Física Estadística. Relación 2

October 20, 2009

1. Derive la ecuación de los gases ideales, $PV = nRT$, suponiendo que un gas está constituida por un gran número de partículas elásticas cuyas dimensiones son despreciables frente al tamaño del recipiente y cuyos movimientos son aleatorios. Teniendo en cuenta que un mol de gas a temperatura $T = 273\ K$ y presión atmosférica ocupa un volumen de $22.4\ l$, estime el valor de las constantes k y R.

2. Demuestre el teorema de Liouville clásico.

3. Un sistema de $N = n_1 + n_2$ partículas está distribuido entre dos autoestados 1 y 2, de energías E_1 y E_2, respectivamente. El sistema está en contacto con una reserva de energía a temperatura T. Una emisión cuántica hacia la reserva da lugar a que las poblaciones cambien: $n_2 \rightarrow n_1 - 1$ y $n_1 \rightarrow n_2 + 1$. Para $n_1, n_1 \gg 1$, obtenga la expresión para el cambio de entropía en

a) el sistema y
b) la reserva.
c) A partir de a) y b), derive la relación de Boltzmann para n_1/n_2.

4. Sea una cadena unidimensional consistente en $n \gg 1$ eslabones. Cada eslabón puede estar en uno de dos estados (no degenerados): alineado con la cadena, o perpendicular a ésta. La longitud de cada eslabón es a si éste se encuentra alineado con la cadena, y cero cuando su alineación es perpendicular. La distancia entre los extremos de la cadena es nx.

a) Encuentre la entropía de la cadena como función de x.

b) Obtenga una relación entre la temperatura T de la cadena y la tensión F necesaria para mantener una elongación nz, suponiendo que los eslabones pueden rotar sin fricción.

c) Bajo qué condiciones coincide su expresión con la ley de Hook?

5. Considere un sistema de N partículas distinguibles que no interaccionan entre sí inmersos en un campo magnético H. Cada una tiene una posición fija y un momento magnético μ, y puede existir en uno de dos estados de energía, $\epsilon_1 = 0$ ó $\epsilon_2 = 2\mu H$.

a) Obetnga la entropía $S(n)$, donde n es el número de partículas en el estado

ϵ_2.
b) Derive la aproximación de Stirling $\ln n! \simeq n \ln n - n$, escribiendo $\ln n!$ como una integral.
c) Reescriba la solución de a) utilizando el resultado de b). Encuentre el valor de n que maximiza $S(n)$.
d) Tratando la energía total del sistema, E, como continua, demuestre que este sistema puede exhibir temperaturas negativas.
e) Por qué es posible una temperatura negativa aquí pero no para un gas en una caja?

6. Suponiendo que la atmósfera terrestre está compuesta enteramente por nitrógeno en equilibrio termodinámico a 300 K calcule, utilizando la distribución de Maxwell-Boltzmann, la altura a la que la densidad atmosférica es la mitad que al nivel del mar.