

Taller de jóvenes investigadores de la REAG

Jesús Antonio Bueno

Universidad de Granada.

Superficies de curvatura media predeterminada en \mathbb{R}^3 .

Resumen: En esta charla estudiaremos superficies inmersas en el espacio euclídeo tridimensional, cuya curvatura media es función de su aplicación de Gauss; en particular, para el caso en que dicha función es constante, recuperamos la teoría de superficies de curvatura media constante (CMC). Estudiaremos algunos ejemplos sencillos, observando diferencias fundamentales con las superficies CMC, y analizaremos el concepto de estabilidad para estas superficies de curvatura media predeterminada, estudiando para ello operadores elípticos generalizados. Asimismo, recordaremos resultados clásicos de la teoría de superficies CMC, con el objetivo de generalizarlos al contexto de las superficies de curvatura media predeterminada.

Ildefonso Castro-Infantes

Universidad de Granada.

Interpolación por superficies mínimas.

Resumen: Para M una superficie de Riemann abierta y $n \geq 3$ un entero, probaremos que en cualquier subconjunto discreto de M se puede prescribir los valores de una inmersión mínima conforme de M sobre \mathbb{R}^n . El resultado asegura también “jet-interpolation” para orden finito. Además, la inmersión mínima que interpola puede ser elegida completa, propia en \mathbb{R}^n si los valores prescritos lo son, y embebida si los valores prescritos son inyectivos y $n \geq 5$.

Mostraremos algunos resultados de densidad para mínimas como corolario de los Teoremas principales, que pueden ser enunciados en su forma más general para inmersiones holomorfas direccionadas.

Teresa García Gálvez

Universitat Autònoma de Barcelona.

Compactificación de una acción diagonal en el producto de espacios CAT(-1).

Resumen: En la primera parte de mi charla introduciré los espacios CAT(-1) y su compactificación por funciones de Busemann. Los espacios CAT(-1) son espacios métricos que satisfacen una cierta condición de comparación. Como ejemplos de estos espacios podemos pensar en el plano hiperbólico y en los árboles métricos. En la segunda parte de la charla, consideraré la acción diagonal de un subgrupo discreto y cocompacto de las isometrías de X , donde X un espacio CAT(-1), en el producto $X \times X$. Esta acción no es cocompacta, pero de forma similar a como se hace en el caso de las acciones de grupos kleinianos en el plano hiperbólico, podemos encontrar un conjunto de puntos ideales Ω tal que la acción en $X \times X \cup \Omega$ sí es cocompacta, además de propiamente discontinua.

Vicent Gimeno

Universitat Jaume I.

Subvariedades con segunda forma fundamental domada.

Resumen: En esta charla estudiaremos las propiedades geométricas y topológicas de subvariedades del espacio euclídeo o del espacio hiperbólico que son asintóticamente planas desde un punto de vista extrínseco, o con mayor generalidad que tienen la norma de la segunda forma fundamental convenientemente "domada". Repasando los principales resultados obtenidos por el autor en este tópico en colaboración con C. Brandao, P. Bessa y V. Palmer.

David González

Universidad Autónoma de Madrid.

Curvatura seccional no-negativa y fibrados vectoriales.

Resumen: El hecho de que una variedad diferenciable admita una cierta métrica Riemanniana puede tener consecuencias topológicas y geométricas. En esta charla hablaremos sobre métricas que satisfacen una cota en la curvatura seccional de todos sus planos. En particular, nos centraremos en variedades que admiten una métrica con curvatura no-negativa, repasando algunos resultados clásicos y conjeturas abiertas. Para terminar, veremos algunas condiciones para que un fibrado vectorial sobre una variedad compacta con curvatura no-negativa admita o no una métrica con curvatura no-negativa.

Verónica L. Cánovas

Universidad de Murcia.

Subvariedades espaciales marginalmente atrapadas de codimensión dos en variedades de Lorentz.

Resumen: Una variedad de Lorentz es un par (M, g) donde M es una variedad regular de dimensión $n \geq 2$ y g es una métrica en M con índice $\nu \equiv 1$. Nuestro principal objetivo es estudiar las subvariedades espaciales de codimensión dos en variedades de Lorentz, es decir, aquellas cuya métrica inducida es riemanniana. En concreto trabajamos con subvariedades marginalmente atrapadas (con vector curvatura media con norma igual a 0). Las primeras variedades de Lorentz en las que trabajamos son los espacio-tiempos de Robertson-Walker generalizados, en los que mostramos algunos resultados de rigidez en los que podemos garantizar que, bajo las hipótesis adecuadas, las únicas subvariedades espaciales de codimensión dos marginalmente atrapadas son las llamadas "slices". En particular, damos aplicaciones a algunos casos de relevancia física. Tras esto estudiamos la variedad Lorentziana conocida como el espacio De Sitter. Nuestros resultados aquí pretenden caracterizar las subvariedades espaciales marginalmente atrapadas compactas de codimensión dos

contenidas en un cono de luz.

Irene Ortiz

Universidad de Murcia.

El primer valor propio del operador de estabilidad para superficies compactas CMC.

Resumen: Las superficies con curvatura media constante (CMC) se caracterizan por ser puntos críticos del funcional área restringiéndonos a aquellas variaciones que conservan el volumen. Para tales puntos críticos la estabilidad viene dada por la segunda variación del área, y por tanto puede ser estudiada por medio del operador de Jacobi. Se dice que una superficie es estable si el primer valor propio de dicho operador no es negativo.

El estudio de este valor propio se ha abordado hasta la fecha para superficies compactas inmersas en diferentes ambientes: la esfera euclídea, espacios homogéneos de dimensión 3, submersiones de Killing Riemannianas y warped products. En esta charla buscamos cotas que sean lo más finas posibles para el primer valor propio del operador de Jacobi para superficies compactas con curvatura media constante inmersas en los citados ambientes, así como encontrar superficies que satisfagan la igualdad para dichas cotas. Como aplicación podremos concluir algunas consecuencias relacionadas con la estabilidad de dichas superficies.

Jaime Santos

Universidad Autónoma de Madrid.

Isometrías en espacios métricos con medidas y curvatura de Ricci acotada inferiormente.

Resumen: La noción de cotas de curvatura de Ricci sintética en espacios métricos con medidas fue definida de manera independiente por Lott-Villani

y Sturm. Esta noción, llamada Curvatura-Dimensión está dada en términos del transporte óptimo entre medidas de probabilidad y la convexidad de la entropía relativa.

En esta charla hablaremos acerca de la estructura de estos espacios y veremos que su grupo de isometrías es un grupo de Lie.

Este es trabajo realizado en conjunto con el Dr. Luis Guijarro.

Francisco Viñado-Lereu

Universitat de València.

Singularidades de tipo I en el problema del acortamiento de curvas asociado a una densidad.

Resumen: Introduciremos el problema del acortamiento de curvas asociado a una densidad ($PAC\psi$), desarrollando todos los conceptos básicos necesarios para su comprensión. Posteriormente, tras hablar sobre la relación entre la geometría con densidad y la geometría riemanniana de un warped product, introduciremos el concepto de singularidad de tipo I para el $PAC\psi$. Con el objetivo de ejemplificar este tipo de situaciones consideraremos una situación concreta. Una cierta variedad riemanniana con densidad $(\overline{M}, \overline{g}, \psi)$ en la que la densidad ψ presenta singularidades en un cierto conjunto de \overline{M} y ciertas curvas iniciales $\gamma_0 : M \rightarrow \overline{M}$ cuya evolución por el $PAC\psi$ llega a tocar el conjunto singular de ψ , produciéndose una singularidad de tipo I para dicho $PAC\psi$.

Referencias:

[1] Miquel, Vicente, and Viñado-Lereu, Francisco. The curve shortening problem associated to a density. *Calculus of Variations and Partial Differential Equations* 55:61, 3 (June 2016), 1 - 30.

[2] Miquel, Vicente, and Viñado-Lereu, Francisco. Type I singularities in the curve shortening flow associated to a density. Preprint (2016) arXiv.org: 1607.08402.

Jesús Yepes Nicolás

Instituto de Ciencias Matemáticas.

Desigualdades de Brunn-Minkowski bajo hipótesis sobre proyecciones y secciones

Resumen: Comenzaremos realizando un recorrido por la desigualdad clásica de Brunn-Minkowski en el espacio Euclídeo, así como por algunas de sus más inmediatas consecuencias geométricas.

Observaremos que aunque el exponente que aparece sobre el funcional volumen es necesario y el mejor posible que cabe esperar (en general), bajo hipótesis sobre proyecciones y secciones (de los conjuntos involucrados) con respecto a hiperplanos, es posible obtener un exponente más fino. Éste será el punto de partida del tema principal de nuestra charla: la búsqueda de desigualdades refinadas de Brunn-Minkowski (en el espíritu de la antes comentada) bajo hipótesis sobre proyecciones/secciones con respecto a planos de dimensión arbitraria. Explicaremos cómo esta (aparentemente) ligera modificación en la hipótesis supone un estudio (más detallado del que uno en principio podría esperar) sobre el ‘comportamiento tomográfico’ de la desigualdad de Brunn-Minkowski.