UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos matemáticos de la Física IV
Primer Parcial. 9 de Febrero, 2002

- *Entrega los ejercicios por separado*
- *Duración del examen: 3 horas y media. Puntuación máxima: 30*

1. Considera la ecuación diferencial

$$x' = \frac{x}{t} + e^{\frac{x}{t}}.$$

[7] i) Calcula la solución que cumple $x(1) = 0$. Especifica el intervalo donde está definida.
[3] ii) Responde a las mismas preguntas del apartado anterior cuando la condición inicial es $x(-1) = 0$.

[10] 2. Considera la ecuación diferencial

$$t^2 x'' + t x' + \lambda(1+t)x = 0,$$

que depende del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$. Discute, según los valores de λ, el comportamiento de las soluciones en un entorno de $t = 0^+$.

3. En este ejercicio se extenderá el teorema de exactitud a más de dos dimensiones.
[6] i) En $\mathbb{R}^3$ se consideran coordenadas cartesianas (x, y, z). Dado un campo vectorial $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $F = (F_1, F_2, F_3)$, de clase C^1, demuestra que existe $V \in C^2(\mathbb{R}^3)$ tal que

$$F = -\nabla V$$

si y sólo si

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} = \frac{\partial F_2}{\partial x}\ , \quad \frac{\partial F_1}{\partial z} = \frac{\partial F_3}{\partial x}\ , \quad \frac{\partial F_2}{\partial z} = \frac{\partial F_3}{\partial y}.$$

[4] ii) En $\mathbb{R}^N$, $N \geq 4$, usa las coordenadas $(x_1, \ldots, x_N)$ y encuentra las condiciones de exactitud que caracterizan la existencia de potencial.