

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos matemáticos de la Física IV
Primer Parcial. 18 de Febrero de 2005

- *Entrega los ejercicios por separado*
- *Duración del examen: 3 horas y media. Puntuación máxima: 30*

1. Encuentra las extremales del funcional

$$\mathcal{F}[y] = \int_1^2 \{x^2 y'(x)^2 - \lambda y(x)^2\} dx, \quad y(1) = y(2) = 0$$

donde λ es un parámetro positivo.

2. El espacio vectorial de las soluciones de

$$x'''' - x = 0$$

se designa por Z .

- (i) Encuentra una base de Z .
- (ii) Se considera la aplicación

$$\Phi : Z \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad x \mapsto \begin{pmatrix} x(0) \\ x'(0) \\ x''(0) \\ x'''(0) \end{pmatrix}.$$

Encuentra una solución $x \in Z$ que cumpla $\Phi(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ¿Es única?

3. Decide de forma razonada qué afirmaciones son correctas.

- (i) La función $f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^{2n}}{n^2}$ está bien definida para $t \in]-1, 1[$ y alcanza un mínimo en $t = 0$

(ii) Las funciones $\operatorname{sen}(e^t)$, $\tan t$, $\ln(1-t)$, $t^{1/3}$, $\frac{1}{t+e^t}$ son analíticas en $t_0 = 0$

(iii) La función $f(t) = \frac{1}{1+t^2}$ es analítica en $t_0 = 0$ y cumple

$$\frac{1}{1+t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n t^{2n}, \quad |t| < 1$$

(iv) La función $f : \mathbb{R} \rightarrow]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, $f(t) = \arctan t$ es analítica en $t_0 = 0$ y cumple

$$\arctan t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} t^{2n+1}, \quad |t| < 1$$

(v) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)3^{(2n+1)/2}} = \frac{\pi}{6}$.