UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos matemáticos de la Física IV
Primer Parcial. 13 de Febrero de 2004

- *Entrega los ejercicios por separado*
- *Duración del examen: 3 horas y media. Puntuación máxima: 30*

1. Se considera la función

$$\varphi(t) = \frac{1}{t}\ , \qquad t \in (0, \infty).$$

[3] (i) Encuentra una función continua $p : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ de manera que $\varphi(t)$ sea solución de la ecuación diferencial

$$x' = x^2 + p(t).$$

[7] (ii) Encuentra la solución de esta ecuación que cumple $x(1) = 0$.

2. Se considera el problema de valores iniciales

$$(1 + t + t^2)x'' + x = 0, \;\; x(0) = 1, \; x'(0) = 1.$$

[4] (i) Prueba que la solución es analítica en $t_0 = 0$ y encuentra una estimación inferior del radio de convergencia.

[6] (ii) Calcula los cuatro primeros términos del desarrollo de $x(t)$ en serie de potencias centradas en $t_0 = 0$.

[10]**3**. Decide en cada caso si es cierto que el funcional $\mathcal{F}[y]$ alcanza un mínimo en la función $y = y(x)$,

$$(i) \quad \mathcal{F}[y] = \int_0^{3\pi/2} \{y'(x)^2 - y(x)^2\} dx, \quad y(0) = y(\frac{3\pi}{2}) = 0; \quad y(x) = 0$$

$$(ii) \quad \mathcal{F}[y] = \int_0^{1} \{\frac{1}{2} y'(x)^2 + \cos y(x)\} dx, \quad y(0) = y(1) = \pi; \quad y(x) = \pi$$

$$(iii) \quad \mathcal{F}[y] = \int_0^{\pi} \{y'(x)^2 - y(x)^4\} dx, \quad y(0) = y(\pi) = 0; \quad y(x) = \operatorname{sen} x.$$