

UNIVERSIDAD DE GRANADA  
Métodos matemáticos de la Física IV  
Examen Final. Primer Parcial. 3 de julio de 2007

- *Selecciona sólo TRES ejercicios*
- *Entrega los ejercicios en hojas separadas*
- *Duración del examen: 1 hora y media*

1. Discute los posibles dominios de definición para la ecuación diferencial

$$x' = \frac{1}{\operatorname{tg}(t^2 + x^2)}.$$

2. Considera la ecuación diferencial de segundo orden

$$t^2 x'' + tx' + \left(t^2 - \frac{1}{4}\right)x = 0.$$

Calcula un sistema fundamental de dicha ecuación.

(Sugerencia: utiliza el cambio  $y = \sqrt{t}x$ .)

3. En  $\mathbb{R}^2$  consideramos el campo vectorial  $F$  definido por

$$F(x, y) = (\cos x \operatorname{sen} y, a(x) \cos y), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

donde  $a(x)$  es una función de clase  $C^1$ . ¿Podrías determinar  $a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que  $F(0, 0) = (0, 3)$  y que existe un potencial  $V : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  de clase  $C^2$  cuyo gradiente es  $F$ ?

4. Considera la función

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2} x^n, \quad \forall x \in (-1, 1).$$

¿Es  $f(x)$  creciente en un entorno de  $x = 0$ ?