

EXAMEN FINAL DE CÁLCULO.  
INGENIERO DE TELECOMUNICACIONES. CURSO 1º.

1. (1 pto.) Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_x^{2x} \text{sen}(\text{sen}(t)) dt}{x^2}$ .
2. (1 pto.) Consideremos la sucesión  $\{a_n\}$  definida por recurrencia por  $a_1 = \frac{-3}{2}$  y  $3a_{n+1} = 2 + a_n^3$  para  $n \in \mathbb{N}$ . Estudiar si  $\{a_n\}$  es convergente y calcular su límite en caso de que sea convergente.
3. (1.5 ptos.) Calcular la imagen de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{|x|}{e^{|x-1|}}$ , para  $x \in \mathbb{R}$ .
4. (1.5 ptos.) Hacer el desarrollo en serie de potencias centrado en 0 de la función  $f(x) = \frac{1}{x-1} + x^2 \text{sen}(x)$ . Calcular donde es convergente dicho desarrollo en serie.
5. (2 ptos.) Sea  $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $F(x, y, z) = xyz + e^{y-z} - \frac{1}{e}$ .
  - a) Demostrar que la ecuación  $F(x, y, z) = 0$  define a  $z$  como función de  $(x, y)$  en un entorno del punto  $(\frac{-1}{e}, 0, 1)$ .
  - b) Estudiar si dicha función  $z(x, y)$  alcanza algún tipo de extremo relativo en el punto  $(\frac{-1}{e}, 0)$ .
6. (1.5 ptos.) Calcular  $\int_A (2zx^2 + 2zy^2) d(x, y, z)$ , donde
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}.$$
7. (1.5 ptos.) Calcular la solución general de la ecuación diferencial
$$y' + y \cos(x) = \text{sen}(x) \cos(x).$$

*Granada, 7 de julio de 2009*