Topología II. Examen extraordinario

– Doble grado en ingeniería informática y matemáticas –

Curso 2021/22

Nombre:

1. Hallar el grupo fundamental y sus generadores de $\mathbb{R}^3 \setminus (L_1 \cup L_2)$, donde $L_k = \{(0,k,z) : z \in \mathbb{R}\}$ y de $\mathbb{S}^2 \cup \{(x,y,z) : x^2+y^2 = 4, |y| \leq 2\} \cup \{(0,y,0) : 1 \leq |y| \leq 2\}$.

2. Hallar dos recubridores de dos hojas de $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$ y no isomorfos entre sí.

3. Sea la superficie compacta $S \equiv ab^{-1}c_da^{-1}ebc^{-1}_$ determinada por 10 aristas. Completar para que $S \cong 2\mathbb{T}$ y para que $S \cong 4\mathbb{P}^2$.

4. *a*) Hallar el grupo fundamental de un toro menos un punto.

   b) Probar que $1_{\mathbb{S}^1} : \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$ no tiene ningún levantamiento $\widetilde{1}_{\mathbb{S}^1} : \mathbb{S}^1 \to \mathbb{R}$.

   c) Sea $(\widetilde{X}, p)$ un recubridor de X con un número finito de fibras. Probar que si $\tilde{X}$ es Hausdorff, entonces X es Hausdorff.

Importante: razonar todas las respuestas. Todas las preguntas puntúan lo mismo.