XLIV Olimpiada Matemática Española
Fase nacional 2008 (Valencia)
PRIMERA SESIÓN (28 de marzo)

- **1.-** Halla dos enteros positivos a y b conociendo su suma y su mínimo común múltiplo. Aplícalo en el caso de que la suma sea 3972 y el mínimo común múltiplo 985928.

- **2.-** Prueba que para cualesquiera números reales a, b tales que $0 < a, b < 1$, se cumple la desigualdad siguiente:

$$\sqrt{ab^2 + a^2b} + \sqrt{(1-a)(1-b)^2 + (1-a)^2(1-b)} < \sqrt{2}.$$

- **3.-** Sea $p \geq 3$ un número primo. Se divide cada lado de un triángulo en p partes iguales y se une cada uno de los puntos de división con el vértice opuesto. Calcula el número máximo de regiones, disjuntas dos a dos, en que queda dividido el triángulo.

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se valora hasta 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de tres horas y media.

XLIV Olimpiada Matemática Española
Fase nacional 2008 (Valencia)
SEGUNDA SESIÓN (29 de marzo)

- **4.-** Sean p y q dos números primos positivos diferentes. Prueba que existen enteros positivos a y b, tales que la media aritmética de todos los divisores positivos del número $n = p^a q^b$ es un número entero.

- **5.-** Dada una circunferencia y en ella dos puntos fijos A, B, otro variable P y una recta r; se trazan las rectas PA y PB que cortan a r en C y D respectivamente. Determina dos puntos fijos de r, M y N, tales que el producto $CM \cdot DN$ sea constante al variar P.

- **6.-** A cada punto del plano se le asigna un solo color entre siete colores distintos. ¿Existirá un trapecio inscriptible en una circunferencia cuyos vértices tengan todos el mismo color?

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se valora hasta 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de tres horas y media.