

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos matemáticos de la Física IV
Primer Parcial. 11 de Febrero, 2003

- *Entrega los ejercicios por separado*
- *Duración del examen: 3 horas y media. Puntuación máxima: 30*

1. Considera el problema de valores iniciales

$$x' = \frac{1}{x - t^2} + 2t, \quad x(0) = -1.$$

- [2] i) Encuentra el dominio $D \subset \mathbb{R}^2$ donde está definida la ecuación.
[3] ii) Se efectúa el cambio $y = x - t^2$, de modo que la ley $(t, x) \mapsto (t, y)$ transforma D en un nuevo dominio \mathfrak{D} . Describe \mathfrak{D} y muestra que el cambio de variable es admisible.
[5] iii) Transporta la ecuación a \mathfrak{D} . Calcula la solución del problema original (precisando el intervalo de definición).

[10] 2. Calcula las extremales del funcional

$$\mathfrak{F}[y] = \int_0^\pi \{y'(x)^2 + y(x)^2 - y(x)\sin x\} dx, \quad y(0) = y(\pi) = 0.$$

3. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?

- [2.5] i) La solución de $x' + \frac{2t}{1+t^2}x = 0$, $x(0) = 1$, es analítica en $t_0 = 0$ y tiene radio de convergencia $R = \infty$.
[2.5] ii) La solución de $x'' + tx' + \frac{1}{1+t+t^2}x = 0$, $x(1) = 0$, $x'(1) = 1$, es analítica en $t_0 = 1$ y tiene radio de convergencia $R > 1$.
[2.5] iii) Todas las soluciones de $t^2x'' + tx' + 3x = \sin t$, son analíticas en $t_0 = 0$ con radio de convergencia $R = \infty$.
[2.5] iv) Situación idéntica a iii) excepto que $t_0 = 1$ y $R \geq 1$.