids/Graphing/
Curso de Inferencia para Bachillerato	http://www.ibad-laspalmas.com/cei_archivos/cei.htm
Gasp: The Globally Accessible Statistical Procedures,	http://www.stat.sc.edu/rsrch/gasp/
Statiscope	http://www.df.lth.se/~mikaelb/statiscope/statiscope-enu.shtml
Java Applets for Visualization of Statistical Concepts	http://www.kuleuven.ac.be/ucs/java/index.htm
Elementary Statistical Java Applets and Tools	http://www.stat.uiuc.edu/~stat100/cuwu/
Rice Virtual Lab in Statistics	http://www.ruf.rice.edu/~lane/rvls.html
STEPS - STatistical Education through Problem Solving	http://www.stats.gla.ac.uk/steps/home.html
Vista - The Visual Statistical System	http://forrest.psych.unc.edu/research/index.html
Berry Zielman Statistical Page	http://huizen.dds.nl/~berrie/
Statistics on the web	http://my.execpc.com/~helberg/statistics.html

5. EVALUACIÓN DE LOS PROYECTOS

Un punto que sin duda preocupa, tanto a alumnos como a profesores, es la evaluación. En NCTM (1993) se concibe la evaluación como un proceso dinámico y continuo de producción de información sobre el progreso de los alumnos hacia los objetivos de aprendizaje. El principal propósito es mejorar el aprendizaje de los alumnos. Es necesario reconocer la complejidad de la

función evaluadora, debido a que ésta debe atender a las múltiples facetas del conocimiento estadístico (comprensión conceptual y procedimental, actitudes). Necesitamos todo un sistema para recoger datos sobre el trabajo y rendimiento del alumno y no es suficiente evaluarlo a partir de las respuestas breves dadas a preguntas rutinarias en una única evaluación (o examen). Por el contrario, en un proyecto (Starkings, 1997), se reflejan bien los diversos aspectos del conocimiento matemático, que se deben tener en cuenta en la planificación de la instrucción y en su correspondiente evaluación según los estándares del NCTM, algunos de los cuales incluimos a continuación:

Comprensión conceptual: Dar nombre, verbalizar y definir conceptos; identificar y generar ejemplos válidos y no válidos; utilizar modelos, diagramas y símbolos para representar conceptos; pasar de un modo de representación a otro; reconocer los diversos significados e interpretaciones de los conceptos; identificar propiedades de un concepto determinado y reconocer las condiciones que determinan un concepto en particular; comparar y contrastar conceptos.

Conocimiento procedimental: Reconocer cuándo es adecuado un procedimiento; explicar las razones para los distintos pasos de un procedimiento; llevar a cabo un procedimiento de forma fiable y eficaz; verificar el resultado de un procedimiento empíricamente o analíticamente; reconocer procedimientos correctos e incorrectos; reconocer la naturaleza y el papel que cumplen los procedimientos dentro de las matemáticas.

Resolución de problemas: Formular y resolver problemas; aplicar diversas estrategias para resolver problemas; comprobar e interpretar resultados; generalizar soluciones.

Formulación y comunicación matemática: Expresar ideas matemáticas en forma hablada, escrita o mediante representaciones visuales; interpretar y juzgar ideas matemáticas, presentadas de forma escrita, oral o visual; utilizar el vocabulario matemático, notaciones y estructuras para representar ideas, describir relaciones

Razonamiento matemático: Utilizar el razonamiento inductivo para reconocer patrones y formular conjeturas; utilizar el razonamiento deductivo para verificar una conclusión, juzgar la validez de un argumento y construir argumentos válidos; analizar situaciones para hallar propiedades y estructuras comunes;

Actitud o disposición hacia las matemáticas: Confianza en el uso de las matemáticas para resolver problemas, comunicar ideas y razonar; flexibilidad al explorar ideas matemáticas y probar métodos alternativos para la resolución de problemas; deseo de continuar hasta el final con una tarea matemática; interés, curiosidad e inventiva al hacer matemáticas; inclinación a revisar y reflexionar sobre su propio pensamiento y su actuación; valorar la aplicación de las matemáticas a situaciones que surjan de otras materias y de la experiencia diaria; reconocer el papel que cumplen las matemáticas en nuestra cultura, y el valor que tienen como herramienta y como lenguaje.

Otros objetivos de aprendizaje, que según Anderson y Loynes (1987) se consiguen mediante los proyectos, son los siguientes: Trabajar en equipo y trabajar dentro de unos plazos de tiempo establecidos, comunicarse clara y efectivamente oralmente y por escrito, determinar los fines de una investigación, ser capaz de contextualizarla, concienciarse de la necesidad en situaciones reales de obtener una respuesta, aunque sea imperfecta, organizar eficientemente la recogida de datos, reconocer las técnicas apropiadas al problema, leer e interpretar críticamente material, tanto estadístico, como en el tema objeto del proyecto y reconocer las limitaciones de una investigación.

6. CONCLUSIONES

El ejemplo mostrado es sólo uno entre otros desarrollados por nuestros alumnos en los últimos años sobre las áreas más diversas: indicadores de medio ambiente en el mundo, comparación de las ganancias /pérdidas en bolsa a lo largo de un mes de cuatro modelos de inversión de una misma cantidad de dinero, estudio de los intereses de la juventud de Maracena (pueblo de Granada), valoración de los participantes sobre unas Jornadas de la LOGSE, existencia de discriminación educativa respecto a sexo en la escuela infantil, estudio hidrológico de ríos de Granada, comparación del umbral de percepción en la piel en diferentes condiciones experimentales, etc. La mayor parte de estos proyectos podrían haberse llevado a cabo por chicos de Bachillerato y

versiones simplificadas de los mismos serían adecuados para la Educación Secundaria Obligatoria, así como otros proyectos que sugerimos en Batanero (2001).

Hemos analizado cómo los proyectos están concebidos para introducir en la clase una filosofía exploratoria y participativa, en concordancia con las recomendaciones recientes sobre enseñanza de la estadística, presentando, tanto un ejemplo propuesto por el profesor, como otro elegido y llevado a cabo por una alumna, como parte de un trabajo en grupo. Lo deseable sería que los propios alumnos eligieran el tema en el que quieren trabajar y elaborasen sus propios proyectos en grupos de dos o tres alumnos, que podrían también conectarse con otras áreas curriculares. Con ello aumentaríamos su interés por la materia.

Como sugieren Murray y Gal (2002) la comprensión, interpretación y reacción frente a la información estadística no sólo requiere conocimiento estadístico o matemático, sino también habilidades lingüísticas, conocimiento del contexto, capacidad para plantear preguntas y una postura crítica que se apoya en un conjunto de creencias y actitudes. Todas estas capacidades se incentivan en el trabajo con proyectos.

Cobb y Hodge (2002) sugieren también que el trabajo en grupos y la perspectiva socio cultural en la clase de estadística centra la atención de los estudiantes en lo que supone la estadística como una parte importante de su aprendizaje. Focaliza su propia identificación como posibles productores de estadísticas con relación a sus propios intereses y problemas.

Finalmente Nolan y Speed (2002) resaltan la importancia de desarrollar la capacidad discursiva de los estudiantes, como medio de ampliar sus habilidades de pensamiento crítico. En la producción de su informe el estudiante debe situar el análisis de sus datos dentro de un argumento coherente y convincente que apoye sus hipótesis. La comunicación de ideas a partir de tablas y gráficos es especialmente importante en el razonamiento estadístico.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos la concesión del Proyecto SEJ2004-00789, MEC, Madrid & FEDER y Beca FPU: AP2003-5130, MEC, Madrid.

REFERENCIAS

- Anderson, C. W. y Loynes, R. M. (1987). *The teaching of practical statistics*. Nueva York: Wiley.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística (disponible en <http://www.ugr.es/local/batanero>).
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2000). *Análisis de datos y su didáctica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Granada.
- Campos, P., Bacelar, S., Oliveira, E. y Gomes, J. (2001). ALEA: Um contributo para a promoção da literacia estatística. Ponencia en las *Jornadas Europeas de Enseñanza y Difusión de la Estadística*. Mallorca: Instituto Balear de Estadística.
- Cobb, P. y Hodge, L. (2002). Learning, identity, and statistical data analysis. En B. Phillips (Ed.). *ICOTS-6 papers for school teachers*. Cape Town: International Association for Statistics Education (CD Rom).
- Connor, D., Davies, N. y Payne, B. (2002). Web-based project and key skill work. *Teaching Statistics*, 24(2), 62-65.
- Estepa, A. y Sánchez, F. T. (2003). Evaluación de la comprensión de la correlación y regresión a partir de la resolución de problemas. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 54-68.
- Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Graham, A. (1987). *Statistical investigations in the secondary school*. Cambridge: The Open University Centre for Mathematics Education.

- Hawkins, A. (1991). Student's project work and the UK applied statistics competition. En Vere-Jones, D. (editor) (1991). *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 209-213). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Holmes, P. (1997). Assessing project work by external examiners. En I. Gal y J. B: Garfield (Eds.), *The assesment challenge in statistics education* (pp. 153-164). Voorburg: IOS Press.
- Lipson, K. y Kokonis, S. (2005). The implications of introducing report writing into an introductory statistics subject. Comunicación en la IASE Satellite Conference Statistics Education and the Communication of Statistics. Syney, Australia: IASE. Disponible en <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/14/fienberg.pdf>.
- MacGillivray, H. (2005). Comunicación en la IASE Satellite Conference Statistics Education and the Communication of Statistics. Syney, Australia: IASE. Disponible en [Helping students find their statistical voices. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/14/macgillivray.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/14/macgillivray.pdf)
- Murray, S., & Gal, I. (2002). Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications. En B. Phillips (Ed.). *ICOTS-6 papers for school teachers*. Cape Town: International Association for Statistics Education(CD Rom).
- N.C.T.M. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA; N.C.T.M. <http://standards.nctm.org/>
- Nolan, D., & Speed, T.P. (1999). Teaching statistics theory through applications. *American Statistician*, 53, 370-375.
- Rossman, A. y Chance, B. (2001), *Workshop Statistics: Discovery with Data* (2nd ed.), Emeryville CA: Key College Publishing.
- Starkings, S. (1997). Assessing students' projects. En I. Gal y J. B: Garfield (Eds.), *The assesment challenge in statistics education* (pp. 139-152). Voorburg: IOS Press.
- Wardrop,
- Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.