INSTITVTIONES ARITHMETICAE AD PERCIPIENDAM ASTROLOGIAM ET Mathematicas facultates necessariæ.

AUCTORE

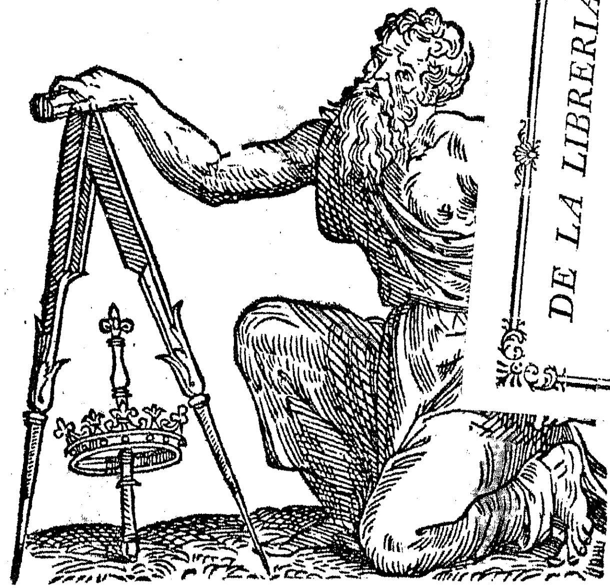
Hieronymo Munyos Valentino Hebraicæ linguæ pariter atq; Mathematum in Gymnasio Valentino publico professore.

VALENTIAE.
Ex typographia Ioannis Mey.
Anno 1566.

INSTITVTIONES ARITHMETICAE AD PERCIPIENDAM ASTROLOGIAM ET Mathematicas facultates necessariæ.

AVCTORE

Hieronymo Munyos Valentino Hebraicæ linguæ pariter atq; Mathematum in Gymnasio Valentino publico professore.



VALENTIAE.
Ex typographia Ioannis Mey.
Anno 1566.

Impressum cum facultate Illust. ac Reue. domini Archiepiscopi Valentini.

Cautum est Senatus consulto Reipub. Valentinæ, ne quis has institutiones in hoc regno excudere, aut alibi excussas vendere intra quinque annos audeat, sub pœnis in priuilegio contentis. Datum Valentiæ die 21. mens. Martij. Ann. 1566.

Auctor studioso Lectori S. P. D.

SVPPVTANDI facultatem quam Græci ἀριθμητικὴν, *atque etiam* λογιστικὴν *vocant, homini non nimis propriam ratiocinandi facultate, docet primum verborũ affinitas.* λογίζειν *enim non solùm supputare, verùm etiam putare, nempe ratiocinari significat: vnde* λογισμὸς *cogitatio, ratiocinatio, &* συλλογισμὸς *collectio, seu ratiocinium dicitur, atque à Latinis ratiocinatores supputatores dicuntur, quòd perinde sit homini naturale, ratione vti, ac supputatione. Adhæc, qui à natura ad supputãdi facultatem sit cõparatus, idem sit ad scientias omnes & sapientiam & iura populis accuratiùs danda natus: contra verò, qui natura supputandi facultate est destitutus, quales multos passim licet inuenire, ijdem ad functionem intellectus non videãtur apti, cuius rei euidentissimũ stolidi indicium præse ferunt: vnà enim cum ratione facultate supputandi priuantur. Quare meritò Plato Dialogo 7. de Rep. ait.*

Cernis igitur amice, reuerà peritiam huius disciplinæ nobis necessariam, quandoquidem, vt apparet, animum ad hoc inducit, vt ipsa intelligẽtia vtatur ad veritatem ipsam percipiendã. An & hoc aduertisti, homines natura Arithmeticos, ad omnes doctrinas, vt ita dixerim, acutos videri? quin etiam si qui ingenio tardiores huius studio se dederint, si nullam vtilitatem aliam susceperint, tamen hoc assequuntur, vt acutiores quàm antea sint. Hanc autẽ facultatem, cùm intelligam ab innumerorum scriptorum stylis appeti, ne dicã lacerari, à paucis verò μεθοδικῶς tradi, plerisque omnibus centones potiùs Arithmetices, quàm præcepta tradentibus. Cùm à teneris annis ad Mathematicas scientias fuerim procliuis, ex quarum professione alibi multis annis, hîc verò plusquam triennium vixerim, ac tandem scholasticorum efflagitationibus, ex priuato professor publicus in hoc gymnasio Valentino fuerim constitutus, non potui iustis eorum precibus non obtemperare, præsertim Mathematicarum scientiarum primam auspicaturus. Cumq; eorum manibus dictata nostra circũferrentur, eò nos adegerunt, vt de Arithmetica ea, quæ ad Mathematicas & Astrologiam percipiendas, necessaria censerentur, excudi permitteremus. Expensis autem pene omnium classicorum auctorum Arithmeticis, cùm paucorum auctorum scripta circa hoc argumentum extent, atque ijdem pauca, atque non satis elaborata, nec ordine

Mathema-

Mathematico composuisse videãtur, compulsi fuimus ad Euclidem, Theonem, Proclum, & priscos alios Mathematicos confugere, quorum scripta nostris lucubrationibus multùm profuerunt, ad quæ discenda auditores nostros prouocare desiderantes, ex ipsis nostras Arithmeticas institutiones excerpere decreuimus, ne autem demonstrationum difficultate absterrerentur, paratu facilibus probationibus vsi sumus. Methodum autem Mathematicam delegimus, id vnicè curantes, vt degustata Mathematicorum methodo, eos ad Euclidem omnium bonarum disciplinarum magistrũ deduceremus. Quòd si sumptuũ in his cudendis iacta alea, feliciter cesserit, sitque par fortuna labori, propediem quicquid restat ex Euclide ad Arithmeticam pertinẽs, & alia scripta Mathematica, quæ eorum manibus circumferuntur, ad incudẽ reuocata auctiora & emendatiora edentur. Vale. Calendis Aprilis, anni M. D. Lxvj.

Prudens lector, quæ in hoc libro contigere errata, boni consule. non enim est, vt ait Salomon, homo qui non peccet, nec vllus est mortalium, teste Plinio, qui omnibus horis sapiat. Acciderunt enim aliquot errata, sed secunda manu operi admota, expurgata iam habes.

ERRATA.

f. folio. p. pagina. v. versu. l. lege.

Emendabis primum numeros seriei foliorum.

f.4. p.2.v.17.pro 9.l.27. f.5.p.1.v.28.l.tantum. f.5.p.2.v.4.pro 575.l.384. f.7.p.2.v.6.pro Chaldæos,l. Hebræos Samaritanos. f.8.p.2.l.quarta quaq;. f.10.p.2.l.Kænan. f.11.p.1.v.1.dele ad. f.15.p.1.v.2.pro minor,l. maior. f.22.p.1.v.19.l.qui efficiunt. f.23.p.2.v.23.l.pro est,sunt. f.25.p.1.v.19.l.pro duas,tres. f.26.p.1.v.23.l.pro sinistro,dextro,& post decussis,adde:deinde ex notis numeri diuidendi reiectis 9,remanent 3 notanda in latere sinistro decussis.quia.&c. f.28.p.1.v.6.l.linea,& dele, duplum 1. f.28.p.2.v.4.l.120. f.32.p.2.v.21 l.cubici. f.34.p.1.v.20.l.digitos. f 35.p.1.v.5.l.95. f.35.p.1.v.17.l pro diuisore, diuidendo. f.43.p.2.v.28.l. $\frac{63}{7}$.f.49.p.2.v.6.pro minor,l.maior.f.50.p.2.v.9.l.ex 71947. f.51.p.1.v.4.pro secundæ.l. quartæ. f.52.p.2.v.16.pro $\bar{3}$ ducta in 5,l 3 ducta in 1. & v.29.pro diuidat,l.diuidatur. f.54.p.1.v.12.pro 1.l.1. f.56.p.2.v.28.l.accepti. f.59.p.2.v.18.l.partiliter. f.71.p.2.v.7.pro antecedentem, l consequentem. v.8.pro consequentem,l.antecedentem. v.9 pro consequentem,l.antecedentem. ducesq; lineolas in tertio schemate prorsus vt in secundo.

TABVLA ARITHMETICAE.

f. folio, p. pagina.

Primo libro cõtinẽtur.

Secũd.libro cõtinẽtur.

TABVLAE FINIS.

INSTITVTIONES

ARITHMETICÆ AD PERCIPIENDAM *Astrologiam, & Mathematicas facultates necessariæ.*

EVCLIDES elementorũ libros in Principia, & Problemata, & Theoremata diuisit. Principiorum duo genera sunt. Vnum est ceu pars propositionis, vt definitiones: alterum propositio, quæ cõmunes animi conceptiones, & petitiones continet. Ex his tribus principijs, nempe Definitionibus, communibus animi Conceptionibus, & Petitionibus, Problemata primùm, deinde Theoremata colliguntur, seu demonstrantur. Problema verò vocauit propositionem ad opus pertinentem, scilicet qua aliquid fieri præcipitur, cuius prędicatum latius patet subiecto. Theorema verò propositionem, qua solùm consideratur, seu expenditur aliquid, cuius prædicatum propria quædam passio est subiecti, idcirco cum eo conuertitur. Præcedit opus ordine doctrinæ, inde est operis inspectio. Prius enim scias oportet, triangulorum genera describere, & datæ lineæ æqualem aliam constituere ad datum punctum, & lineas, & angulos bifariam secare, quàm de quantitatibus, & æqualitatibus angulorum, & areæ eorum captu differas. Sic in Arithmetica est faciendum. prius enim scire oportet colligere, subducere seu abstrahere, ducere seu multiplicare, diuidereq; numeros, partem proportionalem, & radices quadratas, ac cubicas colligere, quàm de eorum affectibus seu proprietatibus demonstrationes connectas. Itaq; Arithmetica est ars supputandi, & affectus atq; proprietates numerorum expendendi.

PRINCIPIA PRIMA.

ὅροι, vel definitiones.

VNitas est, qua vnumquodque eorum, quæ sunt, dicitur vnum.

Ex cuius compositione omnes numeri fiunt, & in eam tamquam minimam partem omnes numeri resoluuntur.

Numerus est, ex vnitatibus composita multitudo.

Componitur autem numerus bifariam, aut physicè seu per aceruationem, aut Arithmeticè. Compositione autem per aceruationem tria, & septē partes sunt denarij, Arithmeticè verò duo, & quinq; decem efficiunt: non autem tria & septem.

Si igitur compositionem physicam seu acerualem numerorum cōtempleris, omnis numerus aut est digitus, aut articulus, aut compositus.

Digitus est, quiuis numerus denario minor.

Vt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Articulus est numerus in circulum (quem zero aut cifram vulgus appellat) desinens.

Vt 10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. 100. &c.

Numerus compositus physicè, per excellentiam dicitur omnis, qui ex articulo & digito constat.

Vt 12. 36. &c. Nam in duodecim sunt 10, qui numerus est articulus, & duo insuper, qui numerus est digitus, compositi omnes desinunt in digitis.

Differentia numerorū est id quo maior numerus minorem superat, qui excessus dicitur.

Si ad Arithmeticam compositionem animum adhibeas,

Pars Arithmetica est numerus maiorem dimetiens.

Scilicet qui à maiore numero, qui & compositus & multiplex dicitur, aliquoties tātum continetur.

Partes verò quando non dimetiuntur.

Id est, quæ simul sumptæ nullo modo producunt maiorem numerum.

Numerus par est, qui bifariam secatur.

Vtpote qui ex æquo in duo sine vnitatis sectione diuidi potest: vt 4. 6.

Numerus impar est, qui non secatur bifariā, aut qui vnitate differt à numero pari.

Id est, qui ex æquo in duo sine fractione vnitatis diuidi nequit: vt 3. & 5.

Paris numeri membra, secundum Euclidem, pariter par, pariter impar.

At impariter parem reijcimus ab arte, quòd sit inutile recentiorum Latinorum post Boethium commentum: cuius nec Euclides, nec Aristoteles meminit, sed ab Euclidis interprete adijcitur.

Pariter par est, qui à pari numero per parem mensuratur.

Qui tantùm ex paris per parem ductu fit, vt 4. 8. 16. &c. duplicando.

Pariter impar est, qui à pari numero per imparem mēsuratur.

Id est, qui ex pari per imparem fieri potest, vt 12. nam licet fiat ex duobus & sex, qui sunt pares, quia fieri potest ex quatuor & tribus dicetur pariter impar, licet melius vocaretur par impariter: nam est numerus par ex pari numero per imparem procreatus. Euclides tamen hoc genus numeros ἀρτιάκις περισσοὺς, id est, pariter impares, non tam eorum naturas contemplatus, quàm veterum nomenclaturas seruans, appellauit. Non enim sunt hi numeri impares, sed pares.

Imparis numeri membra.

Impariter impar est, qui ab impari numero per imparem mensuratur.

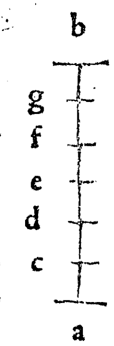
Videlicet qui ex ductu imparis per imparem fit, vt 9. ex 3. in se ducto. Et 15. ex 3. in 5. Semper enim impar per imparem ductus imparem procreat, & impar diuisus per imparem in imparem resoluitur.

Primus numerus, qui aliter incompositus Arithmeticè dicitur, est numerus impar, quem sola vnitas metitur.

Quod idem est ac si dixeris, qui ex solius vnitatis ductu in impares numeros fit, vt 3. 5. 7. Hos enim numeros nunquam effeceris, nisi multiplicando vnitatem in aliquem numerum imparem. At 9 non est numerus primus, fit enim aliter quàm ducta vnitate in nouenarium, nempe ex tribus in sese. Primus dicitur, quod sola vnitate, quæ est numerorum initium, mensuratur: reliqui non secundi, sed compositi dicuntur, alioqui tertios & quartos, & sic in infinitum dicere oportebat.

Obiter nota, apud Euclidem definitiones has efferri per verbum mensurandi, metaphora sumpta à gæodætis seu agrimensoribus, qui agrorum latera podismo seu dodrãte, aut alia minore mensura, ne fractiones inter supputandum

dum



dum obrepant, metiuntur. Numeris instar linearum consideratis, vt sex mensurantur à binario & ternario: sit igitur linea ab sex. a c vna eius pars sexta, a d tertia pars, a e medietas. Dico lineam a b à solis partibus a c. a d. a e, non autem ab a f, nec ab a g mensurari. Nam a c sexies ducta efficit ipsam a b: at a d ter ducta efficit ipsam a b, & a e bis ducta efficit totam a b. At a f neq; sexies, aut ter, aut bis, aut aliter ducta efficit ipsam a b. Quare mensurabitur linea a b à lineis a c, a d, a e: non autem à lineis a f, & a g. Proinde mensurari aliquem numerum ab alio, est ab eo aliquoties ducto procreari.

Primi ad sese mutuò dicuntur numeri, qui sola vnitate mensurantur mensura communi.

Id est, quibus præter vnitatem nulla alia est Arithmetica pars communis, vt 5 & 7. 7 & 8: atq; horum vterq; potest esse impar, vel vnus par, alter verò impar. Par tamen vterq; esse nequit. Tales enim numeri, præter vnitatem, vtriq; communem pari numero, etiam mensura communi mensurantur. Hos nnmeros etiam inter sese mutuò incompositos dixeris.

Compositi ad sese mutuò dicuntur numeri, qui numero aliquo mensurantur communi mensura.

Vt quatuor & sex, quos prꝺter vnitatẽ binarius vtriusque numeri pars Arithmetica atq; cõmunis mensura metitur. Item 2 & 6 sunt compositi inter sese, nam binarius etiã à sese dicitur mensurari: fit enim ex binario in vnitatem ducto.

Numerus numerũ multiplicare dicitur, quando quot sunt æquales in eo vnitates, toties compositus fuerit qui multiplicatur, & fit aliquis numerus.

 Nu-

Numerus multiplicans à Latinis aduerbio profertur, multiplicatus nomine numerali, vt ter quatuor sunt 12 ter dicitur numerus multiplicans, quatuor, πολλαπλασιαζόμενος, id est, qui multiplicatur, vel vt recentiores dicunt, numerus multiplicatus. Qui autem ex his duobus fit, productus ex multiplicatione appellatur. Si igitur velis scire quis numerus producatur, multiplicato vno numero in alium, cōpone numerum qui multiplicatur toties quot sunt æquales vnitates in multiplicante, vt in dato exemplo ter quatuor sunt duodecim, compone seu collige in vnum numerum tres quaternarios sic, inueniesq́; 12.

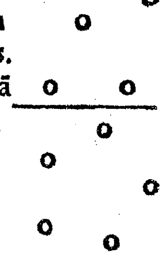
4
4
4
12

Quando duo numeri sese multiplicantes efficiunt aliquem, qui fit, planus nominatur.

Latera verò ipsius dicuntur, numeri qui sese mutuò multiplicant.

Ex definitione Euclidis constat, numerum planum eundem omnino esse, qui hactenus compositus dicebatur, qui & multiplex aliter dicitur. Differunt tamen sola relatione, nam compositus refertur ad partes, planus ad superficiem seu ad figuram: cuius duæ tātum sunt species, scilicet quadratus, & altera parte longior. nullam enim aliam figuram numeri inter sese ducti componere possunt. Vnde non caret reprehensione Boethius, qui planum numerum, neglecto Euclide, aut ignorato, definiuit, esse qui per suas vnitates descriptus, in longum, ac latum porrigitur. quasi velit dicere, qui in descriptione superficiaria, seu figurali duas habet dimensiones, vel duo latera, longitudinem scilicet, & latitudinem: verbis ab Euclide differens, re aut vera consen-

consentiens. Deinde verò numerum planum in triangularem, quadratum, quinquangularem, sexangularem, & in alios infinitos planos pro ratione seriei numerorum diuisit. quum præter quadratum, & quadrangularem, nullus sit numerus alius, qui sit planus. Nam reliqui carent longitudinis & latitudinis lateribus. Dispone enim triangularem & quinquangularem, vt vides. Dico hos numeros nō hobere duo latera, nā ternarij latus non sunt duæ vnitates, alioqui efficerent quatuor: nam quod erit aliud latus nisi duo? Sic in pentagono seu quinquangulari, si demus duo esse vnum latus, aliud latus esse non poterit quicquam præter duo. Iam itaq; duo hæc latera nō efficerēt quinq;, sed quatuor.



Quadratus numerus plani numeri species est, fitque ex aliquo numero in seipsum ducto.

Vt 9 ex 3. & 3. qui sic deliniatur: cuius figuræ vnumquodq; latus est 3. & latera circa eundem angulum inter se ducta numerū nouenarium efficiunt. Quadratus autem numerus vulgaribus dicitur census, & notatur à quibusdam nota □ quadrati Gæometrici, ab alijs verò nota hac ℨ. Eius autē latus dicitur radix quadrata, quæ notatur sic co^a cosa, vel sic ℞ vel sic √.

o o o
o o o
o o o

Numerus altera parte longior est, secunda species plani, qui fit ex ductu duorum inæqualium numerorum.

Vt 12. fit enim ex 3 & 4. vel ex 6 & 2. itaq; duobus modis poterit duodenarius in superficie figurari. sic primæ figuræ altera parte longioris latera sunt 4 & 3. secundæ verò figuræ 2 & 6.

o o o o
o o o o
o o o o

vel sic

o o
o o
o o
o o
o o
o o

Quan-

Quando verò tres numeri multiplicantes sese mutuò, efficiunt aliquem, qui fit, solidus vocatur.

Vt corpora tribus constant dimensionibus, sic solidi numeri ex tribus numeris, tanquam dimensionibus inter sese ductis producuntur: vt ter quatuor ter sunt 36. nam ter 4. sunt 12. at ter 12. sunt 36. erit itaq; 36. numerus solidus.

Latera verò eius, vt in planis numeris, dicuntur numeri qui se ipsos multiplicant, vel ex quorum multiplicatione numerus solidus fit.

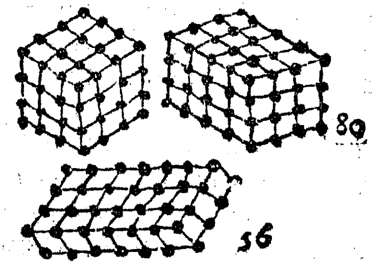
Vt in præcedēti exemplo latera sunt 3.4.3. quæ efficiũt inter se ducta 36. cuius numeri solidi alia sunt latera præter superiora, nempe 3. 3. 4. vel 2. 9. 2. vel 3. 6. 2. his enim numeris inter sese ductis semper fiunt 36.

Numerus solidus aut omnia latera habet æqualia, & dicitur Cubus, qui ab Euclide dicitur, æqualiter æqualis æqualiter, vel sub tribus æqualibus numeris comprehensus. Vt bis duo bis sunt 8. ter tria ter sunt 9. &c. numerus autem Cubus notatur charactere □, vel sic ce: cuius latus dicitur radix cubica, quæ notatur sic w√.

At si solidi numeri latera omnia fuerint inæqualia vtraque parte longus, si verò duobus lateribus existentibus æqualibus tertium fuerit inæquale, altera parte longus dici poterit. Quod si ad corpora solida conferas, ab eisq; nomenclaturam hoc genus numeris indere velis, numerus prismatodis, seu serratilis dici poterit vterq; solidus numerus ex inæqualibus lateribus conflatus. præter Cubici & serratilis numeri solidi species, nullam aliam nouit Euclides: sed nec esse potest. Nam si cōmisceas tres numeros, id est, si inter se ducas, aut illi omnes sunt æquales, & fiet ex eorum ductu Cubus, aut inæquales: vel omnes inter sese, vel duo sunt æquales, & tertius est inæqualis. Fietq; nume-

rus

rus solidus lõgus seu serratilis. Quare lapsus est Boethius, qui diffinito numero solido ex tribus dimensionibus, quas in eius vnitatum descriptione habet idem cum Euclide, quoad solidi numeri diffinitionem attinet, sentiens. Postea suis non constans principijs, numerum solidum diuisit in Pyramidem, Cubum, Laterculum, Asserem, Cuneum, & Circularem, & Sphæricum, & Parallelipedum. Cum non possit reperiri numerus pyramidalis, neq; cuneus, neq; circularis (qui non esset solidus, sed planus: nam circulus in plana cōsistit superficie) neq; sphæricus. Tres enim numeri qualescunq; sint inter sese multiplicati, nunquam efficient pyramidem, neq; cuneum, sed tantum ea genera quę recensui. 64



Cubi figuratio.

Habes figuras omniũ numerorũ solidorum. Nam 64. est cubus ex 4. 4. 4. At 80. est solidus serratilis descriptus, ex 4. 5. 4. alter verò ex 7. 4. 2.

Numeri proportionales dicuntur, quando primus secundi, & tertius quarti fuerit æqualiter multiplex: aut eadem pars, aut eædem partes.

Nempe qando quã habet rationem primus ad secundum, eandem tertius ad quartum. Vt sicut 4. ad 2. ita 6. ad 3. qui numeri dicuntur discontinuè proportionales: aut vt 4. ad 6. ita 6. ad 9. qui continuè proportionales dicũtur. in quibus tamen sunt tres termini naturâ diuersi.

Similes plani & solidi numeri sunt qui habent latera proportionalia.

Planorum sit exemplum. 12. cùm sit ex. 3. & .4. similis est 48. cùm sit ex .6. & .8. nam vt se habent. 3. ad. 4. ita. 6. ad. 8.

Solidorum exemplum, ut. 48. cùm sit ex 2. 4. 6. similis est ipsi. 576. cùm sit ex. 4. 8. 12. nā vt 2. 4. 6. ita. 4. 8. 12. Omnes itaq; numeri cubi inter sese sunt similes.

Perfectus numerus est, qui suis partibus æqualis est.

Vt. 6, & .28. &c. nam partes senarij sunt. 3. 2. 1. quæ efficiunt. 6. partes 28. 14. 7. 4. 2. 1. quæ complent. 28.

Hactenus Euclides & Aristoteles species numerorum pertraxerunt. Boethius verò adiecit numerum diminutū, nempe cuius partes minorem toto efficiunt, vt 8. & redundantem, cuius partes ipsum totum superant, vt 12. quæ definitiones videntur à ratione alienæ. Qui enim dici poteit numerus diminutus, si superet suas partes: aut redundans, si suis partibus minor sit? Quæ causa fuit vt ab Euclide 7. lib. Elementorum prætermissi fuerint. Item ab Aristotele 3. Problemate sectionis 15. ait enim à denario contineri omnia numerorum genera, scilicet par & impar, paris species sunt pariter par & (vt ego censeo nominandum) impariter par. Qui si definitur sic nempe cuius media æqualium partitionem admittit, sed partium in duo æqua partitio citra vnitatē deficit vt Boethius finiuit: tum primus omniū impariter pariū esset. 12. qui sub denario nō cōtinetur, qua de causa tantū duo membra paris numeri approbauimus. Rursus ait Aristoteles sub denario contineri, numerū quadratum & longū, quem nos altera parte longū diximus. Item cubum & longum, solidum & planum, & primum & compositum omnisit tamen Aristoteles perfectum numerum. Nusquam tamen apud ipsum, vel antiquum aliquem Mathematicum diminutum, aut redundantem numerum reperies. Nullus enim ex redundatibus numeris sub denario continetur. At omnes numerorum species ab Euclide, & alijs

& alijs priscis Mathematicis descriptas denarius sub se cōplectitur.

ÆTEMATA,

seu petitiones.

Petatur.

Cuilibet numero quotlibet posse sumi æquales.

Quolibet numero aliquem posse sumi maiorem.

Seriem numerorum in infinitum procedere.

Numerum omnem in vnitatem minimam eius partem resolui.

Vnitatem, vt omne continuum, in infinitū posse secari.

Quæ sectiones fractiones dicuntur, vt $\frac{1}{2}$ medietas, seu semis $\frac{1}{3}$ triens, seu tertia pars $\frac{1}{4}$ quadrās, aut quarta pars. &c.

κοιναὶ ἔννοιαι *communes animi conceptiones.*

Omnis pars minor est suo toto, partes omnes simul iunctæ toti sunt æquales.

Quicunque numeri tertio sunt æquales, sibi inuicem sunt æquales.

Si æqualibus numeris æquales adieceris, qui colligentur erunt æquales.

Si ab æqualibus numeris detraxeris æquales, relinquentur æquales.

Si æqualibus numeris inæquales adieceris, relinquentur inæquales.

 Si ab

Si ab æqualibus numeris inæquales detraxeris, relinquentur inæquales.

Si inæqualibus numeris addideris æquales, remanebunt inæquales: sed sub eadem differentia.

Si ab inæqualibus numeris dempseris æquales, relinquentur inæquales: sed sub eadem differentia.

Quicunque numeri tertio sunt æquè maiores, sibi inuicem sunt æquales.

Aequales sunt numeri, quãdo quot sunt vnitates in vno totidem sunt in alio: maior verò in quo plures, minor in quo pauciores existunt.

Omnis pars eiusdem numeri est minor, quæ maiorem habet denominationem: maior verò est, quæ minorem habet denominationem.

Vnitas est cuiuslibet numeri pars ab eo denominata.

Omnis numerus tantus est ab vnitate, quota pars ipsius est vnitas.

Quicunque numerus ducitur in vnitatem, seipsum producit.

Quicunque numerus diuiditur per vnitatem, seipsum relinquit.

Quicunque numerus metitur duos, compositum etiam ex illis metietur.

Quicunque numerus metitur aliquem, omnem etiam numerum ab illo mensuratum metietur.

Quicun-

Quicunque numerus metitur totum, & detractum, metietur etiam residuum.

DE NOTIS SEV CHAracteribus numerorum.

Chaldæi, atq; Assyrij, apud quos perpetuas fuisse literas Plinius arbitratur, literarum notas pro numerorum characteribus vsurpant. Quod etiam faciunt Hebræi, qui solis literarum Hebræarum characteribus supputationum regulas omnes expediunt: vt docet Elias Leuites in libro de Hebræorum Arithmetica. Græci verò literarum notas pro numeris vsurpantes seriei literarum aliud genus notas interijciunt, nec continuæ seriei literarum, vt faciũt Hebræi & Chaldæi numerorum ordinem tribuunt. Romani verò ex notis literarum numerorũ notas selegerũt, nulla ordinis literarum habita ratione. Vnitatem signarunt per. I. binarium per. II. ternarium per. III. quaternariũ per. IIII. quinque per V. decem per. X. viginti per XX. triginta .XXX. quadraginta per .XXXX. vel, XL. quinquaginta per. L. cẽtũ per. C. quingẽta per. D. mille per. M. Vnitas proximè præposita notæ denarij sic. IX. ei detrahit vnitatem. Denarius præpositus notæ quinquaginta, vel centũ detrahit decem, vt. XL. quadraginta. XC. nonaginta. Nota centenaria proximè antecedens charactere quingentorũ demit centum. Itaq; CD. hæ duæ notæ significãt CCCC quadringẽtos. Numerãdi rationem opera harum notarum Ioa. Nouiomagus in sua Arithmetica explicat. Verùm addendi & detrahendi ratio facilis est, ducẽdi verò & diuidẽdi methodus non perinde obuia, imò longè difficilior quàm quæ per notas vulgatas Arith-

 meticis

meticis doceri solet. Notæ verò quibus in hac Arithmetica vtemur, neq; Chaldæis, neq; Hebræis, neq; Arabibus, neq; Græcis, neq; Latinis ad numerandum in vsu sunt. Videtur verò potius post Gothos ab Italis, Germanis, Gallis & Hispanis vsurpatæ, quæ sic habent 1, vnum. 2 duo, 3 tria. 4, quatuor, quarta harum notarum etiam apud Chaldæos quatuor significat. Est enim quartum alphabeti elementum. 5, quinque. 6, sex. 7, septem. 8, octo. 9, nouem. Decima nota, 0, ab Hispanis & Arabibus zero, id est, nihil, à quibusdam ciphra: quæ dictio Chaldaicè numerum significat, ab alijs circulus dicitur. Hæc per se nihil significat. Cæterum postposita numeros, quos articulos vocauimus, componit, vt 10, decem. 20, viginti. 30, triginta, &c. præposita verò notis significantibus, nihil efficit, vt ne dicam perperam poni.

DE LIMITIBVS SEV *sedibus numerorum.*

Limites siue sedes, siue situs numerorum sunt ordines quidam, aut series acierum instar, quæ numerorum notas decupla ratione adproximè versus dextrã locatam cõparatæ, augent, ex vno efficientes decẽ, vel centum, vel mille, vel decem millia, &c. ex duobus verò viginti, vel bis centum, vel bis mille, vel viginti milia, &c. Atq; similiter dicendum de alijs notis. Nam eadem ratione crescunt ipsæ series à dextra versus sinistrã pergentes, sic vt sedes quæuis proximè versus dextram præcedentem decupla ratione superet à proximè verò sequenti versus sinistram decupla ratione superetur. In prima sede seu serie notæ numerorum pro digitis, in reliquis verò omnibus pro articulis accipiuntur. Verùm in secũda pro denionibus, tot scilicet, quot

quot vnitates ipsæ notæ significant: in tertia pro cẽturijs: in quarta pro millibus, quo ordine semper versus sinistram augentur. Quinta itaq; sedes subit ratione quartæ sedis, rationem denionum, sed ratione sextæ locum habet digitorum. Sexta sedes, si ad quintam conferatur denionũ habet locum: si ad quartam, centuriarum: si ad tertiã, milliũ: si ad secundam, decem milliũ: si ad primam conferas, centum millia repræsentat. Septima sedes millies millia, id est millionem vulgarem significat. Castellani vocant, cuento, quod nomen significat eum numerum, qui fieret ex mille ductis in mille, cuius multiplicationis summa collectio septem notas sedibus totidẽ locatas desiderat sic 1000000. Romani verò supra centum mille, repetitis centurijs numerant.

Delineatio sedium numerorum.

Denio millionũ, millio. i. millies millia, cẽtũ millia, denio milliũ. mille. cẽturia. denio. digi.

De enumeratione.

Si notis Hebraicis, aut Chaldaicis, aut Græcis supputes, non eges hac regula, quandoquidem, quæcunq; nota numerum & sedem secum præfefert, nec ratione sedis significatum numerum decupla, aut centupla, aut millecupla ratione, aut alia maiore auget. Apud Latinos verò illæ tres notæ. I. X. C. habent peculiarem rationem enumerandi: nam ratione sedium augent, aut detrahunt. Sed nõ amplius quàm ipsæ per sese significãt, quod iam explicauimus. A recentioribus verò, enumeratio dicitur notarum numerorũ seruata sediũ ratione valoris expressio. Quæ non

non folùm ad exprimendas vires characterum,& fedium confert,verùm etiam ad notādum proprijs characteribus & fedibus quemcunq; propofitum numerum. Si igitur velis exprimere quarumcunq; notarum valorem,fubfcribes fub quarto quoq; punctum. Primum punctum notat mille:fecundum, quod fub feptima incidet fede milies milia: tertium, quod fub decima ponetur fede fignificabit milies milia millies ,&c. fimiliter. Porrò proximi numeri poft puncta finiftrorfum,deniones:at fecundi, poft puncta finiftrorfum centurias fignificant.Sit exemplum.

8 3 4 5 6 7 9 8 7 5 6 9 8 3 4 0 5.
m.m.m.m.m.| m.m.m.m.| m. m. m.| milies mille.| mille.

Hunc numerum fic exprimes,octoginta tria milies millia millies milia milies.quadringēta quinquagintafex milies milia milies milia.feptingēta nonaginta octo milies milia milies.feptingenta quinquaginta fex milies mille.nongenta octogintatria milia.quadringenta & quinq;:In qua enumeratione notæ 0, &. 8 . poft primum punctum finiftrorfum,& 5 poft fecundum punctum,& 9 poft tertium, & 5 poft quartum, & 8 poft quintum femper exprimuntur per deniones. o verò quia nihil fignificat nullo denione expreffa eft. At 8 poft primum punctum per octoginta, quæ funt octo deniones, atq; aliæ notæ in confimilibus fedibus,poft puncta locatæ,per deniones explicantur. Omnes autem tertiæ notæ poft puncta, per centurias exprimuntur. Quòd fi Latinè numerorum notas efferre velis fupra centum mille,omnes notas per aduerbia,fed replicatis centurijs proferes. Sit numerus Latinè explicandus.

cēties cētena cēties.| cēcies cētena.| centena.| mille.
5 2 | 3 4 | 8 2 | 7 5 6 3.

Collocabis fub quarta nota punctum, quod fignificat mille,fub fexta nota aliud,quod fignificat centena millia, nempe centies mille, fub octaua ponetur aliud punctum quod fignificat centies centena millia, fub decima collocabitur aliud quod fignificat centies centena centies: itaque dices quinquies centies centena centies, vicies ter centies centena quadragies octies cētena, vigintifeptē milia quingenta fexaginta tria,qui numerus a vulgaribus latinis exprimeretur fic, quinquies millies millena millia, ducenta triginta quatuor millies millena,octingenta viginti feptē millia,quingenta fexaginta tria. Plinius tamen priore modo illas notas exprimeret. Nam de terræ dimēfione agēs, ait,pars noftra terrarum ambiente Oceano velut innatās longifsimè ab ortu ad occafum patet, hoc eft, ab India ad Herculis colūnas, Gadibus facratas, octuagies quinquies centena feptuaginta octo millia paffuum. Quem numerū feptē notis exprimes fic 8 5 7 8 0 0 0, qui numerus ad leucas vulgares reductus, quarum quælibet cōtinet quatuor millia paffuum Gæometricorum efficiet 2 1 4 4 leucas cū femiffe. Hæc enumerandi ratio maximopere eft obferuanda, vt Latinorum librorum numeri ad noftros conuerfi, intelligi pofsint. Hactenus de enumeratione. *Lib. 2. cap. 108.*

DE NOTATIONE
cuiufque numeri.

Ex proximè præcedenti capite folers lector propofitū quemuis numerum fedibus & characteribus proprijs notare poterit. Sciens enim quid inter fedem numeri, & eius characterem interfit, quid per fedem,quidve per characterem fit exprimendum facilè confequetur. Verùm in gratiam tyronum,quibus nos accōmodare cupimus, nonulla subijciemus. Sedium vel limitũ nomina sunt, articuli decupla ratione aucti, vt digitus seu vnitas, decem, centum, mille, decies mille, centum mille, millies mille, decem millies millia, &c. Secundùm vulgares Logistas: verùm secũdum Latinos sunt, vnitas, decem, centum, mille, decẽ millia, centena millia, decies cẽtena millia, centies cẽtena millia. Sic hæ sedium nomẽclaturæ nequaquam differunt, sed nominibus solis. Sedes non exprimũtur notis, sed reliquæ partes numerorum. Sit exemplum, datur mihi vulgaribus notandus characteribus numerus, viginti octo millium quingentorum septuaginta sex. Primum numero huius numeri sedes, quæ sunt quinq; nẽpe digitus, senarius, denio septuaginta; centum quingenta, mille octo mille, decem millia viginti. Deinde quæro characteres huius numeri; qui necessariò totidem futuri sunt, quot sedes. Prima omnium versum dextram nota est. 6. nam sex vltimi loci præter primam sedem, sex continet vnitates. Secunda nota erit, 7. nam septuaginta sunt 7 denarij. In secunda verò sede quæcunq; nota est denionum. Tertia nota est, 5. nam in tertia sede quisq; numerus hecatontades, nempe centurias significat: quare pro quingentis solùm in tertia sede ponentur. 5. sic in quarta sede pro octo millibus ponetur 8. quia ea est chiliadibus destinata. In quinta sede denionum post chiliades seu milliaria ponentur. 2. nam ibi. 2. significat viginti. Notatur itaq; datus numerus his quinq; characteribus 28576. Cæterum hæc rudibus satis esse poterunt.

PROBLEMA PRIMVM.

Datos quoscunque numeros in vnum colligere.

Quatuor problematis omnes ambages, difficilesq; quæstiones

stiones Arithmeticæ, Geometriæ, Musicæ, Astronomiæ, Cosmographiæ, extricantur: quæ vsqueadeò sunt necessaria his artibus, vt nullo non momento, aliquid ad eas pertinens meditanti sit cum ijs problematis obluctandũ. Sunt enim velut instrumanta his artibus necessaria. Ea autem sunt ad additionem numerorum, (quæ aceruatio quædam est,) ad abstractionem ad multiplicationem, ac eorundem diuisionem spectantia. non desunt qui hæc non problemata, sed regulas Arithmeticæ practicæ vocent: qui multis rationibus ab scopo Mathematicarum artium, & à veritate absunt. Primùm Arithmeticam vocantes practicam: existimantes tantum duo esse artium genera, nempe speculatiuum, quod & theoreticum, & quod practicum dicitur. Quum antiquorum omnium suffragiis, nempe Platonis, Aristotelis, Galeni, Quintiliani, artium genera præcipua sunt ars speculatiua, effectiua quæ & ποιητικὴ, actiua quæ & πρακτικὴ dicitur: comparatricem verò vt piscatoriam, & venatoriam, & resarcinatricem seu veteramentariam prætermitto. Effectrices post actionem opus ostendere possunt, vt fabrilis: practicæ cessante actione nullum opus relinquunt, vt saltatrix & choreas ducendi ars. Quũ autem hæc relinquat post actionem opus, nõ practica, sed effetrix esset censenda. Deinde aberrant à Mathematicarum artium natura; nam quãuis suapte natura Mathematicæ sint theoreticæ, vt Geometria, habent tamen problemata & throremata: problemate exquiritur aliquid efficiendum, eius tamen opus ad speculationem destinatur, theoremate tantùm proponitur aliquid considerandum. Tanta problematum multitudo, quæ in primo, & quarto, & sexto elementorum Euclidis libris reperiuntur, non euincunt Geometriam esse effectricem, quũ omnium calculis sit maximè post Arithmeticam theoretica. Sic quum

Plat. in dia. qui Gorgi. dicitur.
Arist. li. 11 Metaphy. cap. 6.
Galenus de consti. artis Medi.
Quint. lib. 2. cap. 19.

in Arithmetica reperiantur problemata analoga illis quæ reperiuntur in Gæometria, nullo modo est dicenda, quatenus circa additiones, & abstractiones, & multiplicationes & diuisiones versatur, hæc scientia practica. Alij verò sententiam Platonis imitati Arithmeticam logisticam appellant: sed à Platonis mente aberrant. Si enim doceatur ratio addendi, detrahendi, multiplicandi, diuidendi, in solis numeris, theoreticæ, Arithmeticæ problemata sunt vocanda: verùm si ad mercium, aut aliarum rerum oculis subiectarum, supputationes accommodẽtur, nõ theoretica, sed logistica est censenda.

Dialogo 7. de iusto.

Definitio collectionis

πρόσθεσις, seu collectio est numerorum cõpositio physica, scilicet qua numeri dati in vnam summam, seu vnicũ numerum æqualem datis aceruantur. Quæ ratio numerandi à Vitruuio cõsummatio dicitur.

Diuisio.

Aut igitur proponuntur soli numeri eiusdem generis, vt sunt numeri per se considerati, aut numeri rerum eiusdem generis (vterq; modus eadem ratione expeditur) aut rerum diuersorum generũ sint primũ numeri rerũ eiusdẽ generis. a. 130. anni quibus vixerat Adam, cùm ei nasceretur Seth filius. b. 105. anni quibus vixerat Seth, quum ei nasceretur filius Enos. c. 90. anni vitæ Enos nascente filio eius Kænau. d. 70. anni vitæ Kænau nascente filio eius Mahalalhel. e. 65. anni vitæ Mahalalhel nascente eius filio Iered. f. 162. anni vitæ Iered nascente filio eius Hænoch. g. 65. anni vitæ Hænoch quum nascebatur filius eius Methuselah. h. 187. anni vitæ Methuselah nascente Lemech eius filio. i. 182. anni vitæ Lemech nascente filio eius Noah K. 600. anni elapsi à natiuitate Noah vsq; ad diluuium. Sunt hi numeri colligendi in vnam summam, vt sciamus à mundi origine vsq; ad diluuiũ quot peracti fuerint anni.

Expositio.

Apparatus

Collocabis numeros maiores in superioribus regionibus (hoc enim est cõmodius, etsi ad veritatem non mutat alterius generis collocatio) in prima sede dextra datorũ numerorũ digitos, in secunda deniones, in tertia cẽturias, & cæteros suis sedibus dispones versus sinistrã procedens sic. Collocato primo numero, secundi numeri notas digitorum directè sub digitis primi numeri: & deniones secundi numeri sub denionibus primi, & centurias secundi sub centurijs primi, & millia secundi sub millibus primi, & cæteros numeros simili ratione collocabis simi lia similibus, velut agmine quodam ordinatissimo à supernis deorsum tendente coaptabis: duasq; parallelas subscribes. Hac methodo omnibus numeris colligendis dispositis, incipies colligere à minimis (parua enim qui despicit, magna non consequetur, atq; ex plurimis insensilibus fit magnum quoddam corpus sensum immutans) eos componendo, aut singulis descendendo aceruatis, aut ascendendo, aut vtroq; modo (quod loco examinis esse poterit) at numeri totius conflati ex digitis (si fuerit compositus aut digitus solùm) digitos scribes inter lineas subscriptas in sede digitorũ: si qui verò fuerint deniones præter digitos, animo retinebis. Si verò numerus aceruatus ex digitis, fuerit articulus, collocabis propriam notam articulorum inter lineas, nempe. o. in digitorum sede: deniones verò eius animo seruatos iunges denionibus secundi limitis seu sedis. Omnibus denionibus secundi limitis collectis aut fit numerus digitus, tumq; ille mer. inter parallelas notabitur sub denionibus: aut fit articulus, & retentis animo denionibus, o, quæ est articuli nota inter parallelas sub denionibus collocabitur: aut fit numerus com

K.	600.
h.	187.
i.	182.
f.	162.
a.	130.
b.	105.
c.	90.
d.	70.
e.	65.
g.	65.
L.	1656.

 positus

positus, & seruatis animo deniõibus digitos, notabis inter lineas sub denionum sede, collectos verò deniones iunges tertiæ sedis notis, centuriarum videlicet, persequerisq; eadem methodo, seruãdo semper animo deniones collectos ex notarum limitum singulorum additione, donec võtum sit ad postremum limitem sinistrum, ex cujus notarum collectione deniones prouenientes, per suos digitos signabũtur proximè læuorsum inter lineas parallelas, vt in datis numeris. 7.2.2.5.5.5. sunt 26, qui numerus est compositus ex 2 denionibus, & 6 digito, noto proinde 6 inter parallelas sub digitis, & seruo 2 deniones, quos iungo cũ denionum notis, nempe cum 8.8.6.3.9.7.6.6. fiuntq; 55, qui numerus est compositus ex 5 denionibus denionum, (qui sunt 5 centuriæ,) & 5 denionibus, qui pro digitis sumũtur. Noto itaq; hos 5 digitos denionum sub acie denionum, & seruo 5 deniones denionum, id est, 5 centurias, quas iungo cum centurijs. 6.1.1.1.1.1. & proueniunt. 16. ex quibus. 6. digitum centuriarum sub centurijs collocabis: vnum verò denionem centuriarum, id est, mille sub quarta sede inter lineas parallelas. Erũt itaq; omnes illi decem numeri aceruati 1656 anni qui sunt ab orbis constitutione vsq; ad diluuium. Quod sic demõstratur: Illi numeri sunt æquales, quando quot sunt vnitates in vno, totidem reperiuntur in alio: sed quot sunt in. a. b. c. d. e. f. g. h. i. K. numeris vnitates, totidẽ reperiuntur in L. nam digiti omnes remanẽtes ex prima eorum sede, sunt in prima sede ipsius K, & denionum ex eorum prima & secunda sede collectorum digiti omnes sunt in secunda sede ipsius K. & centuriarum ex secunda & tertia sede eorum collectarum digiti omnes sunt in tertia sede ipsius K., & mille collecta ex tertia sede eorũ sunt in quarta sede ipsius K. Quare quidquid

Demonstratio.

quid est in. a. b. c. d. e. f. g. h. i. K. reperitur in L, nec aliquid deest, nec abundat. Quare datos numeros in vnum numerum collegimus, quod erat faciendum. In hoc primo problemate explicando omnes demonstrationis partes in gratiam tyronum Mathematicarũ ad amussim exposuimus: quæ sunt propositio, expositio, diuisio, apparatus, demonstratio, conclusio. De quibus fusissimè Proclus in primũ librum Euclidis scripsit, quæ sunt propria Mathematicorum, non autem Peripateticorum. Nam Aristoteles nusquam suis de Demonstratione libris artificium Mathematicarum demonstrationum explicauit.

Conclusio.

Lib. 3. commenta.

Examen collectionis propositæ.

Si incœpisti colligere sedẽ digitorum sigillatim descẽdendo, proueneruntq; 26. rursus collige sigillatim ascendendo: quod si rursus 26 proueniant, scito digitos rectè esse collectos, alioqui male. qua etiam ratione examinabis alias sedes. Quam inuersam iterationem loco examinis posse accipi dicebam.

Vulgare examen per nouenarium fit, proceditur enim sigillatim iungendo notas numerorum colligendorum, reiectisq; omnibus nouenarijs, quod reliquũ est, notatur. Deinde ex ipsa summa, collectis notis reijciuntur nouenarij. Quòd si relicta nota ex summa sit æqualis notæ relictæ ex numeris colligendis, existimatur vera collectio, alioqui falsa. Vt in proposito exemplo, reiectis nouenarijs ex numeris colligendis, relinquitur o. similiter reiectis nouenarijs ex numero collecto, remanet. o. Quare censetur vera collectio. Hoc examen tres errores admittere potest, nempe si pro 9 ponas o, vel uice versa, vel imprudenter inici inficias nouenarium, vel.o. in numerũ collectum, examen erit verum, collectio verò falſa & erronea. Omnia examina præterquàm quod fit per ſubſtractionem (de quo ſequenti problemate agemus) erroribus ſunt obnoxia.

Quid agendum quando res addendæ ſunt variorum generum?

Tum conſiderato num habeant communem aliquam menſuram, vt annus, menſis, dies. Nam 30 dies efficiunt menſem Aegyptiacum. 12 menſes annũ. Item libra, quę à noſtris per ℔ notatur, ſolidus ß, denarius ₰ numus. Nã 12 denarij efficiunt ſolidũ, 20 ſolidi librã. Item quintal, id eſt, talentum, arroua nempe harheuij, id eſt, quarta pars ſecundum Arabes & Hebræos. & libra, & vncia habent cõmunem menſuram. Nam apud nos 12 vnciæ libram. 30 libræ arrouam, quatuor arrouæ quintal efficiunt. Similiter apud Aſtrologos ſignum, gradus, minutum, ſecundũ, tertium habet menſuram communem. Nam 60 tertia vnũ ſecundum, 60 ſecunda vnum minutum, 60 minuta vnum gradum, 60 gradus vnum ſignum phyſicum efficiunt. aut nullam habent menſuram communem, tum quæ ad idem genus pertinent tradita methodo in prima parte problematis colligentur: reliquæ verò alia collectione in vnum numerum aceruabuntur. Similibus ſemper ſimilia coaptando.

Si verò ſint numeri diuerſorũ generum, habẽtes menſuram communem, tum potentia craſsiores primum locũ tenebunt in ſiniſtra parte, reliqui qui erunt mox poſt eos tenuiores, proximè verſus dexteram diſponentur, atque ſeruato hoc ordine tenuiſsimi omnium primum locum in dextra

in dextra occupabunt, vt ſint colligendæ tercentum ſexaginta quatuor libræ, quindecim ſolidi, octo denarij. & quingentæ ſeptuagintæ duæ libræ, decem & octo ſolidi, vndecim denarij: & nongentæ quadraginta libræ quindecim ſolidi, decem denarij. Exprimes datos numeros, vt vides in ſchemate. Edoctus primum, inter denarios nõ poſſe collocari numerum 12, aut eo maiorem, quia iam colligeretur ex 12 denarijs vnus ſolidus inter ſolidos collocandus.

2		2			
364	℔	15	ß	8	₰
572	℔	18	ß	11	₰
940	℔	15	ß	10	₰
1878	℔	10	ß	5	₰

Similiter inter ſolidos non poſſe 20, aut plures ſolidos notari. Fieret enim ex illis vna libra inter libras collocanda. Secundò, ex denarijs excerptis ſolidis, & in ſede ſolidorum notatis, remanentes denarios notandos ſub denarijs, & ex ſolidis colligendas libras, notandasq; ſupra primam ſedem librarum: ſolidos verò relictos ſub ſolidis inter lineas fore ſcribendos. His notatis, hanc collectionem ſic abſolues. 8 denarij cum 11, & 10 ſimul iuncti faciunt 29 denarios, ex quibus colligo 2 ſolidos, & 5 denarios: quos noto ſub denarijs in ſede digitorum. Solidos verò duos ſupra 15 ſolidos. Deinde iungo digitos ſolidorum nempe 2, 5. 8. 5 ſolidos fiuntq; 20 ſolidi, quoniã verò libram efficiunt 20 ſolidi qui numerus in o deſinit, noto ſub 5 ipſam o, & duos deniones ſolidorum iungo cũ. 1. 1. 1 colligoq; 5 deniones ſolidorum, quorum bini efficiunt librã, quare noto duas libras ſupra quatuor proxime poſt notam ℔. & 1 denionem qui remanet ex quinq;, noto ſub denionibus ſolidorum. deinde reliquos numeros librarũ quia ſunt eiuſdẽ generis, colligo prorſus, vt in prima parte problematis dictũ eſt: quare illæ tres ſeries numerorũ diuerſorum generum eandem tamen menſuram habentium

tium collectæ efficiunt 1878 ℔ 10 ß 5 ₰.

Nouenarij examen solum habet locum in numeris rerum eiusdem generis, qui naturalem ordinem sedium seruant, id est, quando sedes decupla ratione augentur. quare in solidis ac denarijs nullo modo exiges examen per nouenarios, sed in libris: quandoquidem sedes librarum decupla ratione augentur.

Prorsus eadem methodo fient mathematicæ atq; astronomicæ additiones. Sed priusquam ad eas expediendas accedamus paucis operę prætium erit secandorum corporũ, & magnitudinum mathematicis atq; astronomis consuetum morem explicare. vt Romani assem. in 12 vncias, sic mathematici corpus omne & lineam in 60 partes quæ ἑξηκοσταὶ sexagesimæ dicuntur: circulum verò in 360 partes diuidunt: circuli partes gradus aut partes simpliciter appellãtur. Quisq; gradus similiter quæq; sexagesima in 60 minuta, aut minutias seu scrupulos secatur, quæ λεπτὰ πρῶτα minuta prima dicuntur, & per. m̄. supra scriptum notantur, quodq; minutum in 60 secunda diuiditur, notanturq; per. 2̄. vnum quodq; secundũ in 60 tertia, notanturq; per. 3̄, atq; sic sexagecupla ratione vsq; ad decima sectio continuatur. Si sexaginta sexagesimas aut gradus colligas habes vnum signum physicum, seu vnum primùm maius quod Græci ἑξηκοντάδα sexagenam appellãt at 60 signa physica vnum secundũ maius: 60 secũda maiora vnum tertium maius &c.

Collecturus itaq; astronomicas fractiones collocabis singulas fractiones eiusdem generis in eadem sede sub titulo eius generis, vt signa sub signis, gradus sub gradibus, minuta sub minutis &c. Notabis præterea in limitibus numerorũ qui digiti dicũtur, vt in reliquis, vulgaribus suppu-

supputationibus, colligendos esse deniones, reliquos verò digitos qui super erunt notandos directè sub digitis inter parallelas, seruatos verò deniones jungendos proximis limitibus denionũ, factaq; collectione eorum pro singulis sex denionibus esse accipiẽdam vnam vnitatem, fractioni proxime versus sinistram sequenti addendam, nam sexaginta vnitates, cuiuscunq; fractionis efficiunt vnum, quod est velut integrum ratione partium in quas secatur, vt 60 3̄ valent 1. 2̄, 60 2̄. 1 m̄, 60. m̄. 1. g̃, 60. g̃. 1. signũ, &c. At sex deniones sunt 60. quare pro 6 denionibus accipietur vnũ, transferendumq; ad sedem digitorum proximè versus sinistram sequentium.

Exemplum.

Secundum.	sig.	g̃	m̄	2̄	3̄
	20.	30.	56.	43.	22.
	12.	48.	37.	50.	48.
	36.	54.	28.	36.	57.
1.	10.	14.	3.	11.	7.

Sub titulo. 3̄. collecti digiti faciunt 17. noto. 7. inter parallelas sub digitis, & seruo. 1. denionẽ, quem iungo proximè sequentibus denionibus, & colligo 12. deniones, id est, bis. 60. quæ efficiunt. 2. 2̄. nam 60 3̄. faciunt. 1. 2̄. addo itaq; duo digitis secundorum, & colligo 11. pono igitur 1 inter parallelas sub digitis, & seruo 1 denionem, quem addo proximè sequentibus denionibus secundorum, & colligo 13. deniones, nempe bis. 60. quæ sunt 2 m̄. & 1 denionem locandum sub denionibus. 2̄. duo verò minuta, quæ collegi addo digitis m̄. & fiunt 23 m̄: pono itaq; 3 sub. 8. & duos deniones addo denionibus minutorum, & colligo 12. deniones m̄. id est, 2 g̃. nihilq; relinquitur notandũ in-

 ter

ter parallelas sub 2. Deinde duos gradus collectos addo digitis graduum, & fiunt 14, noto itaq; inter parallelas 4 sub 4, & denionem collectum addo denionibus g̃. & fiunt 13. deniones g̃, id est, 2. signa, notoq; 1 denionem g̃ remanentem inter parallelas sub 5. iungoq́; 2 signa collecta digitis signorum, fiuntq́; 10. scribo. 0. inter parallelas sub 6 & denionem. 1. signorum iungo denionibus sequentibus, & colligo 7 deniones signorum, nempe 1 secũdum maius, & 1. denionem signorum, quem noto inter parallelas sub 3. at 1 secundum maius noto inter parallelas proximè versus sinistram, sub titulo secundor. Itaq; tres propositi numeri efficiunt. 1. secundum maius. 10. signa. 14. grad. 3. m̃ 11.2̃.7.3̃.

PROBLEMA SECVNDVM.

A dato numero numerum quemuis minorem subtrahere.

ἀφαίρεσις, quæ subtractio à Latinis dicitur, est collatio minoris numeri cum maiore considerata differentia, qua minor à maiore superatur, quæ subtractione minoris à maiore inuenitur. Itaq; quemadmodum in quantitate continua, dum quæritur quantitatum differentia, verbi gratia, vnius lineæ ab alia, vna alteri admota partiliter quoad vnũ vtriusq; latus coaptatur, quæ si æquales sunt, prorsus per omnia latera sibi mutuo respondentes nulla alteram excedit. Si verò coaptatis ipsis ex vno vtriusq; latere, reliqua latera partiliter non cohæreant, sed vnum alteri promineat, illud excessus dicitur, seu earum differentia, sic in numerorum subtractione faciendum est. Maiori enim numero superiore

periore semper loco constituto, minor coaptabitur. Est autem minor numerus ille, cuius nota omnium vltima ad sinistram est maior, aut si illæ fuerint æquales: ille cuius notæ propinquiores postremæ sinistræ sunt maiores.

Si proponantur numeri per se considerati, aut rerum eiusdem generis.

Tum subtrahendus numerus maiori admouebitur, sic vt digiti vnius sub digitis alterius, & deniones vnius sub denionibus alterius, & sedes vnius numeri sub similibus sedibus alterius coaptentur. Deinde subscribes illis tres parallelas, vt inter duas superiores differentia numerorũ, inter duas inferiores examen subtractionis scribatur.

Sit ab a. numero septẽ millium octingentorum & trium subtrahendus b numerus trium milium septingentorũ viginti quinq;. Notetur numerus maior in superiore loco characteribus vulgaribus, cui seruata sedium ratione subscribatur minor, qui & subtrahendus dicitur, vt vides, sub notatis tribus lineis parallelis. Deinde auspicare à digitis, subtrahens 5. à 3. quod cùm fieri nequeat, nam à minore numero maior subtrahi non potest: quare adde ipsi 3, vnũ denionem, fietq́; 13. à quibus subtrahe 5. & remanent 8. quæ notabis inter superiores parallelas sub digitis. (potest aliter suppleri seu addi ille denio sic, a. 3. nõ possunt demi 5, at à 5. vsq; ad denionem sunt 5, quæ addita numero superiori efficiunt. 8. notanda sub digitis inter superiores parallelas. Hæc ratio prorsus eadem est cum superiore, sed

a.	7	8	0	3
b.	3	7	2	5
c.	4	0	7	8
d.	7	8	0	3

 differt

differt hoc solo, quòd primum subtrahitur 5 à decem, & deinde additur numerus superior differentiæ, quæ est inter 5, & 10. Hæc methodus est expeditior: prior tamen est euidentior. Postquam numero maiori addidisti denionem, illum restitues numero subtrahendo: sed tantumodo addita vnitate ipsis. 2. nam cùm. 2. sint in sede denionum, si illis addatur vnitas, fient tres deniones. Tantundemq; additum erit maiori, quantũ minori. Rursus subtrahe hos tres deniones à o. quod cùm nequeat fieri, addatur iterum denio numero maiori, à quo subtrahantur 3. deniones, & remanebunt 7, notanda inter parallelas superiores sub duobus in sede denionum. Deinde restituo illum denionem, quem addidi sedi denionum, id est, vnam centuriam numero minori, nempe ipsi 7°. fiuntq; 8. centuriæ: quibus subtractis ab. 8. nihil relinquitur. Quare inter superiores parallelas sub. 7. noto. o. deinde subtraho à 7. ipsa. 3 & relinquũtur 4. notanda inter parallelas superiores in quarta sedę, & iã absoluta subtractione remanet numerus c. quatuor milliũ septuaginta octo, qui est differentia inter datos numeros.

Demonstratio. Quòd autem hæc differentia necessariò debeat remanere, demonstratur sic: tantum additum est numero. a. quãtum numero. b. nam numero. a. quoad sedes digitorum, & denionum addidi duos deniones: vnus qui sedi digitorum adiectus est, tantùm repræsentat decem: alter, qui sedi denionum additus est, denio est denionum, id est, decies decem, nempe 100. Quare adieci numero maiori 110. Numero verò minori totidẽ adieci. Nam notæ 7, quæ est centuriarũ addidi vnitatem, quæ 100. in ea sede repræsentat, notæ. 2. quæ est denionum, addidi vnitatẽ, quæ 10. in ea sede significat, quare totidem 110 addidi numero maiori. Sed ab. a. numero 7823. additis 110. subtracto. b. numero 3725. additis

ditis 110. remanet differentia. c. 4078. vt operatione ipsa patuit. Quare si ab. a. numero 7823 subtrahas. b. 3725. remãebit differẽtia. c. 4078. Nam per communem animi conceptionem, si inæqualibus numeris addideris æquales, remanebunt inæquales: sed sub eadem differentia. quare eadem est differẽtia numerorum. a. &. b. siue adieceris vtriq; 110, siue non. Hoc autem confirmatur examine. Differentia duorum numerorum inæqualium addita minori, æquat numerum maiorem: sed si addas. b. numero minori differẽtiã c, id est, colligas 3725 cum 4078, inuenies. d. numerũ 7803 æqualem. a. 7803. Quare à dato numero maiore rectè subtraxi minorem, quod erat faciendum. Examen.

De examine.

Hoc examen vsui esse poterit additionibus, quod à vulgaribus regium dicitur, quòd nullis sit lapsibus obnoxiũ. Ommittitur enim ex numeris colligendis superior numerus, facta principali collectione, quæ est omnium numerorum: deinde colliguntur reliqui numeri præter illum superiorem, numerus verò ex hac secunda additione conflatus subtrahitur ex principali summa: harum verò duarũ summarum differentia debet superiori numero relicto æquari, alioqui error accidit in collectionum aliqua.

Exemplum examinis regii in additionibus.

	3 5 7 6.
	5 8 9 3.
	4 0 8 2.
Summa principalis	1 3 5 5 1.
Summa secunda, quæ demitur à principali	9 9 7 5.
Differentia.	3 5 7 6.

Colligo tres numeros datos in vnũ numerũ 13551.

Vol-

Volo examinare num sint bene collecti, ommisso supremo numero colligo duos inferiores, qui vidẽtur efficere 9975. quos demo à priore summa, videlicet a 13551. & supersunt. 3576. qui numerus est æqualis supremo numero ommisso, ex quo constat vtranq; collectionẽ esse accuratã.

Si verò numeri sint rerum diuersorum generum, communem mensuram habentium,

Tum constituto maiore numero in suprema regione, rerũ crassiorũ numeris ad sinistram, tenuiorũ verò ad dextram notatis, seruato earum ordine, ei subscribes minoris numeri rerum genera sub superioris similibus generibus, nempe digitos vnius generis inferioris numeri sub digitis superioris congeneribus, &c. Incipiesq; subtractionem à minimis, & quando nota vna ab altera subtrahi nõ poterit mutuarũ vnum integrũ proximè crassioris generis addes tenuioris generis numero, à quo poterit fieri subtractio, & ab aggesto numero subtrahes inferiorẽ, &c.

Exemplum.

A 34. ℔. 15. ß. 6. ₰. sub-traho. 26. ℔. 17. ß. 8. ₰. digero hos numeros, vt vides subscriptis tribus parallelis, dico a. 6, non possunt subtrahi 8. addo proinde ipsis 6. 1 solid. fiuntq; 18. ₰

a numero	34. ℔.	15. ß.	6. ₰
demo	26. ℔.	17. ß.	8. ₰
differẽtia	7. ℔.	17. ß.	10. ₰
examen	34. ℔.	15. ß	6. ₰

à quibus subtractis 8. remanent 10 denarij collocandi inter superiores parallelas sub denarijs (vel quod idem est a. 6. non possunt demi. 8. sed 8 possunt demi ab vno solido, id est, à 12 denarijs, & remanẽt 4. qui iuncti cum 6 efficiunt. 10. vt prius) quia verò addidi vnum solidum numero superiori, eũ restituo numero inferiori, & colligo 18. ß quos non possum à 15. ß demere, quare eos demo ab vna libra, id est, à 20. ß & remanent 2. qui iuncti numero superiori efficiunt 17. ß notandos inter supremas parallelas sub solidis, quia verò addidi superiori numero 1. ℔. eã restituo numero inferiori, & ex 26. efficio 27. ℔ quarũ 7. non possunt demi ex 4. superioribus, demãtur proinde ex 10. & remanẽt 3. quibus iungãtur 4. supremæ libræ & remanent 7. notãdæ sub 6. inter superiores parallelas, & restituo 1. denionem, quẽ addidi ipsis 2. fiuntq; 3. quæ si demantur ex 3. superioribus nihil superest. Differentia itaq; datorum numerorum est 7. ℔. 17. ß. 10. ₰. quæ si addatur 26. ℔. 17. ß. 8. ₰. efficiẽt 34. ℔. 15. ß. 6. ₰.

Eodem modo fit substractio Astrologicis supputationibus,

Sint à 6. sig. 28. g̅. 32. m̅. 15. 2̅. 18. 3̅. subtrahenda. 3. 40. 28. 37. 26.

Dispones hos numeros sic.

	signum.	grad.	m̅.	2̅.	3̅.
	6	28	32	15	18.
	3	40	28	37	26.
Incipio à minimis,	2	48	3	37	52.
scilicet à tertijs,	6	28	32	15	18.

atque ab 8. demo 6. & supersunt 2. 3̅. notanda sub 6. 3̅. inter superiores parallelas, deinde subtraho 2. ab 1. quod non possum facere. Quare addo ipsi 1. sex deniones tertiorum, qui efficiunt

 vnũ

vnum 2.& à 7. subtraho 2.& remanẽt 5. notanda inter superiores parallelas sub 2.(vel sic 2. nõ possum demere ab 1. demam proinde à 6. denionibus mutuatis qui sunt vnũ 5.& relinquũtur 4. quibus addo superiorem numerum 1. & fiunt 5. quod idem est) deinde addo 1.2. mutuatũ ipsis 7.& fiunt 8. quos cum nequeam demere ex 5. demam ex 10.& remanebunt 2. addenda ipsis 5. fientq; 7. notãda sub 7. inter superiores parallelas:& restituo denionẽ inferiori numero, & fiunt 4. deniones, quos demo à 6. mutuatis denionibus,& manent 2. quibus addendus est numerus superior,& fiunt 3. notanda sub alijs 3.& restituo vnum m. sequenti 8. & fiunt 9. demenda à 10.& manet 1. addendũ superiori numero, & fient 3. notanda sub 8. restituo mox vnum denionem,& ex 2. sequentibus efficio 3. quæ demo à superioribus 3.& nihil remanet, quare nihil est notandũ inter parallelas superiores sub 2. Deinde ab 8. demo.o. & remanent 8. notanda sub.o. deniones verò 4. proximè sequentes subtraho à 6. mutuò acceptis, postquam à 2. non possunt demi,& remanẽt 2. qui sunt addendi superiori numero, scilicet 2.& fiunt 4. notanda sub 4. inter superiores lineas parallelas, deinde restituo 6. deniones, grad. mutuò acceptos, id est, 1. signum ipsis 3.& fiũt 4. quibus demptis à 6. supersunt 2. signa sub 3. notanda. Peractã subtractionem collectio differentiæ & numeri subtrahendi veram esse ostendit.

Annotatio. In Astronomicis subtractionibus, si præcipiatur numerus maior à minori subtrahi (quando hoc manifestum est fieri non posse) addetur minori vnum integrum, nempe totus circulus, id est, 6. signa physica,& à toto numero cõflato, fiet subtractio.

Pro-

PROBLEMA 3.

Datum numerum per alium quemuis multiplicare.

Multiplicatio à Gręcis πολλαπλασιασμός dicitur. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt ęquales vnitates in ipso, toties cõponitur multiplicandus, & fit aliquis numerus. Quare tres numeri, considerabuntur, quorum primus dicitur multiplicandus, ab Euclide verò multiplicatus, secundus multiplicans, tertius, qui fit ex multiplicatione duorum priorum, qui & productus & procreatus dicitur. Habet se igitur multiplicãdus ad productum ex multiplicatione, vt vnitas se habet ad multiplicantem, & permutatim, vt multiplicandus se habet ad vnitatem: ita productus ex multiplicatione ad multiplicantem, vt si ducas 4. per 3. fient 12. quatuor est numerus multiplicandus 3. multiplicans, 12. est productus ex multiplicatione: dico, quam rationem habet 4. ad 12. eandem habere 1. ad 3.& permutatim, quam habet 4. ad 1. eandem habere 12. ad 3. multiplicãs solet per aduerbia efferri, multiplicandus & productus ex multiplicatione per nomina, vt ter, quatuor, sunt duodecim, ter est multiplicãs, quatuor multiplicandus, duodecim productus ex multiplicatione.

Primum multiplicaturus, scire debes digitos omnes inter sese ducere, hoc est, quem numerum quisq; per alterum ductus efficiat. Quod scies facillimè, si mẽte tenueris quadratos omnes, eorumq; radices vsq; ad 100. deinde addendo aut detrahendo interiacentes digitos, inuenies sine calami ope quod desideras.

F ij Exem-

Exemplum.

Radi.	nume. quadr.
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

Volo scire octies nouem, quot efficiāt. Hoc omnino idē significat, ac si dicas, octo nouenarij, vel octonarij nouem, habes in hac tabella, nouies nouem, seu nouem nouenarios efficere numerum quadratum 81, à quibus deme vnum nouenarium, & remanent 72. tot itaq; sunt octies nouē. Quòd si inuertas nouies octo, id est, nouem octonarij, dices animo sic, octo octonarij, sunt 64. quibus adde vnum octonarium & fient 72. quòd si recto ordine prolatis, non inuenias quot efficiant, inuertes & tū fortassis commodius inuenies, vt si proponatur octies septem, quot sunt? inuertes septies octo, quot sunt? nam vtroq; modo prolati, idē efficiunt, nempe 56. vel sic facies. Si quæratur, quot efficiāt septies octo, scribe 7. & 8. in eadem sede vnum supra alterum, deinde dic à 7. vsque ad 10. sunt 3. notabis itaque 3. ad latus dextrum ipsorum 7. deinde dices ab 8. vsque ad 10. sunt 2. quæ notabūtur ad latus dextrum ipsorum 8. ad hæc ducta decusse, vt vides.

7	3
8	2
5	6

Dices ter duo sunt 6. quæ notabuntur sub 2. inter lineas parallelas, deinde subtrahes aut 3. ab 8. aut, 2. à 7. & remanebunt 5. notanda sub 8. quare inuenies septies octo efficere 56. Deinde sciēdum multiplicatione fieri numeros multiplices planos, & Arithmeticè cōpositos, & numerū multiplicādū & multiplicātē esse latera numeri producti, qui ante dicebat multiplex, planus, & Arithmeticè cōpositus.

Mul

Annotatio.

Multiplicaturus efficies multiplicandum eum, qui fuerit maior, quem in suprema regione collocabis. Ego verò breuitatis causa, solitus sum eum facere multiplicantem, qui in prioribus limitibus dextris circulos seu ciphras habeat, flocci faciens, num sit maior, an minor. Scripto numero multiplicādo per suos limites, multiplicātis digitos pones sub digitis multiplicandi, & deniones vnius sub denionibus alterius & reliquas notas in proprijs sedibus.

Diuisio.

Aut igitur multiplicas aliquem numerum per digitum, aut per articulum, aut per numerum compositum.

Quando fit multiplicatio digitis, quid est agendum?

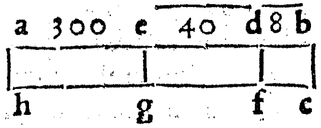
348
6
2088

Sint multiplicandi 348, per 6, qui numerus est digitus, collocabis 348, in superiori regione & 6, sub 8, in sede digitorum, & sub scribes virgulam, cùm itaq; idem sit dicere sexies tercentum quadraginta octo, ac hæc omnia simul, nempe sexies tercētum, & sexies quadraginta, & sexies octo, duces primū sex per 8, & fiēt 48, qui numerus est compositus ex 4, denionibus, & 8, digitis notandis sub 6, & animo retinebis 4, deniones: deinde duc sex per 4, & sunt 24, quibus addes 4, alios deniones animo retentos & fiunt 28, ex quibus 8, notabis sub 4, & retinebis animo 2. deniones denionum, id est, duas centurias, deinde duces 6, per 3, & fiēt 18, quibus addes 2. centurias animo retentas, & colliges 20, qui numerus desinit in ciphram. noto itaque, 0, sub 3, & duos deniones centuriarum, id est, 2, chiliadas scribo in sequēti

 sede

sede læuorsum. Quare si ducas 6, in 348, proueniet 2088, nam si ducas sex in 8, sunt 48, si ducas 6, in 4, deniones seu in 40, sunt 24, deniones, id est, 240, si ducas 6, in 3, centurias, sunt 18, centuriæ, id est, 1800, qui numeri collecti efficiunt 2088, æqualem priori, quod sic demōstratur sit, a b linea 348, diuisa in tres partes, scilicet in b d, quæ cōtineat tales 8, partes

48
240
1800
2088



quales a b, 348, & in d e, quæ cōtineat 40, partes, & in e a, quæ contineat 300, partes, sit b c, linea non diuisa 6, qualium tota a b est 348, dico quod sit rectangulum ex tota a b in b c, nēpe a b c h, æquale est tribus rectangulis factis ex linea b c, in partes tres lineæ totius a b, quæ sunt b d. d e. e a, nempe rectangulis b d f c. d e g f. e a h g, vt patet ex ipsa figura, quemadmodum habet 1, proposito 2, libri elementorum. Nam si fuerint duæ lineæ, quarum vna in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fit, æquum erit, ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in vnamquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

Corolarium Ex hac demonstratione datis quibuscunq; characteribus numerorum, cuiusuis linguæ, haud erit difficile multiplicationes, quasuis absoluere.

Quando fit multiplicatio articulis, quid est agendum?

OMnino eadem est ratio, sed in gratiam tyronum sint multiplicanda 36, per 10, dispone vt vides datos nu

meros

meros, duc primum o, per 6, & producitur, o, & rursus duc o, per 3, & producitur o, deinde duc 1. in 6. & producūtur 6, notāda in sede denionū, nam denio ductus per digitos procreat deniones tot, quot fuerint ipsi digiti, quare 1, denio ductus in 6. digitos, procreat 6, deniones. Ideo 6, notanda sunt in sede denionum, deinde duc 1, in 3, & fiunt 3, eadem ratione notanda in sede centuriarū. Collecti numeri efficiunt 360.

36
10
00
360

Rationes conscindendi has multiplicationes, quæ fiunt per articulos.

SI numerum aliquem duxeris per 10, addes illi. o. eritq; peracta multiplicatio, vt decies 36, adde. o. & fiet 360.

Si numerum aliquem duxeris per 100, addes illi duas 00, eritq; facta multiplicatio. Vt centies 36, sunt 3600, similiterq; quotiescunque duxeris aliquem numerum per articulos, à quibus denominantur limites, additis tot ciphris ad dextram numeri multiplicandi, quot habet articulus à quo fit limitum denominatio, erit peracta multiplicatio.

Si duxeris numerum desinentem in ciphras per alium desinentum in ciphras, multiplica notas significatrices datorum numerorum inter se, & producto numero adde tot ciphras, quot terminăt multiplicandū & multiplicantem, eritq; pacta multiplicatio, vt si ducas 300, per 300, duc 3, in 3, & fiūt 9, cui addes quatuor ciphras sic, 90000, quare si multiplices 300 per 300, fiūt 90000. Si numerus multiplicans solùm desinat in ciphram, multiplicabis per no-

tas

tas significatrices relictis illis, quæ sunt in fine eius dextrorsum, vt si ducas 86, per 300, ducito 3. per 86, fiuntq; 258, quibus adde ciphras multiplicãtis, id est, duas, erũtq; 25800.

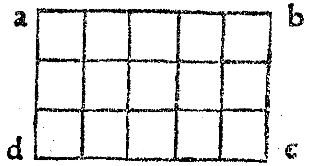
Ex prima propositione 2. lib. elementorũ multũ iuuatur animus ad multiplicandũ sine calamo. Nã si nõ potes his regulis animo numerum totũ multiplicare per alium, diuide in partes vel multiplicandũ, vel multiplicantẽ: vt videbitur magis expedire: erit autẽ cõmodius, si resoluatur in articulos, & factis singularũ partiũ multiplicationibus colliges earum summas, habebisq; summam totius multiplicationis. Sunt animo multiplicandi 28, per 35. Commodius resolues 35, in tres deniones & dimidium, dices itaq; decies 28, sunt 280, qui numerus ter accipietur & eius dimidium, & sunt 980. Poterat hæc multiplicatio fieri sic, duc 35, in 30, & per præcedẽtes abbreuiationes sunt 1050. à quibus deme bis triginta quinq;, id est, 70, (quia hoc additum est ob commoditatẽ multiplicationis) & remanent 980. Solers autem lector iuxta præcedẽtes regulas meditatione iugi compendia multa inueniet.

Quando fit multiplicatio per numeros compositos, quid est agendum?

Hæc propositio pẽdet ex. 1. secundi lib. Euc.

Eadẽ est methodus, quæ propositioni huic nititur, scilicet. Si vna linea in alterã ducatur, & vtraq; in quotlibet partes quomodolibet secetur, quod fit ex totis lineis rectangulũ, æquale est tot rectangulis, quot fiẽt ex numero partium vnius lineæ ducto in numerum partium alterius. Vt sit.

sit a b: linea quæ ducatur in lineam b c. faciet rectangulum a b c d. diuidaturq; a b. in 5. partes & b c. in 3. fient itaq; ducto numero partiũ lineæ a b. in numerum partium lineæ b c. nempe 5. in 3. 15. rectangula, quæ simul sumpta sunt æqualia toti rectangulo a b c d. vt patet ex ipso schemate. In eo enim sunt 15. rectangula facta ex ductu partium lineæ a b. vel æqualiũ linearum, in partes lineæ b c. vel in lineas æquales eius partibus per 34. primi. Sic quando multiplicatur aliquis numerus per numerũ cõpositũ, collocatis digitis vnius, sub digitis alterius, & denionibus vnius, sub denionibus alterius, & cæteris notis simili ratione, duces digitum multiplicantis per omnes notas multiplicãdi, primamq; notam ex ductu digiti multiplicantis in digitum multiplicandi collocabis sub digitis, reliquas verò seruato ordine versus sinistram, vt dictũ est. Deinde duces deniones numeri multiplicãtis per omnes notas numeri multiplicandi, & primam notam prouenientem ex denione multiplicantis in digitum multiplicandi scribes sub denionibus (quia denio ductus per digitos procreat semper deniones) reliquas verò suo ordine versus sinistram notabis. Deinde centuriam multiplicantis duces per omnes notas multiplicandi, primamq; notam productam ex ductu centuriæ in digitos multiplicantis, notabis sub centurijs (quia centuria ducta per digitos procreat centurias) reliquas notas ex aliarum notarum ductu per centuriam multiplicatis, seruato limitũ ordine, versus sinistram notabis, &c.



Exemplum.

```
Sint ducenda ———— 305
per ———————— 404
                   1220
                 1220
                 123220
```

duco 4. per 5. fiunt 20. scribo o. sub 4. in sede digitorum, & seruo duos deniones. Deinde duco 4. per o. & nihil prouenit, scribo itaq; 2. deniones seruatos sub o. Deinde duco 4. in 3. & fiunt 12. quæ noto sic, vt 2. collocentur sub 4. At 1. in proximè sequenti limite sinistrorsum. Adhæc duco notam o. per omnes notas numeri multiplicandi, quæ quum nihil procreet, nec sit in prima sede, prorsus omittitur, nec opus est ciphram aliquã scribere. Præterea duco 4. nempe tertiam notã multiplicatis, quæ est centuria per 5. digitos, & proueniunt 20. centuriæ, quare scribo o. sub cẽturijs, & seruo 2. deniones centuriarum, id est, 2. millia. Deinde duco 4. per o. & nihil prouenit, quare addo 2. millia quæ seruaui in sede millium, deinde duco 4. per 3. fiuntq; 12. notanda in proprijs limitibus. Deinde adhibeo duas lineas parallelas, & colligo numeros inter lineas superiores, & inuenio ex ductu 305. in 404. prouenire 123220.

Examen per nouenarium.

Deme nouenarios ex notis numeri multiplicandi, quumq; nullus existat aut conflari posit, pone 8. supra decussem. Rursus deme ex notis multiplicantis numeri nouenarios, quumq; nullus sit, in ima decusse notabis 8. duc 8. per 8. fiuntq; 64. cuius nouenarios si reijcias, reliqua erit 1. notanda in dextro lat-

```
  8
1 + 1
  8
```


tro latere decussis. Quòd si ex numero producto ex ipsa multiplicatione, remaneat etiam 1. eiectis nouenarijs, vt remanet, multiplicatio est rectè peracta, & 1. ponetur in latere decussis sinistro. Hoc examẽ totidem modis fallere potest, quot examen per nouenarium in additionibus. Vera ratio examinandi multiplicationes, per diuisionem fieri debet, scilicet, ut diuisa summa multiplicationis per multiplicantem, prodeat numerus multiplicatus, qui & multiplicandus, aut diuisa per multiplicandũ, prodeat numerus multiplicans.

Quid agendum quando res diuersorum generum proponuntur multiplicandæ?

Si habeant mensuram communem, resoluantur ad minimum genus, & tum fiet multiplicatio, vt dictũ est in hoc tertio problemate: vt si quis comparauit 42. tritici mensuras, singulas 3 ℔. 8 ß. 6 denarijs, conuertat 3 ℔. in 60 ß. quibus addet 8 ß. eruntq; 68 ß. quos ducet per 12. fientq; 816. denarij, quibus addet 6 ₰. eritq; totus numerus pretij singularum mensurarum 822 ₰. per quem multiplicabit 42. mẽsuras, eruntq; 34524 ₰. quæ efficiunt 143 ℔. 17 ß. pretium, scilicet 42. mensurarũ tritici. Idem aliter tribus multiplicationibus. Ducat 42. per 6. denarios, & fient 252 ₰. id est, 1 ℔. 1 ß. Ducat 42. per 8 ß. & fient 336 ß. id est, 16 ℔. 16 ß. Ducat 42. per 3 ℔. fiuntq; 126 ℔. colligat modò 1 ℔. 1 ß. 16 ℔. 16 ß. 126 ℔. eruntq; 143 ℔. 17 ß. Idem aliter fieri docebitur, quando de multiplicatione fractionum agemus. Si Astronomicæ fra-

 ctiones

ctiones tam multiplicādi,quàm multiplicantis numeri ad minima genera resoluantur, possent hoc modo multiplicari, si de nomenclatura prouenientis fractionis cōstaret, sed quia hæc denominationum ratio pendet ex multiplicatione fractionum, proinde ad propria loca eas relegamus. Quādo res multiplicandę diuersorū generum mensura carēt communi,tum tot multiplicationibus sunt supputandæ, quot habent genera. Quòd si aliqua fractio multiplicando,aut multiplicanti adhæreat, quando de fractionum multiplicatione agemus,latissimè quid sit agendum explicabitur.

PROBLEMA 4.

Datum numerum quouis alio minore diuidere.

Μερισμός,aut παραβολὴ diuisio à Latinis dicitur. Quēadmodum compositionem Physicam, quam additionem vocabamus,excepit mox problema subtractionum, quæ ad Physicam resolutionem spectabant: ita post compositionem Arithmeticam,quæ ductu multiplicandi in multiplicantem fit,diuisionis problema (quæ resolutio numeri in suas partes Arithmeticas existit) confestim est tradendum. Et quum corpus aliquod ab anatomicis secatur, in membra maiora primum,vt caput,crura,brachia secatur, deinde hæc membra in partes alias minores,rursus illæ in similares demum diuiduntur: sic numerus Arithmeticæ secandus, primum in partes maiores, deinde in alias aliquantulo minores,demū in minimas,id est,digitos diuidi debet.

debet. Mutuò autem multiplicatio, & diuisio sibimet respondent. Numerus is qui ex multiplicandi per multiplicantem ductu fit, vices gerit numeri mensurandi ac diuidendi: multiplicandus respondet diuisori, multiplicans verò parti numerali seu metienti, quæ diuisione exquiritur (quam vulgares quotum & quotiētem numerum appellant) aut vice versa. Nā multiplicandus & multiplicans sunt numeri metientes numerum diuidendum: quare si diuidas productū ex multiplicatione per multiplicandū, proueniet multiplicans: Si verò diuidas eum per multiplicantem, proueniet multiplicandus, vt quotus, seu pars. Quare sicut se habet diuisor ad vnitatem, ita diuidendus ad suam partem: vt si diuidas 12. per 4. prouenient 3, quā itaq; rationem habet 4. ad 1. eandem habent 12. ad 3. Est autem diuisio compendium abstractionis. Nam diuidere 12. per 4. est expendere quoties possint à 12. auferri 4.

Annotatio. Si velis diuidere integra per alia integra æqualia, semper numerus diuidendus debet esse maior, aut æqualis numero diuisori, alioqui nullo modo secari poterit, quod mēsurari ab Euclide dicitur. Verùm longè aliud est cùm franguntur integra: nam tum non solùm maior à minore, sed & minor à maiore, vt duæ perticæ possunt diuidi à sex digitis, & duæ quintæ à tribus quartis. Tum enim quæritur ratio, quam habet numerus maior, nempe diuisor, ad minorem diuidendum, de quo suo loco dicetur.

Diuisio. Aut igitur diuiditur numerus maior per digitum, aut per articulum, aut per numerum compositum.

Diuisio per digitos.

Omnis numerus qui diuiditur per vnitatem, seipsum relinquit, vt si diuidas 6. per 1. proueniunt 6. Nā quicunq; numerus ducitur per vnitatem, seipsum producit.

Quicunq; numerus diuiditur per 2. bifariam, id est, in duas æquas partes secatur, quæ medietates, seu semisses dicuntur. Vnde fit vt medietas $\frac{1}{2}$ denominetur à binario.

Quicunq; numerus diuiditur per 3. in trientes, seu tertias partes secatur, vnde triens $\frac{1}{3}$ sic notatur. Similiter dicendum de diuisione per alios digitos.

Sint diuidenda 3 2 8 per 2. dispone, vt vides subscriptis duabus parallelis. Diuisorem verò notabis, vel ad latus 3. vel sub ternario, dicesq; in 3. quoties continentur. 2? & video contineri semel, & remanere 1. noto inter parallelas sub 3. 1. & 1. quod remanet supra 3. & transuersa virgula deleo 3. deinde dico, quoties continentur in 12, 2? & cõtinentur sexies, noto itaq; 6. sub 2. inter parallelas, & quod nihil remaneat ex 12. deleo 12. Deinde dico, quoties continentur 2. in 8? & video cõtineri quater, noto 4. sub 8. inter parallelas, & deleo 8. nihilq; remanet diuidendum. Proinde concludo 3 2 8 si diuidantur per 2. prouenire 1 6 4. nam toties continetur binarius in 3 2 8.

1
2|3 2 8
1 6 4

Idem aliter, sint diuidenda 9 0 3 7. per 5. dico quinta pars 9. est. 1. notandum post virgulam, relictis 4. supra 9. notãdis, & deleto 9. Dico quinta pars 40. est 8. notanda mox post 1. & cùm nihil supersit deleo 40. Deinde quinta pars 3. nullum integrum est: quare noto 0. post 8. manentibus 3. intactis. Deinde dico, quinta pars 37. est 7. quæ notabuntur post 0. & duo remanentia supra 7. scribentur, & virgula sequestrabuntur, tanquã numerus, qui absq; vnitatũ fractione per 5. nequeat diuidi. Dico igitur, si 9 0 3 7 diuidantur per 5. prouentura 1 8 0 7 integra, relictis 2. integris frangendis, seu secandis in minutias, vt in 5. distribui possint. Notatis autem 2. supra virgulam, & 5. inferius sic $\frac{2}{5}$ frangentur illa duo integra relicta, & dabũtur cuiq; ex 5 $\frac{2}{5}$ duæ quintæ partes vnius integri, nã cùm sint duo integra vnoquoq; secto in 5. quintas, colliget quisq; ex 5. $\frac{2}{5}$

4   2
9 0 3 7|1 8 0 7

Diuisio per articulos.

Diuisurus aliquem numerum per 10. demes ab eo digitum, quem superpones ipsis 10. interiecta linea vt si diuidas 368. per 10. reliquentur 36 $\frac{8}{10}$: nam si ducas 36. per 10. fient 360. quibus si addantur 8. fient 368.

Si diuidas per 100. demes duas vltimas notas dextras, & quod reliquum erit, ipsis 100. interposita linea supra scribetur, vt si diuidas 3687. per 100. prouenient 36 $\frac{87}{100}$.

Simili ratione si per quemcunq; articulum à quo limites numerorũ denominantur, diuiseris, à numero diuidendo detrahes tot dextras notas, quot habet diuisor ciphras, & supra positis dextris notis diuisori, interiecta linea erit facta diuisio.

Si verò diuidas per alios articulos intermedios, vt per 20. 30. 40. 200. 300. &c. Detractis à numero diuidendo tot notis dextris, quot diuisor habet ciphras, reliquum diuides per notam significatiuam: quòd si nihil relinquatur ex ea diuisione, detractas notas collocabis interposita linea supra diuisorem, quòd si aliquid supersit, illud iunges detractis notis, sed seruatis limitibus. Vt si diuidas 826. per 30. detracto 6. remanent 82. quę diuides per 3. & prouenient 27. relicta 1. supra 2. notanda; quæ cum 6 sequentis limitis efficiunt 16. quare colligo ex diuisione 826. per 30. prouenire 27. & $\frac{16}{30}$.

De numero limitum quos habiturus est numerus quotus, seu pars dimetiens numeri diuidendi.

Antequam aggrediaris diuisionem numerorum per numeros compositos, constare tibi debet, quot notas seu limites sit diuisor cuiusq; diuisionis habiturus. Si duas notas tãtùm habeat numerus diuidendus, & diuisor tantùm vnam, aut singulæ notæ diuidendi numeri sunt maiores, aut æquales, aut non, nota diuisoris. Si sint maiores, aut æquales, constat tum numerum quotum duas notas habiturum, vt si diuidas 78. per 2. aut 77. per 7. tũc quotus vtriusq; diuisionis duas tantùm notas habebit. Nam vnaquæq; semel secari potest per notam diuisoris, & quoties secari potest, tot notas quotus numerus est habiturus. Si verò diuidendi numeri notæ omnes non sint maiores, nec æquales notæ diuisoris, sed vna sit maior, altera verò sit minor: si ea quæ ad sinistram præcedit sit minor, tum numerus quotus solùm habebit vnicam notam. Vt si diuidas 69. per 8. numerus quotus erit 8. relictis 5. Si verò quę præcedit ad dextram esset solùm minor nota diuisoris, tum quotus habebit duas notas, vt si diuidas 96. per 8. quia in 9. semel continetur 8. & remanet 1. denio, qui cum sequenti nota efficit 16. in quibus 8. bis continentur. Quare in 96. continentur 8. duodecies.

Si diuidendus numerus habeat 2. notas, & diuisor totidem, quia semel diuidi potest totus diuidendus per diuisorem, tum quotus habebit vnicam notã. Vt si diuidas 96. per 12. prouenient 8. Quòd si tres notas habeat diuidẽdus numerus, & diuisor duas, si prima ad sinistram diuidendi numeri sit maior prima ad sinistram diuisoris: aut si sit æqualis, dummodo secunda diuidendi numeri non sit minor secunda diuisoris. Tunc diuidendus admittet duas sectiones, & proinde quotus habebit duas notas: si verò quæ secunda est post primam ad sinistram fuerit minor, vt primæ duæ sinistræ diuisoris simul sint maiores primis duabus sinistris numeri diuidendi, tunc vnicam solùm admittet sectionem. Vt si diuidas 825. per 83. tunc quotus habebit vnicam notam, & erit apparatus diuisionis talis, vt 8 diuisoris collocetur sub 2 diuidendi.

825|
83|

Si diuisor habeat tres notas, diuidendus verò quatuor: si tres notæ diuisoris à tribus prioribus sinistris diuidendi possint auferri, tunc quotus numerus habebit duas notas, vt si diuidas 5387. per 459. quòd si nequeant auferri, vt si diuidas 5387 per 541. tunc quotus habebit vnam sectionem, eritq; collocatio notarum diuisoris sub notis diuidendi talis,

5387
541

Quòd si diuidendus habeat quinq; notas, & diuisor tres, quæ possint demi à tribus prioribus sinistris numeri diuidendi, tunc quotus haberet duas notas, quarum prima, quę per sectionẽ inueniretur esset cẽturia, secũda denio, tertia digitus: alioqui si non possent auferri, tantùm haberet duas notas quotus, vt si diuidas 75765, per 853. tunc disponerentur numeri sic.

75765|
853|

Nam ex hac prima dispositione vna colligitur sectio, quæ per vnam notã signatur: quia verò gradatim notæ diuisoris sunt permutandæ versus dextram, & vsq; ad lineam est tantùm vna sedes, tantùm fiet vna permutatio notarum diuisoris, ex qua colligetur alia nota. Quãdo enim nota digitorũ diuisoris gradatim per sedes mutati peruenerit ad notam digitorum diuidẽdi numeri, tunc nulla alia restat ex diuisione colligenda nota.

Exemplum diuiſionis per numeros compoſitos.

```
    (4
   1 5|
   3 7(8
 4 5 8 4|7  2 48/63
   6 3 3
     6
```

Examen.

```
    0
 3 —|— 3
    0
```

Sint diuidenda 4584 per 63. conſtat duas notas diuiſoris non poſſe demi à prioribus duabus ſiniſtris diuidendi numeri,& ex prædictis quotum numerum habiturum duas notas, denionum ſcilicet & digitorum,& priorem futuram notam denionum. quia ſectione prius proueniũt partes maiores, deinde minores, contra quam fit in compoſitione. Dico igitur in 45, quoties continentur 6? & video contineri ſepties, nam ſepties 6, ſunt 42, & ſuperſunt 3 ex 5. nam totus numerus 42 exhauritur: illa 3, quæ ex 5 ſuperſunt, fingo eſſe ſupra 5, quæ cum ſequenti nota 8, efficiunt 38. nunc exploro an ex 38 poſsint demi ſepties 3. quare cùm poſsint auferri, noto 7. poſt virgulam qui ſunt 7 deniones, quoties continentur 63 in 4584: poſtquam exploraui tãtùm poſſe notari 7. duco 7 per 63, & fient 441. quæ demo ex 458, & remanent 17 notanda ſupra notas, vnde facta eſt ſubſtractio. quare deleo omnes notas nempe 458,& 63. vel ſic facies, quod eſt compendioſius, ſed obſcurius. Duc 7. in 6. diuiſoris,& ſunt 42. quæ ſi demas ex 45, remanebunt 3 ſupra 5. Deinde duc 7 per 3 diuiſoris,& fiũt 21. quod ſi demas à 38, 21, remanebũt 17. deletis omnibus præcedentibus notis præter 174. muto inde diuiſorem gradatim verſus virgulam, & 6 noto ſub 7 remanentibus. nam ſub 1, quæ remãſit non poſſum collocare 6. quia ab ea nõ poſſunt demi. Deinde exploro quoties poſsim demere ex 17, 6, & video poſſe demi bis tantùm,& remanere ſatis magnũ numerum, vt ex eo demi poſsint

poſsint bis 3. noto 2 poſt 7, & duco 2 per 63, & ſunt 126. quæ ſi demas ex 174 reliqua erunt 48 notanda ſupra, & ductis lineolis ſequeſtrãda. Vel ſic, duco 2 in 6, & ſunt 12, quæ demo ex 17, & remanent 5 ſupra 7. & deletis 1, & 7. duco rurſus 2 in 3, & ſunt 6, quæ non poſſum demere à 4. demam proinde ex 10, & remanent 4. iungenda cum 4, & ſunt 8 notanda ſupra 4. & 1 quod mutuatus ſum demo à 5, & remanent 4, notanda ſupra 5. quare vt antea remanẽt 48. quæ per 62. non poſſunt ſecari, quæ ſupra virgulã ſcripta ſubnotatis 63 efficiũt quadraginta octo ſexageſsimas tertias vnius integri.

De examine per 9.

Iuxta diuiſionem deſcribes decuſſem, & iunge notas diuiſoris, & fiũt 9, quæ reijciuntur, & in ima decuſſe pono 0. deinde ex notis numeri quoti compoſitis fiunt 9, quæ reijcio, & noto 0 in ſuprema decuſſe. duco vnam ciphram in alteram & nihil efficitur. (Quod ſi fuiſſent notæ ſignificatiuæ ex eo quod fieret ducta vna in alteram reieciſſem 9, & reliquum iunxiſſem cum numeris relictis, quæ non potuerunt diuidi & reiectis nouenarijs relictum notaſſem ad latus dextrum decuſsis) Nunc verò quia ciphra addita 48. nihil efficit, ideo ex 4 & 8. iunctis reijcio 9, & remanẽt 3 notanda in latere ſiniſtro decuſsis. quia verò nota lateris dextri eſt æqualis notæ lateris ſiniſtri, pronuncio diuiſionem rectè factam.

Examen verum.

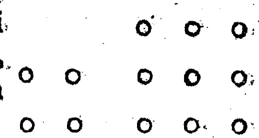
Verum examen fit per multiplicationem. nam diuiſio & multiplicatio ſibi mutuò reſpondent, vt reſolutio & compoſitio. Duc numerum quotum in diuiſorem & producto adde numerum relictum, & si proueniens numerus fuerit æqualis numero diuidẽdo, tum absq; dubio erit recta diuisio, vt in dato exemplo duc 72 in 63, & proueniẽt 4536, quibus adde 48, quæ remanserunt, & fiunt 4584, qui numerus est æqualis diuidendo.

Demum notandum inter diuidendum, semper numerũ relictum post vnamquamq; diuisionem, diuisore futurum minorem. Toties enim à diuidẽdo auferendus est diuisor, quoties in eo potest contineri. Proinde relictus numerus ipso diuisore minor debet esse: quòd si contingeret contrarium, scilicet aut eo esset maior, aut æqualis, tunc contingeret vtrumq; examen esse verum, diuisionem verò nõ esse accuratam seu præcissam.

PROBLEMA 5.

Dati numeri latus tetragonicum, aut ipsi propinquum inuenire.

Euclidem, qui post numeri plani definitionem quadratum definiuit imitati, mox post multiplicationes, & diuisiones de lateris tetragonici, seu quod idẽ est, de radicum quadratarũ inuentione agemus. Quadrati numeri forma perfectè quadrata delineari possunt, vt 4. 9. 16: qui fiunt ex ductu alicuius numeri in seipsum, vt 4. ex 2, at 9. ex 3. 16. ex 4. numeri ex quibus fiũt per multiplicationem, latera & lineæ & longitudines & radices eorum dicuntur.



Fiunt autem quadrati numeri ex naturali imparium numerorum progressione, ex tot scilicet imparibus simul iunctis, quot habent ipsorũ radices vnitates. vt si colligas

impares	1.	3	5	7	9	11	13	15	17
quadrati		4	9	16	25	36	49	64	81
radices		2	3	4	5	6	7	8	9

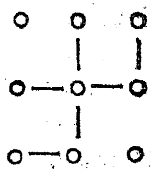
duos priores, impares fiunt 4, qui est quadratus ex 2. si tres priores, fiunt 9, quadratus ex 3. &c. similiter.

Annotatio. Deinde annotandæ sunt omnes radices quadratæ vsq; ad 100, qui numerus quadratus primus est eorum qui radicem seu latus habent duarum notarum, nempe 10. infra 100 omnis numerus latus habet vnius notæ. à 100 vsq; ad 10000 exclusiuè, omnium quadratorum numerorum radices habent duas tantùm notas: at 10000. primus est quadratorum, qui habent radices trium notarum, cuiusmodi sunt omnes quadrati à 10000 vsq; ad 1000000. exclusiuè: ipsius verò 10000 radix est 100. at 1000000 habent radicem quadratam 1000. estq; primus eorum qui habent radicem quadratam quatuor notarum. Ex quo

Corollariũ. manifestum est omnes numeros scriptos duabus notis habere radicem vnius notæ, omnes verò trium, aut quatuor notarum numeros radicem habere duarum notarum: numerorum verò quinq; aut sex notarum radices esse trium notarum: numeros verò septem, aut octo notarum habere radices seu latera quatuor notarum &c. Proinde inuestigaturus latus tetragonicum alicuius numeri, mox descriptum numerum lineolis à dextra versus sinistram pergẽs, binis quibusq; notis separatis in partes distingues. nam radix seu eius latus tetragonicũ tot habebit notas, quot erũt eius sic distincti interualla, vt proximè ante declarauimus.

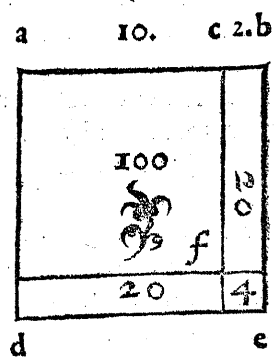
Deinde sciendum duplata radice quadrata alicuius numeri, duploq; radicis addita vnitate atq; quadrato eius fie-

Solo porque el tal numero sordo. qui tando le ... parte que le Saphan sordo, queda ~~...~~ el quadrado ... proximo. al qual si se le anidiese el duplo de su raiz i la unidad se haria el quadrado proximo siguente. y asi si la sobra fuese mas que el duplo de la raiz, por sola una unidad. ya el tal numero no seria sordo. sino vendria a ser el quadrado proximo con siguiente.



ri numerũ proxime maiorem quadratũ. vt ſit 4 numerus quadratus, cuius latus eſt 2. dupla 2, & ſunt 4, quæ vna cum vnitate, & quadrato 4 faciunt 9 proxime maiorem quadratum.

Deinde annotandum inuentionem lateris tetragonici, vt docet Theon in 9. cap. libr. 1. magnæ conſtructionis, pendere ex 4. propo. 2. li. elemen. Euclidis, quę ita habet. Si recta linea ſecetur vtcunq;, quadratũ quod fit ex tota, æquum eſt quadratis, quæ fiunt ex ſegmentis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo. Vt ſit a b linea 12, quæ ſecetur in duas partes a c 10, c b 2. dico quadratum totius lineæ a b nēpe a e 144, eſſe æquale duobus quadratis, ſcilicet partis a c, quod eſt a f 100, & partis c b, quod eſt 4, & duobus rectangulis, quæ fient ducta a c 10, in c b 2, quorum vnũquodq; eſt 20. nam ſi colligas quadrat. 100, & quadr. 4, & duo rectang. 20. habebis 144. cuius numeri latus tetragonicum 12, inquiretur ſic. ex ante dictis 144, habebit radicem duarum notarũ. Nam eſt numerus triũ notarum, quare eius latus duobus ſegmētis diuidetur, vnũ erit ex denionibus, alterũ ex digitis. Diſpones ergo numeros, vt vides in ſequenti figura interpoſita virgula inter 1, & 4, & ſub ſcribes duas parallelas, quæreſq; latus tetragonicum 1, eſtq; 1, quod notabis inter parallelas, habebiſq; iam primũ ſegmētum maius lateris tetragonici nēpe a c,



Quadrat.	100
Quadrat.	4
Rectang.	20
Rectang.	20
Quadrat.	144
✓	12

1	44
1	2
	2

Sacro lo modo con ponendi facil esto in genere imo dun reso l ... bene 20 notan. doctor seguir. pa. 61. ... ... quadrat. a ... nan si cud con ... mus quadratum 144. ex con junctione 10. & 2. el numero propositi numero 144. compuesto. per contraria operacion ... in sua ... .

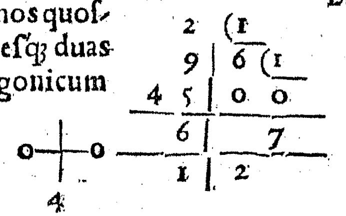
quod

quod eſt 1 denio. Quærendum reſtat aliud ſegmentum, ſcilicet linea b c, quod ſic explorabitur. Præter quadratũ ſegmenti a c, quod eſt 100, reſtant duo rectangula ex a c, in c b, & quadratum c b inquirenda, vt compleatur quadratũ totius lateris a b, quod eſt 144. explorabitur autē quãta eſt lineæ c b, duplicando 1 duplũ 1, & fient 2. quia duo rectangula accipienda ſunt ex a c, in b c, quorum maius latus eſt a c, ſcilicet 1 denio. Diuide itaq; 4 per 2, & prouenięt 2, & accipe quadratũ 2. qui numerus debet eſſe ſegmētum c b, & vide ſi bis duo deniones, id eſt 40, quæ ſunt duo rectangula, vnà cum quadrato ipſorum duorum, id eſt, cum 4. exhauriant ipſa 44, & vides exhaurire: quare ſcribe 2. inter parallelas ſub dextro 4, & duc duo in 2. quæ ſunt infra parallelas, & exhaurient 4. id circo ea delebis. deinde in ſe ducito 2, & fiet 4, quæ abſtrahe ex 4, & nihil prorſus manet. Quare concludes numerum 144 eſſe quadratum, & eius latus eſſe 12.

In numeris non quadratis qui inueniatur propinquum latus?

Si numerus non ſit quadratus, non poterit habere latus tetragonicum præciſſum. Nam etſi numerus integrorum in ſe ductus efficiat quadratum numerum, partes tamen in ſe ductæ non explēt numerum quadratum, ſed partes. Proponatur itaq; numerus 4500. nō quadratus, cuius latus tetragonicum dicitur à Ptolemæo in magna cõſtructione eſſe 67 partiũ, 4 minutorũ, 55 ſecundorũ. *Li. 1. cap. 9.*

Diſpone numeros vt vides, binos quoſque ſeparãdo virgula, ſubſcribeſq; duas parallelas, quæreſq; latus tetragonicum ipſorum 45, aut numeri quadrati eo proximè minoris, quod erit 6. qui notabuntur



inter

inter parallelas sub 5, cuius quadratum sunt 36, quibus à superioribus 45 abstractis, remanent 9 notanda supra 5. hic primus numerus radicis est denionum: si duplices 6. deniones habebis 12 deniones, id est, 1200. quod segmentum est maximũ totius lateris tetragonici. Quare notabũtur 12 deniones in proprijs limitibus, nempe 2 sub denionibus, 1 sub centurijs, quia sunt 120. diuide deinde 90 per 12, & curabis vt remaneat numerus vnde lateris tetragonici secundum segmentum in sese ductum possit auferri, eritq; is numerus 7. dic itaq; septies 1, sunt 7. quibus demptis à 9, relinquuntur 2. deinde duc 7 in 2, & fiunt 14, quibus demptis à 20, remanent 6. deinde duc quadrate 7, & fiunt 49, quibus demptis ex 60, remanent 11. quare latus tetragonicum propinqui quadrati est 69. quæ in se ducta faciunt 4489.

Reductio ad partes. Recentiores illa 11, relicta supra virgulam scribentes, ei subijciunt duplum lateris inuenti addentes vnitatem ob quadratum gnomonis, vt declaratum est in procreatione numerorum quadratorum. Itaq; dicunt, latus tetragonicum propinquum 4500 erit 67 partiũ $\frac{11}{135}$. Partes enim laterum surdorũ numerorũ sunt denominandæ à differentia, quæ est inter duos quadratos proximos, inter quos ipsi continentur: vt latus tetragonicum 8. est 2 & $\frac{4}{5}$ nam differentia inter 4 & 9 proximos quadratos est 5. Ptolemæus verò & Theon sic reducũt ad sexagesimas. Illa 11 relicta multiplicant per 60, fiuntq; 660 m̄. deinde diuidunt per duplum lateris inuenti, nẽpe per 134, & prouenient 4 m̄, remanentq; 124. quæ rursus ducunt per 60, & fiunt 7440, vnde abstrahũt quadratum ipsorum 4, id est, 16, & remanẽt 7424, quæ rursus diuidunt per 134, nempe duplum lateris inuenti, & proueniunt 55 secunda. quare tota radix 4500 erit 67 partium, 4 m̄. 55. 2̄. verùm si ducas in sese hunc numerum 67. 4. 55. prouenient 4499. partes

59 m̄.

59 m̄. 14. 2̄. 10. 3̄. 25. 4̄. Melius itaq; reduces ad fractiones sic. Duc 11 relicta in 60, & fiunt 660, quæ diuide per duplum radicis, id est per 134, & proueniunt 4 m̄, & remanẽt 124. à quibus deme confestim antequam conuertantur ad secunda (nam in hoc lapsus est Theon post Ptolemæum) quadratum ipsorum 4. nempe 16, & remanent 108, quæ duc per 60, & fiunt 6480. 2̄, quæ diuide per 134, duplum scilicet radicis, & proueniunt 48 2̄. Quare propinquum latus tetragonicum 4500 est 67 partium, 4 m̄, 48 2̄: quod si ducas 67 part. 4 m̄, 48 2̄. in se se habebis 4499 part. 59 m̄. 43. 2̄. 35. 3̄. 24. 4̄. Hæc methodus in numeris surdis, qui sunt minores quadratis sola vnitate fallax est. Nam esset latus quadratum ipsorum. 8. 2, & 60 m̄, quæ essent 3, & latus quadratum ipsorum 15. essent 3 & 60 m̄. proinde duplatæ radici addetur vnitas, & conflatus numerus erit diuisor. *Aliter.* Idẽ aliter & breuius ex Orõtio Finæo. Adde ipsis 4500 duo paria ciphrarũ, vt in latere tetragonico habeas minuta, & secunda, fientq; 45000000, cuius numeri latus tetragonicum est 6708, neglectis alijs, quæ remanẽt, à quo deme duas notas dextras ob duo paria ciphrarum addita. & duc 08 per 60, & fiunt 480, à quibus deme duas notas dextras, & remanent 4 m̄, duc duas notas dẽptas 80 in 60, & fiunt 4800, vnde deme duas notas dextras, & colliges 48 2̄. & 00 tertia vt prius.

Aliter. Si vt multiplicasti per 60 illa 11 relicta, multiplices per 100, & productum diuidas per duplum radicis addita vnitate, id est 135, inuenies partes centesimas: Si per 1000, & diuidas per eadem 135, inuenies partes millesimas &c. similiter. Hoc aliter fieri poterit, vt docebitur capite de latere cubico inueniendo.

De examine.

Aduerte relictum numerum post extractionem lateris

I tetra-

tetragonici nō debere esse plusquam duplo maiorem ipso latere: etsi potest esse duplo maior. vt radix quadrata 8 est 2,& remanent 4. Si itaq; plusquam dupla ratione à relicto numero excedatur latus tetragonicum, extractio lateris tetragonici non erit accurata. Licet ducto latere tetragonico in sese, & producto addito numero relicto (quod est regium examen) conflетur datus numerus.

Examen per 9.

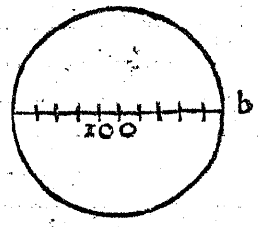
Reijce nouenarios à radice inuenta, & in calce decussis scribe quod remanet. Vt in secundo exemplo collectis 6 & 7 fiunt 13, reiecto verò 9, remanent 4 notanda in calce decussis, duc deinde 4 quadrate, & sunt 16, vnde reiectis nouenarijs remanēt 7, quæ iuncta cum 11 relictis faciunt 9, quæ reijce, & in latere decussis dextro scribe 0. deinde ex 4500 reijce nouenarios, & remanet 0. quare æstimatur talis lateris tetragonici extractio vera.

De vtilitatibus extractionis lateris tetragonici.

Ex 17 sexti & 20 septimi, si tres magnitudines aut tres numeri fuerint cōtinuò proportionales, quod fit ex ductu extremorū est æquale quadrato medij, & vice versa. quare medium proportionale inuenietur ductis extremis & producti extrahetur radix quadrata. vt si quæras inter 4 & 9 mediū proportionale, duc 4 in 9, & fiunt 36, cuius numeri latus tetragonicum sunt 6. qui numerus est medium proportionale inter 4 & 9. Secundo, ratio inueniēdarum subtensarum linearum angulis rectis, atq; inueniendorum laterum continentium angulum rectum, eget lateris tetragonici extractione, vt constat ex 46 primi. Item vniuersa doctrina inueniēdarum semissium & rectarum in circulo pendet

pendet ab extractione lateris tetragonici. Vt docet Ptolemæus lib. 1. cap. 9. almagesti. Item si cupias multiplicare, aut alia quauis ratione augere quadrata, aut circulos, aut figuras similie, id est, inuenire circulos, aut figuras similes aut quadrata alijs duplo, aut triplo, aut alia quauis ratione maiora, opera lateris tetragonici efficies sic.

Sit a b area circularis, qua cupias inuenire aliam circularem triplo maiorē. Diuide diametrum eius in 10 partes aut plures, vt libuerit, ducesq; 10 quadrate, & fient 100, triplica 100, & fient 300, cuius numeri latus tetragonicum est partiū, 17. m. 19. 2. 12. diameter itaq; circuli triplo maioris erit talium 17 partiū, 19. m. 12. 2, quales habet diameter a circuli a b 10. Eadē ratione inuenies alias figuras datæ similes, quacunq; ratione maiores, quod ad diuisionē aquarum & distributionem luminis pro ratione quātitatis cubiculorū non mediocre præstat momentum. Hæc ratio Arithmetica multiplicandi figuras ex 1 duodecimi, & 11 octaui lib. emergit. Iuxta hanc methodum supputata est sequens tabula, in qua extant latera figurarum similium, vsq; ad sexagecuplam quadruplam rationem multiplicatarum. In qua figuræ simplicis latus aut diameter secatur in 10 partes: at duplo maioris latus continebit, vt vides in tabula 14 part. 8. m. 2. 24.

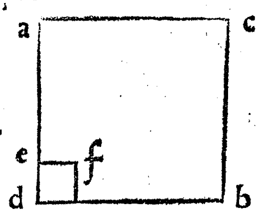


TABVLA MVLTIPLICATIONIS *Figurarum similium.*

I ij Latus

	pars.	m.	2.		pars	m.	2.
Latus fig. simp.	10	0	0	la. 33	57	26	24
latus duplæ	14	8	24	la. 34	58	18	0
la. triplæ	17	19	12	la. 35	59	9	36
la. 4.	20	0	0	la. 36	59	0	0
la. 5.	22	21	36	la. 37	60	49	12
la. 6	24	29	24	la. 38	61	38	24
la. 7	26	27	0	la. 39	62	26	24
la. 8	28	16	48	la. 40	63	14	24
la. 9	30	0	0	la. 41	64	1	48
la. 10	31	37	12	la. 42	64	48	0
la. 11	33	9	36	la. 43	65	34	12
la. 12	34	38	24	la. 44	66	19	48
la. 13	36	3	0	la. 45	67	4	48
la. 14	37	24	36	la. 46	67	49	12
la. 15	38	43	12	la. 47	68	33	0
la. 16	40	0	0	la. 48	69	16	48
la. 17	41	13	48	la. 49	70	0	0
la. 18	42	25	12	la. 50	70	42	36
la. 19	43	34	48	la. 51	71	24	36
la. 20	44	43	12	la. 52	72	6	36
la. 21	45	49	12	la. 53	72	48	0
la. 22	46	54	0	la. 54	73	28	48
la. 23	47	57	0	la. 55	74	9	36
la. 24	48	58	48	la. 56	74	49	48
la. 25	50	0	0	la. 57	75	29	24
la. 26	50	59	24	la. 58	76	9	0
la. 27	51	57	36	la. 59	76	48	36
la. 28	52	54	36	la. 60	77	27	0
la. 29	53	51	0	la. 61	78	6	0
la. 30	54	46	12	la. 62	78	44	24
la. 31	55	40	12	la. 63	79	22	12
la. 32	56	33	36	la. 64	80	0	0

Quod si beneficio huius tabulæ velis latera submultiplicium similium figurarum inuenire vsq; ad sexagies quater minorum, exemplo sequenti disces. Sit a b area quadrata, quam expleat aqua fluens, & institutum sit hanc aquam distribuere in 25 partes ęquales. Quęritur quantum futurum sit latus areæ quadratæ vigesimam quintã aquæ datæ partem diuisuræ.

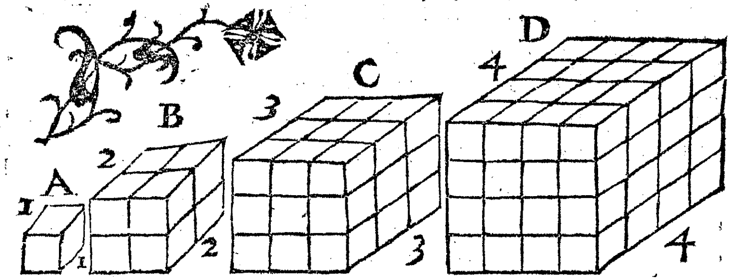


Accipe ex præcedenti tabula latus areæ vigecuplo quintuplo maioris, & reperies esse 50, qualiũ latus simplicis est 10. sit latus a c 50, ex quibus accipe 10, id est, quintam partẽ, quæ sit d e, sitq; eius quadratum d f. Dico aream d f continere vigesimam quintã partem areæ a b. Atq; ita de reliquis est faciendum: aut beneficio lateris tetragonici, vt docuimus expedietur quacunq; ratione sit augẽda aut minuenda area quæcunq; in aliam similem.

PROBLEMA 6.

Latus cubicum propositi numeri aut ei propinquum inuenire.

Latus cubicum seu radix, seu linea, dicitur numerus qui duplici multiplicatione sui ipsius efficit numerum cubicum. Prima enim multiplicatione fit quadratus, qui ductus per propriam radicem procreat cubicum. vt bis duo bis, sunt octo. Nam bis duo sunt 4, bis 4. sunt 8, duo igitur latus & radix cubica dicitur ipsorum 8. cuius tres dimensiones seu latera sunt 2, 2, 2, quæ gemina multiplicatione procreant 8.



Ex quatuor ſchematis præcedentibus quatuor corporũ cubicorum, ſimiliter & quatuor cubicorum numerorum priorum intelliges rationes pariter & latera: nam ſi latera cubica ſe habeant vt 1.2.3.4, corpora cubica & ſphęræ, & omnia corpora ſimilia & cubici numeri ſe habebunt vt 1.8.27.64. quod oculari inſpectione ex ſchematis percipere poteris. Tales enim cubicæ 8 magnitudines paruæ ſunt in B, qualis eſt 1 A, & tales 27 ſunt in C, qualis 1 eſt A, & tales 64 ſunt in D, qualis 1 eſt A. Itaq; cubica multiplicatio corporum ſolidorum magnitudines prodit. Quemadmodum docet Euclides li. 12. propo. 18. & alijs multis, dicens ſphæras & corpora omnia ſimilia, vt ſunt cubica & columnæ ſimiles, & priſmata ſimilia & reliqua omnia ſimilia ſolida inter ſeſe triplicatam habere rationẽ ad eam quam habẽt inter ſeſe diametri, aut eorum latera quæ triplicata ratio eſt cubica multiplicatio diametrorum aut laterum, vt conſtat ex definitione 11. quinti libri, vbi habet ſi fuerint quatuor magnitudines vel numeri proportionales, primus ad quartum rationem habet triplicatã, quam ad ſecundum nempe compoſitam ex tribus rationibus intermedijs. Et propoſitione 12. octaui habetur duorum cubicorum numerorum duo ſunt medij proportionales, & cubicus ad cubicũ triplicatam rationem habet, quam latus ad latus

ad latus, & ex 5. definitione ſexti, ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationum magnitudines in ſeipſas multiplcatæ, efficiũt aliquas, quare ſi velis ſcire, quæ ratio ſit inter cubicum B & C, compone ter eorum latera ſic. & duc 2 in duo fiunt 4, & 4 in 2, latus B. 2. 2. 2. & fiunt 8. rurſus duc 3 in 3, latus C. 3. 3. 3. & fiunt 9, & in 9 in 3, & fiũt 27. quare inter cubicos B & C eſt ratio qualis 27 ad 8. nam inter 27 & 8. ſunt duo medij proportionales ratione ſeſquialtera, nempe 12, 18. & inter B & D cubicos eſt ratio ſimili methodo inueſtigata, qualis inter 8 & 64, inter quos numeros duo ſunt media proportionalia, ſcilicet 16 & 32.

Extrahere radicem cubicam, ſeu inuenire latus cubicũ alicuius numeri, eſt inuenire numerum qui cubicè ductus efficiat illum, aut proximè minorem. vt ſi quæras radicem cubicam 64, habes in ſequẽti tabella eius latus cubicum 4.

TABELLA.

Latera.	Quadrati.	Cubici.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10.	100.	1000.

Numeri qui habent latera cubica abſq; fractionibus dicuntur cubici, reliqui verò dicuntur ſurdi, quòd nullam vnquã latus perfectũ dari poſsit, quod in ſeſe cubicè ductũ illũ numerum efficiat.

De procreatione numerorum cubicorum.

Fiunt autem numeri cubici ex naturali ſerie imparium, tot

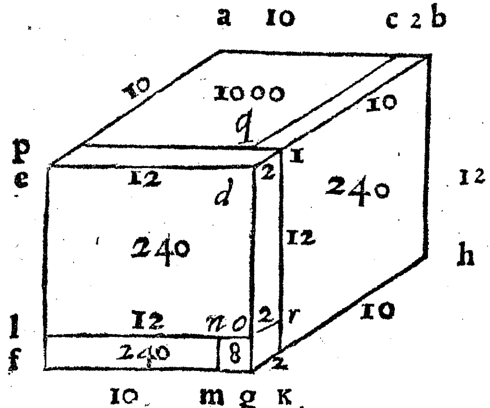
tot ſcilicet imparibus ſimul iũctis, quot vnitates habet ipſa radix. vt patet ex ſequenti tabella.

1	8	27	64	125
1	3. 5.	7.9.11.	13.15.17.19.	21.23.25.27.29.
1	2	3	4	5

Aliter etiam fiunt numeri cubici, nempe ex triplicata radice ſeu latere proximè præcedentis cubici, eaq́ꝫ ducta per ſuum triplum, demum addita vnitate. Collectis itaq́ꝫ numero cubico proximè minore, & triplo radicis eius, & producto ex triplo per radicem & vnitate, fiet cubicus numerus proximè maior. vt 8 cubica radix eſt 2, cuius triplũ eſt 6, quibus ductis per 2, fiunt 12. demum componantur 8. 6. 12. & 1. fient 27. qui eſt cubicus proximè maior, qui modus eſt apprime neceſſarius lateribus cubicis inueniendis. Similiter enim reſoluuntur in ſuas radices cubici numeri, ac componuntur ex præcedentiũ radicibus: additur autem illa vnitas, vt præſeferens cubicum minus in quod maius reſoluitur.

Cubicus	8
Radix 2	
Rad. triplum.	6
Rad. per tripl.	12
Vnitas	1
Cub. proxime maior	27

Deinde ſciendum, ſi ex aliqua linea vtcunq; ſecta in ſe ducta fiat quadratum, & ex quadrato cubicũ corpus, quod ſecetur planis pro ratione ſectionis lineæ cum lateribus cubicis æquidiſtãtibus, cubicum corpus reſecari in quinq́ꝫ corpora, quorum duo ſunt cubica ex ſegmẽtis datæ lineæ facta: reliqua verò tria ſolida ſunt priſmata, tribus dimenſionibus ſeu lateribus cõſtantia, quorũ vnum æquale eſt vni ſegmento lineæ datæ, alterum verò alteri ſegmẽto, tertiũ verò toti lineæ datæ. vt ſit linea a b 12 ſecta puncto c in ſegmentum a c 10, & ſegmentum c b 2, ex qua in ſe ducta fiat quadratum a b d e & ex quadrato ducto in longitudinem



gitudinẽ lineæ a b fiat cubicũ corpus b e g ſectum planis c q, & p 1, & l n, æquidiſtantibus cũ cubici lateribus. dico cubicum corpus b e g ſecari in cubicum a q, & cubicum m r: cubici verò a q, latus cubicum eſſe a c: at cubici m r latus eſſe g k æquale ſegmento c b. Inſuper ſecatur in tria priſmata æqualia, nempe in e i o, & in b q k, & in f n, quod latet. & cuiuſq; priſmatis latera ita ſe habẽt, vt maximum ſit æquale toti lineæ a b: alterũ æquale ſegmento a c: tertium æquale ſegmento c b. Si quis autem voluerit cubũ corpus, vt docet propoſitio ſecare, quinq; hæc corpora qualia à nobis deſcripta ſunt, cõſpiciet. Sit itaq; a b tota linea 12, ſecta in a c 10 & c b 2. erit itaq; quadratũ a b 12, 144. cubicum verò a b 12: erit 1728, cubicum a c 10, erit 1000, cubicum ipſius c b 2, erit 8. ſi ex 10, & 2, & 12 cõficias priſma erit 240. Si itaq; colligas tria huiuſmodi priſmata cum duobus cubicis ſegmentorum inuenies 1728, cuiuſmodi erat quantitas cubici ipſorum a b 12.

Cubus 10	1000
Priſma ex 12. 10. 2.	240
Priſma	240
Priſma	240
Cubus 2	8
Summa cubici totius	1728

Annotatio.

Inſuper ſciendum numero cuius tribus notis ſcripto contingere tantùm vnius notæ cubicum latus: nam infra

1000 omnis numeri latus cubicum est tantùm vnius notæ, nam 1000 est primus cubicus, cuius latus est duarum notarum, scilicet 10. infra 1000000 quiuis numerus latere cubico duarum tantùm literarum cōtentus est. Nam primus cubicus, cuius radix cubica, est trium notarū, videlicet 100 est numerus 1000000, quare cuiq; ternario notarum numeri cubici destinabitur pro latere cubico vna litera: distinguendus ergo erit numerus, cuius quæritur latus cubicum, in terniones notarū à dextra versus sinistrā, tribus quibusq; virgula separatis, & quot erunt interualla tot notas habebit latus cubicum.

Exemplo docetur lateris cubici inuestigatio.

1	7	2	8
1			2
	3	3	

Examen. 0 | 0
3

Volo inuenire latus cubicum numeri 1728, secerno tres priores notas virgula subscriptis duabus parallelis, dico modò latus cubicum, vt patet ex annotatione, habiturum duas notas, quarū prima erit denionum, secunda digitorum. Quæro latus cubicum 1 & est 1. hoc idem est ac si dicas, latus 1000 est vnus denio. Habeo iam cubicū segmenti a c, cuiusmodi latus est etiā latus trium prismatum, quorum inuestiganda sunt latera duo, quæ desunt. In numero itaq; 728 debent contineri tria prismata æqualia, quorum vnum latus sit 1 denio, & vnum aliud cubicum. Triplo itaq; latus cubicū primo inuentū ob trium illorū prismatum tria latera æqualia, & efficio 3 deniones, quos noto in sede denionū, scilicet sub 2. quia verò vnūquodq; prisma habet tria latera & vnum est inuentum 1 denionis & maximum latus cuiusq; prismatis debet esse æquale totius cubici lateri, quod vt minimum esse potest 1 denionis, duco triplum radicis, nempe 3 deniones in ipsam radicem inue-

nīeram, nempe in 1 denionem, & fient 3 centuriæ: quare noto 3 centurias in sede centuriarum, nempe sub 7 infra parallelas, & pronuncio tria illa prismata, vt minimum posse valere 300. Diuido modò 72 per 33, nempe per triplum radicis, & per productum ex triplo radicis collecta (nam hoc cōmodius est ad citius extrahendum, quàm vt per solū productū ex triplo lateris primi in latus primū diuidas. nā addendo triplum lateris primi inuenti fiunt 33 deniones, scilicet 330, & fingo vnum ex lateribus prisma tum esse 11, alterum 10, tertiū 1 & ita vnūquodq; prisma fingo esse 110, quod si vnitas non potest esse tertium latus prismatum, nec alia nota maior esse poterit) & inuenio bis tantùm contineri in 72 ipsa 33. fingo itaq; tertium latus cuiusq; prismatis esse 2, & totum latus cubicū dati numeri 1728 esse 12. si itaq; 2 est secūda nota totius lateris cubici, habebit vnumquoq; illorum trium prismatum tria latera, quorum vnum erit 1 denio, secūdum erit 2 digiti, tertium erit 12. Multiplico 12 per 3 deniones laterum prismatum, & fiunt 36 deniones, qui rursus ducendi sunt per 2 digitos, qui sunt tertiū latus cuiusq; prismatis, & fiunt 72 deniones, quibus demptis ex 72 exhauriunt 72 superiores, qui sunt 720 quæ est quantitas trium prismatū. Nunc videndum, num cubicum 2, (nam hoc restat, vt compleantur illa quinq; solida, in quæ vnumquodq; cubicū resoluitur) quod est 8 possit demi à numero relicto, nempe ab 8, quod cùm possit, & nihil remaneat dico latus cubicum 1728 esse 12.

Examen.

Certissimum examen fit multiplicato latere cubice, vt si ducas 12 in se, fiunt 144, rursus si ducas 144 per 12, fient 1728. quare rectè extractum est latus cubicum. Aliud per 9. deme 9 quoties fieri poterit à latere cubico, & remanent 3 notanda sub decusse, duc cubicè 3, & fient 27, à quibus deme 9, & nihil remanet, cui est addendum quod remanet facta extractione lateris: & quia nihil remansit, noto in latere dextro decussis 0. Deinde aufero 9 quoties possum à numero vnde extractum est latus cubicum & nihil remanet: scribo similiter in latere sinistro decussis 0, & conijcio rectam esse extractionem lateris cubici.

Aliud exemplum.

Sit inueniendum latus cubicum 876943579: separo virgulis interpositis tertias quasq; literas, fientq; tria interualla. quare latus cubicum habebit tres notas, quarum prima erit centuriarum, secunda denionum, tertia digitorum. Quæro ex tabella laterum cubicorum cubicum 9 & inuenio esse 729, & demo 729 ex 876, & remanent 147

(4 7
1 9 5 6 | 6 0 8
1 4 7 | 6 9 8 | 4 2 (6
8 7 6 | 9 4 3 | 5 7 9
9 | 5 | 7
| 2 7) 2 | 8 5
2 4 | 3)
2 | 7 0 7 | 5

notãda supra proprias sedes, & noto 9 inter parallelas, quæ erit nota prima, centuriarum, videlicet ipsius lateris cubici, & concludo numeri 729000000 latus cubicū esse 900. Deinde triplico 9 & 27 eius triplum noto sub 9 & 4: præterea duco 27 per 9, & primam notam productam ex 9 per 7 pono sub 2, scilicet in proxima sede dextrorsum: reliquas verò suo ordine scribo, & sunt 243 quæ seruatis limitibus, collecta cum 27, sunt 2457, per quem numerū diuido 14794, & prouenient 6. fingo itaq; 6 esse secundã notam lateris cubici. Experiar modò num tria prismata possint demi ex 14794. ducam proinde 96 in 27, & fiunt 2592, quæ rursus ducam per 6, & fient 15552, quæ non possunt demi ex 14794: proinde non potest esse secunda nota lateris. Fingo itaq; esse 5, &

4 | 4
3

ducam

ducam 95 in 27, & sunt 2565, quæ ducam per 5, & sunt 12825, quæ demo ex 14794, & remanent 1969: deinde ex his demo cubicum ipsorū 5, id est 125, & remanent 19568 vsq; ad virgulam. Hac methodo extraxisti tria prismata, quorum quodq; habet tria latera, vnum ex 96, alterum ex 90, tertium ex 5, & cuiusq; valor est 42750: at omniū valor est 128250, & cubicum ipsorum 5, id est 125, quod coniunctum cum 128250, facit 128375, extraxisti, inquam, totum hunc numerum ex relictis 146943, & totidem supersunt, quot ante, nẽpe 19568. Præterea triplica 95, & fiunt 285, & 5 pono sub 7, & alias notas sinistrorsum suo ordine. Deinde duco 95 per 285, & fient 27075, & 5 pono sub 8 triplicati numeri, reliquas notas per ordinem proprium sinistrorsum scribo, & seruatis eorum sedibus colligo hos duos numeros, & fiẽt 271035, per quem numerum diuido 1956857, & proueniunt 7, relicto satis magno numero ex diuisore. quare dico tertiam notã lateris esse 7. duco itaq; 957 per triplum, nẽpe per 285, & fiunt 272745, quæ rursus duco per 7, tertiam notam inuentam, & fiunt 1909215, quæ demo ex 1956857, & remanent 47642, & insuper 9. ex his itaq; sex notis demo cubicum ipsorū 7, nempe 343, & remanent 476086.

Examen.

Duc 957 per 957, & fiunt 915849, quæ rursus duc per 957, & fiunt 876467493, quibus adde quæ superfuerunt 476086, & prouenit primus datus numerus 876943579. Aliud per 9. reijce 9 quoties potes ex latere cubico, & remanent 3, quæ duc cubicè, & fiunt 27, ex quibus reiectis 9, nihil remanet. ex numero relicto reijce 9 quoties potes, & remanent 4 sub latere dextro decussis notanda. Deinde ex dato numero reijce 9 quoties potes, & remanẽt 4, quæ ponentur in latere sinistro decussis, quare conijcio extractionem lateris cubici rectè factam.

 De

De denominatione, quam habiturus est numerus, qui, extracto latere cubico, relinquitur.

Triplica radicem seu latus cubicũ inuentum (posito primum supra virgulam numero relicto, vt in dato exẽplo $\frac{476086}{}$) duc deinde triplum radicis, scilicet 2871 per radicem cubicã cubici proximé maioris, scilicet 958, & fient 2750419 cum addita vnitate, quæ subscribes tanquã proprium denominatorem numero relicto. Quare cubica radix 876943579 sunt $957\frac{476086}{2750419}$. In numeris surdis denominator partium est differentia inter duos proximos cubicos, inter quos continẽtur. Vt si quæras latus cubicũ 6, est 1 relictis 5, quæ denominabuntur à differentia, quæ est inter 1 & 8 proximos cubicos, inter quos est 6. Itaq; latus cubicum 6, est 1 & $\frac{5}{7}$, quod idem est ac si triplicares 1, & efficeres 3, & 3 duceres per radicem 2, & sunt 6, et adderes vnitatem, nam fierent 7.

Idem aliter fiet, si velis reducere relictum numerum ad fractiones Astronomicas, scilicet ad minuta: duc ipsum per 60, & productum diuide per productum ex triplo radicis in radicem proximi cubici maioris addita vnitate, vt in dato exẽplo per 2750419, & inuenies illi fractioni respondere 10 m̅. Si verò velis ad minuta & secunda reducere fractionem, duces relicta 476086 per 3600, & productũ diuides per 2750419, & inuenies 623 z̅, id est 10 m̅ 23 z̅.

Idem aliter, institutũ est inuenire dati numeri surdi latus cubicũ propinquũ quod ad minuta & secunda, vt numeri 26, illi adde duos terniones ciphrarum, & fiunt 26000000, cuius numeri latus cubicum est 296, neglectis quæ supersunt: & quia addidi duos ciphrarum terniones, demo duas notas dextras, & manent 2 integra, duco deinde 96 in 60,

in 60, fiuntq; 5760, à quibus demo duas notas dextras, & manẽt 57 m̅. rursus duco 60 per 60, & fiunt 3600, dẽptisq; duabus notis dextris, manẽt 36 z̅. quare latus cubicum 26 est 2 integrorum 57 m̅ 36 z̅.

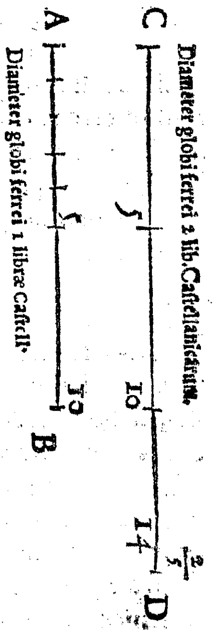
Idem aliter, si velis inuenire surdi numeri latus cubicum quò ad cẽtesimas, aut millesimas, aut sexagesimas primas, aut secundas, accipe cubicum numerum ipsorum 100, vel 1000, vel 60, vel 3600, quem numerũ duces per datum surdum, & producti numeri latus cubicum erunt vel centesimæ, si per cubicum ipsorum 100 eum duxisti: aut millesime, si per cubicũ ipsorum 1000 eum duxisti: vel minuta, si per cubicum ipsorum 60 eum duxisti: vel secunda, si per cubicum ipsorum 3600 eum duxisti: vt si 26 velis inuenire latus cubicum quò ad minuta, accipies cubicum ipsorum 60, & fiunt 216000, quem duces per 26, & fiunt 5616000, cuius numeri latus cubicum sunt 177, quę sunt minuta seu $\frac{177}{60}$ quod idem est, vtpote 2 integra 57 m̅. quare latus cubicũ ipsorum 26 est 2 integrorũ 57 m̅. Si accipias quadratũ ipsorum 100, vel 1000, vel 60, vel 3600, eumq; ducas per datũ aliquẽ surdũ & producti sumatur latus quadratum, inuenies surdi numeri latus quadratũ quò ad centesimas, vel millesimas, vel minuta, vel secunda. *Annotatio*

De vsu radicis seu lateris cubici.

Vt vnus numerus medius proportionalis inter duos extremos inuenitur opera extractionis lateris quadrati: sic duo medij proportionales inter datos duos extremos inueniũtur extractione lateris cubici. Nã vt inter quadratos tantùm vnus medius existit proportionalis, sic inter cubicos reperiuntur duo medij proportionales: quî autẽ sint inueniendi proprio problemate docebimus. *Eucl. pro. 11. & 12. octa. li. el.*

Deinde opera inuentionis lateris cubici inueniuntur quanti-

quantitates diametrorum, & laterum quoruncunq; ſolidorum, dato aliquo ſimili quacunq; ratione maiorum. Eſto verbi gratia A B linea diameter ſphæræ aut latus ſolidi angulis prædi-ti, quod ſit vnius pōdo. Si Arithmetica ratione velis inuenire lineā, quæ ſit diameter, aut latus ſolidi ſimilis triū pondo: diuide lineā A B in partes æquales, quotcunq; libuerit. Sitq; in 10 diuiſa, cuius numeri cubicus eſt 1000, tot itaq; ſunt in ſolido cuius eſt diameter, aut latus linea A B ſimilia ſolida prędita diametro, aut latere vnius decimæ partis lineæ A B. Quoniā inquiritur diameter aut latus ſolidi ſimilis triplo maioris, triplica 1000, & ſunt 3000 ſolida parua lateris aut diametri vnius decimæ ptis lineæ A B, quot cōtinebit ſolidum triplo maius: huius numeri latus cubicum, ſcilicet 14 decimæ 25 m. ſunt diameter, aut latus ſolidi ſimilis triplo maioris, cuiuſmodi eſt linea C D.



Item ſi cupias inueſtigare cuicunq; priſmati cubicū corpus æquale aut quauis ratione maius, aut cuicunq; columnæ rotundæ longæ columnam æqualem, aut quauis ratione maiorem, quæ ſit prædita dimenſionibus æqualibus, hoc fiet opera inuentionis lateris cubici. Nam ſi dimenſiones eorum communi aliqua menſura inueſtigaueris, & inter ſeſe multiplicaueris, producti latus cubicū eſt latus cubici, aut cylindri regularis ęqualis. Si verò productum aliqua ratione auxeris, aucti numeri latus cubicū erit latus cubici, aut columnæ regularis eadē ratione maioris, qua methodo facta eſt ſequens tabula.

TA-

TABULA DOCENS QUOmodo duplicandi, aut triplicandi, aut amplius augendi vſq; ad ſexagecuplam quadruplam rationem ſint globi & corpora ſimilia.

Latera.	pars.	m̄.	2̄.		pars.	m̄.	2̄.
Lat. corp ſimp.	10	0	0	la. 23	28	25	48
lat. dupli	12	35	24	la. 24	28	50	24
la. tripli	14	25	12	la. 25	29	14	24
la. 4.	15	55	12	la. 26	29	37	12
la. 5.	17	5	24	la. 27	30	0	0
la. 6	18	11	24	la. 28	30	19	48
la. 7	19	7	12	la. 29	30	41	24
la. 8	20	0	0	la. 30	31	4	12
la. 9	20	48	0	la. 31	31	24	36
la. 10	21	32	24	la. 32	31	44	24
la. 11	22	13	48	la. 33	32	4	12
la: 12	22	52	48	la. 34	32	23	24
la. 13	23	30	36	la. 35	32	42	36
la. 14	24	6	0	la. 36	33	3	0
la. 15	24	39	36	la 37	33	19	12
la. 16	25	11	24	la. 38	33	36	36
la. 17	25	42	36	la. 39	33	54	36
la. 18	26	12	0	la. 40	34	10	48
la. 19	26	40	48	la. 41	34	28	48
la. 20	27	8	24	la. 42	34	45	36
la. 21	27	34	48	la. 43	31	1	48
la. 22	28	1	21	la. 44	35	18	0

L pars

	pars.	m̄.	2̄.		pars.	m̄.	2̄.
la. 45	35	33	36	la. 55	38	1	12
la. 46	35	48	48	la. 56	38	15	0
la. 47	36	2	24	la. 57	38	28	48
la. 48	36	20	24	la. 58	38	41	24
la. 49	36	35	24	la. 59	38	55	12
la. 50	36	50	24	la. 60	39	8	24
la. 51	37	4	48	la. 61	39	21	36
la. 52	37	19	12	la. 62	39	29	24
la. 53	37	33	36	la. 63	39	47	24
la. 54	37	47	24	la. 64	40	0	0

Annotatio. Quemadmodum opera extractionis lateris cubici multiplicium globorum, aut corporum solidorum similium diametros & latera vsq; ad 64 maiorũ inuenimus, poterũt etiã quauis alia ratione maiorũ, atq; etiã minorũ diametri & latera inuestigari. Quod etiam, quò ad submultiplicium solidorum vsq; ad sexagies quater minorũ diametros, conuertendo hanc tabulam, fieri poterit. Vt si velis inuenire diametrum globi subdupli ad datum, accipe diametrum globi dupli, nempe 12 part. 35 m̄, 24 2̄, & in tot partes & minuta & secunda diuide diametrum dati globi, ex quibus accipies 10 partes, & ex illarum quantitate fiet diameter, aut latus corporis solidi subduplò minoris. Vt autẽ vites diffcultatẽ diuidendi diametrũ dati globi in 12 par. 35 m̄, 24 2̄, accipies diametrũ globi octupli, qui est 20 part. 0 m̄ 0 2̄, & diuides in 20 partes diametrum globi dati, ex quibus accipies 15 partes, 55 m̄, 12 2̄ diametri quadrupli. Nã quadrupli ad octuplum est ratio subdupla. Quì autem doctrina inuẽtionis laterum cubicorum, ad vsus machinarũ bellicarum, & ad artem militarem pertineat, Superis fortunan-

nantibus, in incæpto à nobis opere de re militari explicabitur.

Lubenter subiecissem mox problema de inuestigandis lateribus figurarum altera parte longiorum, nisi egeret multiplicatione fractorum.

PROBLEMA 7.

Datis duobus numeris tertium continuò proportionalem inuenire.

Propositio 18. libri noni elementorum, quæ colligitur ex 17. libr. 6. & 20. septimi, qua ait Euclides. Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis, æqualis est ei, qui fit à medio & vice versa. Sint dati numeri 4 & 6. Inueniẽdus est numerus, qui eandem habeat rationem ad 6, quam 6 ad 4. Duc itaq; 6 in sese, & fient 36, quem numerũ diuide per primum, nempe 4, & fient 9. quare 9 erit tertius proportionalis. Dentur secundo 8 & 11, quibus sit dãdus tertius continuò proportionalis. Duc 11 in se, & fient 121, quem numerũ diuide per 8, & proueniet tertius numerus continuò proportionalis, scilicet $15\frac{1}{8}$. quare 8. 11. $15\frac{1}{8}$ erunt cõtinuò proportionales. Ex hac propositione facile poteris, in datis quibuscunq; numeris, continuare eandem rationem. Nam vt ducto secundo in se, & eius quadrato diuiso per primum, inuenitur tertius: Sic si quadratũ tertij diuidatur per secundum, proueniet quartus cõtinuo proportionalis, atq; ita de reliquis erit agendum.

Exemplum

Aliud.

Corollariũ

PROBLEMA 8.

Tribus numeris datis quartum proportionalem inuenire.

L ij Pro-

Propositio 19.lib.9. Aut dantur tres numeri continuò proportionales: aut tres numeri diuersas rationes habentes. Si sint continuò proportionales, ex proximè præcedenti problemate quartus in eadem ratione inuenietur. vel quartus poterit inueniri ex propo. 16. libr. 6. vel 19. libr.7.vbi ait Euclides, si quatuor numeri fuerint proportionales, qui ex primo & quarto fit numerus, æqualis est ei qui fit ex secũdo & tertio numero: & si qui fit ex primo & quarto, fit æqualis ei, qui fit ex secundo & tertio, illi numeri sunt proportionales. Duces itaq; secũdum in tertiũ, & numerus productus diuidetur per primum & prodibit quartus numerus proportionalis. Nam si quod fit ex secundo in tertium, est æquale, ei quod fit ex primo in quartum, illud quod fit ex secundo in tertiũ, erit quãtitas plani numeri ex primo in quartũ facti, cuius plani datur vnum latus, nempe primus numerus: quare per primum diuiso plano, prodibit latus alterũ, nempe numerus quartus, qui per dictam propositionem erit proportionalis: vt dentur

Exemplum 2.6.18 continuò proportionales, duc 6 in 18, & fiunt 108. quẽ diuide per 2, & fiunt 54, qui est quartus numerus proportionalis. Omnino eadem ratione colligetur quartus proportionalis, quando tres dati numeri habent diuersas

Exempl. rationes. Vt si 8 dant 12, quot dabunt 20? Duc 20 in 12, & fiunt 240, quem numerũ diuide per 8, & prouenient 30. Dico, qualis est ratio 8 ad 12, talis est ratio 20 ad 30: nẽpe subsesquialtera. Hic vsus problematis dicitur rectus, quia recto ordine dantur tres priores numeri.

Vsus inuersus. Alter vsus huius problematis est inuersus, vtpote quod ordine legitimo non proponãtur tres priores numeri, sed perturbentur: at vbi tres numeri dati ad legitimum ordinem fuerint conuersi, beneficio huius problematis inue-

Exempl. nietur quartus. Vt si quum venditur tritici mensura (quæ cafiz

cafiz dicitur) 80 ₰ dantur 14 vnciæ panis 4 denarijs: quãdo cafiz venditur 70 ₰, quot vnciæ dandæ erunt 4 denarijs? Inuertes sic, si 70 ₰ dant 80 ₰, quot dabunt 14 vnciæ. nam ea ratione qua pretium minuitur, vnciæ panis sunt augendæ. duc itaq; 80 in 14, & fiunt 1120, quæ diuide per 70, & prouenient 16 vnciæ panis exhibendæ 4 denarijs: debet enim pretium cum pretio, & vnciæ cum vncijs conferri. Si, vt proponuntur numeri, velis absoluere quæstionem, duces primum in secundum, & productum diuides per tertium, & proueniet quartus, quod idem est: vt si cùm *Exemplum* venditur amphora vini 5 ₰, dantur pro singulis denarijs 6 vnciæ vini: quot dabuntur, cùm amphora vendetur 4 ₰? duc 5 in 6, & sunt 30, quæ diuide per quatuor, & proueniẽt 7 vnciæ cum $\frac{2}{4}$ id est $\frac{1}{2}$ vnciæ exhibendæ denario. Item, si *Exempl.* 30 fabri conficiunt triremem 40 diebus, 100 fabri quot diebus conficient? duc 30 in 40, & sunt 1200, quæ diuide per 100, & prouenient 12 dies. Vel sic perturbatim propones. 30 fabri faciunt triremem 40 diebus, vt absoluatur *Exempl.* triremis 12 diebus, quot fabris est opus? duc 30 in 40, & fiunt 1200, quæ diuide per 12, & prouenient 100 fabri. Innumeræ quæstiones huiusmodi contingunt inuersis numeris. Ordo autem legitimus est, vt conferas res eiusdem *Ordo legitimus.* generis inter sese, & quam hæ habent inter sese rationem, talem reliquæ alterius generis inter sese sunt habituræ. Quando partes, seu fractiones adhærebunt integris, absoluetur supputatio per problemata de fractionibus integrorum tradenda.

Examen.

Examinata multiplicatione secundi per tertium, & diuisione producti per primum, necessariò prodibit verus quartus proportionalis. Examen regium, inuento quarto ex tribus prioribus, quæres eadem methodo ex tribus posterioſterioribus primũ, qui ſi ſit æqualis primo erit recta ſupputatio. Item ſi duxeris primum per quartum, & productum diuiſeris per tertium, prouenire debet ſecundus: & ſi diuiſeris illum productũ per ſecundũ, prouenire debet tertius. Vſus varios huius problematis, ad innumeras ambages extricandas, quæ emergunt ex mercatorum commercijs, potes ex immenſa turba Arithmeticarum petere: quæ à vulgaribus practicæ dicuntur. Nos enim inſtitutiones ac methodos vniuerſales ſupputandi, futuro Mathematico ac potiſsimum Aſtrologo, tradimus.

PROBLEMA 9.

Numeros gradatim procedentes in vnum unmerum, expeditius quam per primum problema, cõponere.

Recẽtiores logiſtæ numeros gradatim procedẽtes, progreſsionem Arithmeticam vocant, qua numeri æquali exceſſu progrediuntur, quæ ratio ſupputandi inutilis eſt futuro Mathematico, quandoquidem raro aut nunquam vſurpatur. Si autẽ libeat ſcire, quî expediatur huiuſmodi compoſitio: ſic facito, compone primum & vltimum, & producti medietas ducetur per numerum ipſorum: aut medietas numeri ipſorum ducetur per compoſitũ ab extremis, & proueniet ſumma totius. Vt ſint numeri gradatim procedentes 1.3.5.7.9.11.13.15. Iungo 1 cum 15, qui ſunt extremi & ſunt 16, cuius numeri medietas ſunt 8, duc 8 in 8, nam octo dati ſunt numeri, & fiunt 64, quanta eſt ſumma datorum numerorum. Vel duc 16 conflatum ab extremis in 4, medietatem 8 numerorum, fiuntq; 64. *Exemplum*

Pro-

PROBLEMA 10.

Datos quoſcunque numeros continuò proportionales, expeditius quam per primum problema, in vnum componere.

Hoc problema non tam vtile eſt aſtronomo, quam decorũ, ideo explicatur. Numeros cõtinuò proportionales, recentiores vocant progreſsionem Gæometricam, vt 1. 3. 9. 27. 81. 243. Primum ſcies minimos numeros datæ *Exemplum* rationis, qui in hoc exemplo ſunt 1. 3. Duc numerum minimum eius rationis in minimum eius progreſsionis, ſeu continuæ proportionis: Deinde duc numerum maiorem datæ rationis in numerum maiorem datæ continuæ proportionis. Vt in dato exẽplo, duco 1 in 1, & ſunt 1: deinde duco 3 in 243, & fiunt 729. Subtrahe productum ex minimo termino rationis in minimum numerum continuæ proportionis, & remanent 728, hanc differentiam diuide per differentiam inter minimos terminos datæ rationis, ſcilicet per 2, & prouenient 364, ſumma datæ continuæ proportionis. Idem aliter ex Euclidis 35. propoſitione *Aliter.* 9. libri, quæ ita habet, ſi fuerint quotcunq; numeri continuò proportionales, auferantur verò à ſecundo & vltimo æquales primo, vt ſe habet exceſſus ſeu differentia ſecundi ad primũ, ita differẽtia extremi ad omnes, qui ante ipſum ſunt. Vt in dato exemplo differentia ſecundi ad primum eſt 2, differẽtia vltimi ad primum ſunt 242. itaq; vt 2 ad 1, ita 242 ad omnes numeros, qui ſunt ante vltimum. Ergo ſi diuidas 242 per 2, prouenient 121: omnes itaq; numeri ante 243, efficiunt 121, quibus adde vltimum, id eſt 243, & fiunt 364, vt prius.

S E-

SECVNDVS
LIBER DE PARTIBVS
continuorum (quas fractiones seu segmenta vocãt) supputandis.

VT vnitatum aceruatione in immensum numerus crescit, sic vnitas dum in infinitum secatur, semper decrescit. Vnũ enim à Mathematicis dicitur, quod suis terminis cõtinetur, ac proinde quantũ intelligitur, quæ dicitur continua quãtitas. Omne autem continuum secari potest in semper diuidua, nec vnquã deuenietur ad puncta indiuidua, quòd infiniti non sit medietas, nec tertia, nec vlla pars: alioqui si partẽ ab aliquo numero denominatã haberet, iam finiretur illarum partium numero, & quia omne diuiduum constat ex infinitis punctis, ideo non potest diuisio ad indiuidua puncta peruenire. Itaq; si monas seu vnitas in duo æqua secetur, eius vnaquæq; medietas dicetur $\frac{1}{2}$ vnum secundum, vel vnum ex duobus, à latinis semis. Si in tres partes vnaquæq; tertia pars, vel triẽs $\frac{1}{3}$ vnũ ex tribus dicitur: $\frac{1}{4}$ quarta vel quadrãs: $\frac{1}{5}$ quinta vel quintans, &c. Numerus supra virgulam collocatus numerator, infra virgulam denominator dicitur. vt in $\frac{4}{5}$ 4 dicitur numerator, 5 denominator.

Aristotelis 1. cap. 1. li. de cælo.

Numerator. Denominator.

Partiũ duo sunt genera, quædam simplices, quibus primo sectione secatur corpus, aliæ sunt particulæ partium, vt cum post primam sectionẽ vnaquæq; pars in alias particulas secatur, quæ ex prima sectione fiunt μοιρίαια, aut μοιραὶ partes, verum quæ ex parte in particulas secta fiũt, μέρη

μέρη à Græcis dicũtur, particulę à nostris dici possũt: à recentioribus quibusdã fractiones compositæ, quæ notãtur sic $\frac{2}{3}\,\frac{1}{5}$ duo trientes quintantis: hæc cum inciderint, contestim ad partes simplices reducentur, cuius reductionis modus ex 5. problemate huius petetur.

Enumeratio.

Enumeratio partium est earum valoris expressio, cum obseruatione, num integra contineãt, necne. Quoties cunq; enim numerator partis est æqualis denominatori, vt $\frac{4}{4}$ partes continent vnitatem, & perinde sunt $\frac{4}{4}$ ac $\frac{1}{1}$ nempe 1. Quando numerator partiũ denominatore fuerit maior, tunc continent plusquam vnum. Diuide tum numeratorem per denominatorem, & proueniunt vnitates, vt $\frac{27}{9}$ erunt $\frac{3}{1}$, seu 3.

Annotatio.

Deinde sciendũ, existentibus ęqualibus numeratoribus, eam fractionem esse maiorem, cuius denominator est minor, vt dictum est inter communes animi conceptiones, vt $\frac{2}{3}$ maiores sunt $\frac{2}{5}$. Item omnes partes esse æquales, quarum numeratores rationem eandem habent cum suis denominatoribus, vt $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{8}{12}$ sunt æquales partes: vt patet ex definitione numerorum proportionaliũ. Item integra reduci ad fractiones, seu ad partes, ducto numero integrorum in denominatorem partiũ, vt si ex 8 integris velis facere septimas, duc 8 in 7, & sunt $\frac{56}{7}$.

PROBLEMA I.

Datarum partium minimos numeros, æquales cum ipsis partes efficientes, inuenire.

De abreuiandis fractionibus.

Aut denominator & numerator partium sunt numeri ad inuicem primi, vt $\frac{7}{4}$, & tunc per propo. 23. libr. 7. sunt minimi numeri illarũ partium & omnium cum illis æqualium.

Quî cognoscētur numeri ad inuicem primi. lium. Si verò primi ad inuicem fuerint, per 1. propo. li. 7. vno ab altero reciprocè ablato semper minore à maiore, qui relinquetur nullo modo metietur præcedētem, donec à principio sumpta fuerit vnitas: vt si proponantur 7 & 4 si à 7 demas 4, remanēt 3: si verò à 4 demas 3, remanebit 1. quare sunt adinuicem primi. *Quî inueniatur maxima mensura cōis.* Si verò non sint adinuicem primi, vno ab altero reciprocè ablato semper minore à maiore, qui relinquetur vtrunq; metietur, eritq; per 2. septimi, relictus numerus maxima mensura communis vtriusq;, considera tunc quoties in vtroq; maxima mensura communis cōtineatur: nam illi numeri erunt minimi partium æqualium cum ipsis. Vt si proponantur $\frac{8}{12}$: abstrahe 8 à 12, & remanent 4. abstrahe 4 ab 8, & remanēt 4, qui erit maxima mensura communis 12 & 8. in 12 continentur 4 ter, in 8 bis: quare $\frac{2}{3}$ sunt partium $\frac{8}{12}$ æqualium cum ipsis minimi numeri. Quod erat faciendum.

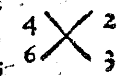
PROBLEMA 2.

Minimos numeros, quos datæ partes metiuntur inuenire.

Hæc ex 36 & 37 septimi colligitur. Si denominatores datarum partium sint numeri ad inuicem primi, duc eos inter sese, & producetur minimus ab eis mensuratus. vt $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ minimum numerum mentiuntur 60. Nam si ducas 3 in 4 sunt 12, & 12 in 5 sunt 60, infra quem numerū nullus est qui habeat $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$. Si denominatores sint numeri adinuicem compositi, si se metiuntur proportionaliter, vt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$, tum maximus eorū est minimus mensuratus ab illis. 8. enim habet $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$. Si verò non metiantur se proportionaliter, vt si quæras quis sit minimus numerus mēsuratus ab $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{6}$: nam 3 metiuntur

tiuntur

tiuntur 6, non autem 4. & 4 & 6 sunt numeri ad inuicem cōpositi, omittes $\frac{1}{3}$ quia omnis numerus habens partem aliquam, habet omnes partes denominatas à sub multiplicibus eius denominatoris, *Nota.* & quæres numeros ad se inuicem primos, per præcedentem, qui metiantur 4 & 6, & sunt 2, & 3, quos ad latus eorum quos mensurāt collocabis sic, decusse interposita, & duces 4 in 3 vel 6 in 2 & sunt 12, qui est minimus mensuratus à $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{6}$: eadē ratione $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ minimum metientur 24. debet enim reijci vna quarta, quia numerus habens $\frac{1}{8}$ necessariò habet $\frac{1}{4}$. Hoc idem est cum ratione inueniendi minimos numeros, qui habeant datas partes.



PROBLEMA 3.

Datam, aut datas partes ad alias cuiuscunque denominationis sibi æquales conuertere.

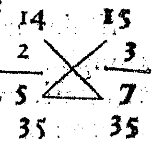
Si denominatores partium sint numeri ad se inuicem compositi, tum ex 8. problemate primi libri inuenietur facillimè. vt dentur $\frac{2}{3}$ conuertendæ ad $\frac{}{6}$ dicito si 3 dant 2: quantum dabunt 6? & inuenio 4, locanda supra, sic $\frac{4}{6}$, erunt itaq; $\frac{2}{3}$ quatuor sextæ. Si verò sint numeri ad se inuicem primi, tunc fiet simili modo, sed accident particulæ partium, vt sint $\frac{3}{7}$ conuertendæ ad $\frac{}{5}$, dicito si 7 dant 3: quantum dabunt 5? & inuenio respondere $\frac{2}{5}$, & remanet 1, quæ est dicenda $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$. Nam ad quintas conuertis septimas, & illa vnitas, quæ remanet ex 15 diuisis per 7 necessariò est $\frac{1}{7}$, quia per 7 diuidis. Quare $\frac{3}{7}$ idem sunt quod $\frac{2}{5}$ cum $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$. Nam vt docebimus problemate 4. $\frac{2}{5}$ cum $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$ efficiunt $\frac{75}{175}$, quæ idem sunt cum $\frac{3}{7}$.

PROBLEMA 4.

Datas quascunque partes quarucunque denominationũ, ad partem vel partes eiusdem denominationis cum datis æquales, conuertere.

Per secundum problema huius inuenies minimum numerum, quem datæ partes mensurãt, & illum diuides per earum partium denominatores, & quoti prouenientes supra scripti minimo numero ab eis demensurato, erunt reducti ad partes eiusdem denominationis, vt per 2. problema, minimus numerus mensuratus à $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ est 60. Diuide 60 per 3 & prouenient $\frac{20}{60}$, nẽpe $\frac{1}{3}$, diuide per 4 & prouenĩet $\frac{15}{60}$, id est $\frac{1}{4}$, diuide per 5 & prouenĩet $\frac{12}{60}$, scilicet $\frac{1}{5}$.

Si partes datæ sint eiusdem denominationis, non est *Aliter.* opus problemate: alioqui, sint verbi gratia $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{7}$ conuertẽdæ ad vnam denominationem, dispone vt vides, posita decusse inter datas partes.



Duc per 5 denominatorẽ primæ, 3 numeratorem secundæ, & scribe 15 supra 3, deinde duc per 5, 7 denominatorem secundæ, & sunt 35, quæ scribe sub 7. Præterea duc per denominatorem secũdæ, scilicet 7, ipsa 2 fientq; 14 scribenda supra 2, & per eadem 7 duc 5, & fient 35 scribenda infra 5. Erunt itaq; $\frac{2}{5}$ conuersæ ad $\frac{14}{35}$, & $\frac{3}{7}$ conuersæ ad $\frac{15}{35}$.

Quod sic demõstratur. 2 & 5 ducta sunt per 7: habebũt itaq; producta ex 7 in 2 & ex 7 in 5, scilicet 14 & 35, per propo. 17. lib. 7. eandem rationem, quam habent 2 & 5: & per eandem propositionem 15 & 35, facta ex ductu 5 in 3 & 5 in 7 habebunt eandem rationem, quam habent 3 & 7.

quare

quare ex annotatione tradita in initio huius libri, æquales partes sunt $\frac{2}{5}$ cum $\frac{14}{35}$, & $\frac{3}{7}$ cum $\frac{15}{35}$ quod erat faciendũ.

Additio. Hinc pronum est cuiuis partes colligere. Nam si sint eiusdem denominationis, colligentur numeratores & subscribetur denominator, vt $\frac{3}{5}$ & $\frac{4}{5}$ efficiunt $\frac{7}{5}$, scilicet 1 & $\frac{2}{5}$. Si verò fuerint datæ partes diuersarum denominationum per pręsens problema reducentur ad eandem denominationem, postea colligentur, vt $\frac{2}{5}$ sunt $\frac{14}{35}$: $\frac{3}{7}$ $\frac{15}{35}$, si iungas $\frac{14}{35}$ cum $\frac{15}{35}$, fient $\frac{29}{35}$.

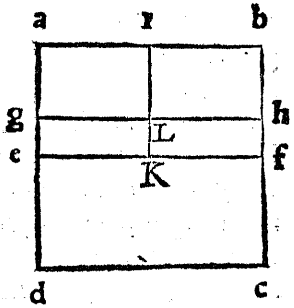
Subtractio Deinde facilè vnam partem ab alia subtrahemus. Nam si sint eiusdem denominationis, minor numerator subtrahetur à maiore, & subscribetur denominator. Vt si subtrahas à $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$, remanebit $\frac{1}{5}$. Si sint diuersarum denominationum reducentur per præsens problema ad eandem denominationem. vt si subtrahãtur à $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{5}$, cõuertentur $\frac{3}{7}$ ad $\frac{15}{35}$ & $\frac{2}{5}$ ad $\frac{14}{35}$, & remanebit, subtractis $\frac{2}{5}$ à $\frac{3}{7}$ $\frac{1}{35}$.

PROBLEMA 5.

Datas partes in alias quascunque multiplicare.

Dum integra per integra ducuntur, semper fit maior numerus, & vnitates augentur: at dum pars per aliam partem ducitur, semper fit pars denominationis maioris, sed reipsa minor ijs, ex quarum ductu fit. Similiter si vnitas ducatur in quancunq; partem, fit semper eadem pars: vt, quum ducitur vnitas in quemcunq; numerum, fit semper idem met numerus. Quare si multiplices 1 per $\frac{1}{2}$ fit medietas, si per $\frac{1}{3}$ fit $\frac{1}{3}$ &c. Et si ducas $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{2}$ fit $\frac{1}{4}$, si $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{3}$ fit $\frac{1}{6}$, si $\frac{1}{2}$ ducatur per $\frac{1}{4}$ fit $\frac{1}{8}$, quod ita demonstratur. Sit a b linea 1, quæ ducatur in sese fiet quadratum a c: sumatur a e medietas ipsius a b. Si itaq; a b, 1 ducas

 in a e



in a e $\frac{1}{2}$, fiet a f rectangulum, medietas quadrati a e, per 1. propositione 6. quod si ducas a b. 1. in a g eius $\frac{1}{3}$ fiet rectangulũ a h, quod est tertia pars quadrati a c per 1. propositionem 6. vnde patet vnitatem ductam per quamuis partem efficere illammet. Ad hæc si ducas $\frac{1}{2}$ lineæ a b, nempe a 1, in a e, medietatem lineæ a d, æqualis ipsi a b, fiet rectãgulum a k, quod est $\frac{1}{4}$ totius quadrati a c: & si ducas a 1, id est $\frac{1}{2}$ a b, in a g, id est $\frac{1}{3}$, fiet rectãgulum a l, quod est sexta pars quadrati a c. Quare $\frac{1}{2}$ ducta in medietatem procreat $\frac{1}{4}$: & $\frac{1}{2}$ ducta in $\frac{1}{3}$ facit $\frac{1}{6}$. Quod erat demonstrandum.

Canõ multiplicationis partiũ.

Ducturus itaq; vnam partem in alteram, multiplica numeratorem vnius, in numeratorem alterius, & fiet numerator: deinde multiplica denominatorem vnius, in denominatorẽ alterius, & fiet denominator partis productæ: vt si ducas $\frac{3}{5}$ in $\frac{4}{7}$, duc 3 in 4 & sunt 12, deinde 5 in 7 & sunt 35, quæ scribe interposita virgula ipsis 12, & fient $\frac{12}{35}$.

Particularũ ad ptes conuersio.

Ex hoc canone etiam poteris quascunq; partiũ particulas, ad partes cõuertere, vt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$, est $\frac{1}{14}$: & $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ sunt $\frac{6}{15}$. Nã canone multiplicationis cõuertũtur ad primas partes.

Multiplicatio integrorum in partes.

Si integra ducas in partes, dispones integra ad formam partium: vt si ducas 9 integra in $\frac{5}{7}$ subscribes ipsis 9 vnitatem sic $\frac{9}{1}$, & secundum hunc canonem inuenies $\frac{45}{7}$, id est 6 vnitates & $\frac{3}{7}$. Qui modus est expeditior, quàm vt 9 conuertas in $\frac{63}{7}$, & deinde multiplices per hunc canonẽ $\frac{63}{7}$ in $\frac{5}{7}$.

Integra p integra cũ ptibus.

Si integra duxeris per integra & partes: vt 8 per 7 cum $\frac{3}{4}$, ex 8 efficies $\frac{8}{1}$, ex 7 cum $\frac{3}{4}$ efficies $\frac{31}{4}$, conuersis 7 ad $\frac{28}{4}$, & additis $\frac{3}{4}$. Ducesq; secundum hunc canonem $\frac{8}{1}$ per $\frac{31}{4}$, & ductis 8 in 31, fiunt 248, & 1 in 4, & fiẽt 4, id est

$\frac{248}{4}$

$\frac{248}{4}$: quod si diuidas 248 per 4, prouenĩet 62. Tot itaq; fiunt ductis 8 in 7 cum $\frac{3}{4}$. Idem aliter more vulgarium.

Aliter.

Dispone numeros quemadmodum in integrorum multiplicationibus, & accipe quartã partem ipsorum 8, & sunt 2: & quia sunt $\frac{3}{4}$ accipies 2 ter, & pones 6. Deinde duc 7 in 8, & sunt 56, & fient 62, vt prius. Vel sic multiplica 3 numeratorem $\frac{3}{4}$ in 8, & fiunt $\frac{24}{4}$, & prouenient 6 integra notanda, vt prius, sub 7 &c. vt proximè ante. Prorsus similiter est agendum, quãdo integra cum partibus, per integra ducuntur.

8 per $\frac{3}{4}$
7
6
56
62

Integra cũ partibus p integra cũ partibus.

Si integra cum partibus ducantur in integra cum partibus, integra multiplicandi conuertes ad partes ipsius, & integra multiplicantis ad partes ipsius, & colliges singulas partes multiplicandi, & multiplicãtis, & secundum hunc canonẽ multiplicabis. vt si ducas 8 cum $\frac{1}{2}$ per 7 cũ $\frac{3}{4}$, ex multiplicãdo efficies $\frac{17}{2}$, ex multiplicãte verò $\frac{31}{4}$, quæ ducta secundum canonem efficiunt $\frac{527}{8}$, quæ sunt 65 cum $\frac{7}{8}$. Hoc idem posses efficere, vt diximus solitos facere vulgares.

PROBLEMA 6.

Datam vel datas partes, per aliam vel alias quascunque diuidere.

Diuisio reciproca esse debet multiplicationi: quum itaq; per multiplicationem partium proueniant partes minores, etsi maioris denominationis, diuisione partium prouenient partes illæ, ex quarum multiplicatione ipsæ factæ sunt. Idcirco quia vnitas ducta in medietatem facit medietatem: si medietas diuidatur per medietatem, proueniet vnitas. Si verò medietas diuidatur per vnitatẽ, proueniet medietas: & sic de alijs partibus factis ex du-

ctu

ctu vnitatis in ipsasmet. Præterea si ex ductu $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{2}$, fit $\frac{1}{4}$: diuisa $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{2}$, proueniet $\frac{1}{2}$. Atq; si ex ductu $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{3}$ fit $\frac{1}{6}$: diuisa $\frac{1}{6}$ per $\frac{1}{3}$ proueniet $\frac{1}{2}$: si verò eâ diuidas per $\frac{1}{2}$ proueniet $\frac{1}{3}$. Et si ex ductu $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{4}$ fit $\frac{1}{8}$, diuisa $\frac{1}{8}$ per $\frac{1}{4}$, proueniet $\frac{1}{2}$: & diuisa $\frac{1}{8}$ per $\frac{1}{2}$, proueniet $\frac{1}{4}$. Ex schemate proximè præcedentis problematis poteris intelligere hæc verissima esse. Nam si diuidas a f rectangulũ, vtpote $\frac{1}{2}$ quadrati a c, in a e $\frac{1}{2}$, proueniet a b vnitas: si verò diuidas per a b vnitatem, proueniet a e $\frac{1}{2}$. At si diuidas a k rectangulum, scilicet quartam partem quadrati a c, per a e medietatem, ex qua factum est, proueniet a i medietas ipsius a b: atq; ita de reliquis.

Annotatio. Non est iam quod miretur tyro, cur diuidatur pars minor per maiorem, nec cur pars ex diuisione proueniens sit maior diuidẽda. Nã si ducta parte in alterã necessario fit pars minor, quum in vnitatum multiplicatione semper proueniat maior numerus, cur non etiam necessario sequetur, vt diuisa illa parte, quæ ex multiplicatione procreata est, per alterã earũ, ex quibus facta est, fiat reliqua, & diuidatur minor pars per maiorem, atq; ex diuisione minoris partis per maiorem proueniat maior pars: quum diuisio necessario respondeat multiplicationi, vt resolutio compositioni. In partium diuisione numerus quotus, seu pars proueniẽs ex diuisione indicat rationem, quã habet pars, quæ diuiditur ad diuidentem: vt si diuidas $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{2}$ proueniunt $\frac{2}{4}$, nempe medietas. Quam itaq; rationem habet numerator partis prouenientis ad denominatorem, vt in dato exemplo 2 ad 4, eandem habet pars, quæ diuiditur ad diuidentem, nempe $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{2}$.

Canon diuisionis. Duc numeratorem diuidendæ partis in denominatorem diuidentis, & fiat productũ numerator: duc deinde denominatorem diuidendæ in numeratorem diuidentis, & fiat productum denominator, & interiecta lineola, erit facta diuisio. Vt si diuidas $\frac{3}{5}$ per $\frac{1}{7}$, fient $\frac{21}{5}$: cuius examen est. Nam si ducas $\frac{1}{7}$ per $\frac{21}{5}$ prouenient $\frac{21}{35}$, quæ per problema 1. huius efficiunt $\frac{3}{5}$. *Exemplũ.*

Exempl. Si diuidas integra per partes, vt si sint diuidenda 8 per $\frac{3}{5}$ dispones 8 forma partium, sic $\frac{8}{1}$. Et ducito 8 in 5 & fient 40, scilicet numerator partium prouenientium, duc 1 in 3 & fiunt 3, scilicet denominator prouenientium partium, interiecta verò virgula fiunt $\frac{40}{3}$, nempe 13 integra, & $\frac{1}{3}$.

Si diuidas integra per integra cum partibus, integra seorsum data dispones forma partium, integra reliqua conuertes ad suas partes, & colliges omnes partes. Diuidesq; deinde vt iubet canon. Vt si diuidas 9 per 5 & $\frac{1}{3}$. *Exempl.* Diuides $\frac{9}{1}$ per $\frac{16}{3}$ & proueniẽt $\frac{27}{16}$, id est 1 & $\frac{11}{16}$. Idem *Aliter.* aliter ex 9 ductis per 3 fac 27, quæ erunt tertiæ: ex 5 & $\frac{1}{3}$ ductis per 3 fac 16 tertias: diuide modo vt dictum est problemate 4. primi libri, & fient 1 & $\frac{11}{16}$. Hæc ratio diuidendi emergit ex 17 septimi. Eadem methodo diuides integra cum partibus per integra.

At si integra cum partibus per integra cum partibus diuidas: integra diuidẽda cõuertes ad suas partes & addes partes, integra diuidentia cõuertes ad suas partes & addes partes: facta conuersione vtriusq;, operaberis iuxa canonem. Vt si diuidas duo integra cum $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ per 4 integra *Exempl.* & $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$ conuertes $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ per 4 problema huius ad $\frac{5}{6}$ & ex 2 integris efficies $\frac{12}{6}$, quæ sunt collectæ cum aliis $\frac{17}{6}$. Deinde ex $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$ facies $\frac{8}{15}$, ad quas conuertes 4 integra diuisoris, erũtq; omnes $\frac{68}{15}$. Si verò diuidas $\frac{17}{6}$ per $\frac{68}{15}$ prouenient $\frac{255}{408}$, quæ sunt $\frac{85}{136}$. Examen, ducito *Examen.* modo $\frac{85}{136}$ per $\frac{68}{15}$, & fiunt $\frac{5780}{2040}$, quæ sunt $\frac{17}{6}$, nam ex problemate 8. primi libri. Qualis est ratio 5780 ad 2040, eadẽ est 17 ad 6. quare si 2 integra cum $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ diuidas

N per

per 4 & $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$ prouenient $\frac{85}{156}$, quæ sunt $\frac{5}{8}$ i

PROBLEMA 7.

Latus tetragonicum datarum partium inuenire.

Si denominator & numerator datarum partium habeant latera tetragonica, ea suis locis disponentur interposita virgula. *Exemplū.* Vt latus tetragonicum $\frac{4}{9}$ sunt $\frac{2}{3}$, & latus tetragonicum $\frac{16}{25}$ sunt $\frac{4}{5}$: nam $\frac{2}{3}$ ductæ in se faciunt $\frac{4}{9}$, & $\frac{4}{5}$ ductæ in se faciunt $\frac{16}{25}$. Si verò non habuerint latera quadrata, ex problemate 5. li. 1. accipies numeratoris propinquum latus, & denominatoris similiter, & latus numeratoris constitues supra latus quadratum denominatoris, & interpones virgulam. Vt latus quadratum $\frac{5}{11}$ est *Aliud.* $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$. Nam latus quadratum 5 est 2 & $\frac{1}{5}$, & latus quadratum 11 est 3 & $\frac{2}{7}$. Sed hæc methodus quò propinquior est pars vni integro, tantò est fallacior. Nam esset latus quadratum $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{2}$ & $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$, id est 1 & $\frac{2}{25}$, quod *Aliter.* est falsum. Aut quod est certius, additis tribus paribus ciphrarum numeratori, & totidem denominatori, erit latus quadratū numeratoris 2236 superponendum lateri quadrato denominatoris, nempe ipsis 3316. Sic $\frac{2236}{3316}$, quæ partes erunt latus quadratum $\frac{5}{11}$. Nec opus est hos duos numeros diuidere per 60, vt conuertantur ad minuta & secunda, vt vitetur labyrinthus particularum partium. Si *Nota.* verò datæ partes non habeant latera quadrata: at reducta ad minorem denominationem habuerint, tunc cōuertes ad minorem, & earum quæretur latus. Vt $\frac{8}{18}$ idem sunt, quod $\frac{4}{9}$, quarū latus quadratum erunt $\frac{2}{3}$, quæ etiā sunt latus quadratum $\frac{8}{18}$.

PRO-

PROBLEMA 8.

Latus cubicum datarum partium inuenire.

Si numerator & denominator habent latera cubica, ea dispones informam partium, & erit peractum. *Exemplū* Vt latus cubicum ipsorū $\frac{8}{27}$ est $\frac{2}{3}$: nam si cubicè ducas $\frac{2}{3}$, efficies $\frac{8}{27}$. Si verò non habeant latera cubica, sed conuersa ad minorem denominationem habuerint: tum illarum cubicum latus accipietur pro cubico omnium partiū æqualium cum ipsis. Vt $\frac{16}{54}$ & $\frac{24}{81}$ latus cubicū erunt $\frac{2}{3}$ quia $\frac{16}{54}$ & $\frac{24}{81}$ sunt æquales $\frac{8}{27}$, quarum latus cubicum est $\frac{2}{3}$. *Aliud.* Si verò careant latere cubico, inuenies eorum propinqua latera, quemadmodum docuimus problemate 6. primi libr. & latus cubicum numeratoris collocabis supra latus cubicum denominatoris interiecta virgula: atq; illud erit latus cubicum datarum partium. Vt si quæras latus cubicum $\frac{10}{29}$: *Aliud.* latus cubicum 10 est 2 & $\frac{2}{19}$, & latus cubicum 29 est 3 & $\frac{2}{37}$: quare erit latus cubicum ipsarum $\frac{10}{29}$ $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{19}$ $\frac{2}{37}$, quę methodus quò pars est propinquior vni integro, tantò est fallacior. Nam esset latus cubicum $\frac{9}{10}$, $\frac{2}{2}$ & $\frac{1}{19}$ $\frac{2}{19}$, id est 1 $\frac{2}{361}$, quæ cubicè ducta longè superant $\frac{9}{10}$: *Aliter.* Vel quod est certius si eorum quærantur lateta cubica, additis ternionibus binis ciphrarum, latus cubicum $\frac{10}{29}$ erit $\frac{215}{307}$.

PROBLEMA 9.

Datis duabus partibus tertiam continuò proportionalem inuenire.

Dentur $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$, quæritur pars tertia cōtinuò proportionalis. Quemadmodū docuimus problem. 7. primi lib.

N ij duc

duc $\frac{1}{4}$ in se, & fit $\frac{1}{16}$, quam diuide per $\frac{1}{2}$ & fiũt $\frac{2}{16}$, quæ reductæ ad minorem denominationem efficiunt $\frac{1}{8}$, quæ est pars tertia continuò proportionalis. Sic continuabis in integris & partibus eandem rationem, modo integra conuertas ad suas partes.

PROBLEMA 10.

Datis tribus partibus quartam proportionalẽ inuenire.

Exemplũ. Si datæ tres partes sint continuò proportionales, duc quadratè tertiam, & productum diuide per secundam, & habebis quartam proportionalem, vt datis $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$, reperies quartam continuò proportionalem esse $\frac{1}{16}$: aut duc secundã in tertiam, siue sint cõtinuò proportionales, siue non, & productum diuide per primam, & prodibit quarta proportionalis: vt si $\frac{2}{3}$ dant $\frac{1}{7}$: quantã dabit $\frac{1}{5}$? duc $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{7}$, & fit $\frac{1}{35}$, quam diuide per $\frac{2}{3}$, & fiunt $\frac{3}{70}$. Aliud.

Lubenter accommodassem problemata progressionũ, & numerorum continuò proportionalium colligendorũ partibus colligendis, si aliquid vtilitatis essent allatura: sed quia non solum non prosunt, verũ etiam obsunt, proinde missa facimus.

PROBLEMA 11.

Numerorum planorum altera parte longiorum latera inuestigare.

[illegible]

Hi numeri fiunt ex ductu duorum numerorũ inæqualium: quum autẽ inæquales contingat esse infinitos, debẽt dari minimi numeri rationis, quã habitura sunt illa latera. Noteturq; illa ratio forma partium, & per eam diuidetur datus numerus, cuius quoti accipietur latus tetragonicũ, eritq; latus minimum dati numeri. Canon.

Exemplũ. Vt sint 48 disponenda figura plana, cuius vnum latus ad alterũ habeat rationem triplã, disponentur minimi numeri rationis triplæ forma partium, sic $\frac{3}{1}$: diuide itaq; 48 per $\frac{3}{1}$ & prouenient 16, cuius numeri latus tetragonicum sunt 4. qui numerus est minimum latus: quod si 48 diuidas per 4, prouenient 12, quæ sunt alterum latus, quod ad 4 habet rationem triplã.

Aliud. Sit idem numerus disponendus figura altera parte longiore, & latera se habeant in ratione sesquitertia, vt est 4 ad 3, formetur hæc ratio sic $\frac{4}{3}$, diuide 48 per $\frac{4}{3}$, fientq; $\frac{144}{4}$, id est 36 vnitates, quarũ latus tetragonicum sunt 6, quod est primum latus dati numeri in data ratione, per quod diuidentur 48, & prouenient 8, quæ sunt alterum latus in data ratione. Quare si 48 sint disponenda figura plana, cuius vnum latus ad alterum habeat rationẽ sesquitertiã, erunt latera 6 & 8. Horũ laterum inuestigationes, vt & tetragonici, cõmodæ sunt ad acies quacunq; figura parallelogramma pro ratione dati loci instruendas.

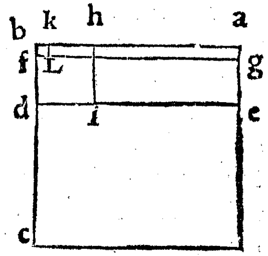
PROBLEMA 12.

Astronomicas partium & sexagesimarum & sexagenarũ multiplicationes per alias quascunque expedire.

Quandoquidem hæ Astronomicarum partium multiplicationes & aliæ supputationes nullo modo differunt ab aliarum partium supputationibus, hæc causa fuit, vt cũ illarum problematis, astronomicarum supputationum problemata coniungeremus. Circulus diuiditur in 360 μοιριαῖα aut μοιρας, id eſt partes, quod fecerũt Aſtronomi, quia numero dierũ anni, nẽpe 365 nullus numerus, qui poſſet in tot partes ſecari, tã propinquus exiſtit, quàm 360. Nam hic fit ex 6 numero perfecto & 60: At hic habet plurimas partes, atq; etiam fit ex 6 numero perfecto & 10, ſub quo omnium numerorum genera continentur. Habetq; 60 ſemiſſem 30, triceſimam 2: trientem 20, viceſimam 3, quadrantem 15, quintandecimam 4: quintantem 12, vnciam ſeu duodecimam 5: ſextantem 10, dextantem ſeu decimam 6. Ad hæc præſefert ſemi diametrum circuli. Nam per 16 quarti, ſemidiameter ſubtendit ſextã circuli partem, ſic ſi ſexies ducas 60, inuenies totum circulum continere 360 partes, quæ & gradus. Vnaquæq; verò pars continet 60 particulas, quæ ſexageſimæ primæ vel ternuia prima, ſeu ſcrupuli ſeu minutiæ, aut minuta dicuntur, ſignãturq; forma partium ſic $\frac{1}{60}$, & per m̄ aut per $\overline{1}$ notãtur. Vnaquæq; prima ſexageſima ſecatur in 60 particulas, quæ ſecundæ ſexageſimæ dicuntur, quare ſecunda ſexageſima erit vna pars termilleſima ſexcẽteſima partis trecenteſimæ ſexageſimæ cerculi, & ſignabitur ſic $\frac{1}{3600}$, aut per $\overline{2}$. vnaquæq; ſecunda continet 60 tertias ſexageſimas, quæ ſignantur per $\frac{1}{216000}$ vel per $\overline{3}$. ſingulæ tertiæ ſecantur in 60 quartas & notabũtur per $\frac{1}{12960000}$ aut per $\overline{4}$. Nam tot quartas continet quæq; pars circuli trecenteſima ſexageſima, atq; ita de cæteris ſexageſimis vſq; ad decimas dici poſſet. Hæ dicuntur ἑξηκοστὰ μέρη. Verum 60 μοιρῶν, id eſt, partes principes circuli efficiunt vnã ἑξηκοντάδα, id eſt, ſexagenam, quæ ſignũ phyſicum ſeu primũ maius à vulgaribus Mathematicis dici deberet. Si colligas 60 ſexagenas primas, id eſt 3600 partes principes circuli, habebis vnã ſexagenam ſecundã: ſi colligas 60 ſexagenas ſecundas, id eſt 216000 partes principes, habebis

habebis vnam ſexagenã tertiam: ſi colligas 60 ſexagenas tertias, id eſt 12960000 principes partes circuli, habebis vnam ſexagenam quartam &c. Vnaquæq; pars princeps, quæ & gradus dicitur, vnitati ſimilis eſt, quæ in quencũq; numerum ducta, illummet gignit. Sic ait Diophantus referente Theone in comment. in 9. caput 1. libr. Magnæ conſtructionis, vnitas in quancunq; ſexageſimam ſiue ſexagenam ducatur, illammet gignit. Notabitur itaq; vnaquæq; pars princeps circuli per $\frac{1}{1}$, & Prima ſexagena per $\frac{60}{1}$, Secunda ſexagena per $\frac{3600}{1}$. Tertia ſexagena per $\frac{216000}{1}$, Quarta verò ſexagena per $\frac{12960000}{1}$.

Quod autem pars ſeu gradus ductus in primam ſexageſimã faciat primã ſexageſimã, demonſtratur ſic. Sint duæ rectæ a b, & b c, quæ efficiant quadratũ a c & vnaquæq; ſit 1 pars prĩceps circuli, ſecetur b c in 60 primas ſexageſimas, ſeu minuta, & ſit b d prima ſexageſima vnitatis, & per 31 primi ducatur parallela d e.



Demonſtratio Theonis.

Poſtquã igitur, vt ſe habet b c ad b d: ita a c ad a d, per 1. propo. lib. 6: at ſexagecuplo maior eſt b c ipſa b d, erit & ſexagecuplo maius a c ipſo a d, eſt aut a c 1, pars princeps quadrata, ergo & a d erit vna prima ſexageſima, quæ continetur ab a b, 1 pte & b d prima ſexageſima. Quare pars ducta per primam ſexageſimã procreat ſexageſimã primã. Similiter ſi accipiamus ſexageſimam partẽ ipſius b d, quæ ſit b f, & per f ducatur parallela f g, erit f a vna ſecunda ſexageſima contenta ſub a b 1 parte & b f vna ſecunda ſexageſima: itaq; pars ducta in ſecundam ſexageſimam creat ſecũdam ſexageſimam, & ita in tertias ducta creabit tertias &c. Deinde prima ſexageſima in primam

ſexage-

sexagesimam ducta, gignit secundam sexagesimam. Diuidatur a b in 60 æqualia, & sit ipsius vna sexagesima prima b h, & ducatur parallela h i, eritq; ipsum b i vna sexagesima prima ipsius d a: at ipsum d a est vna sexagesima prima ipsius c a, erit itaq; b i secunda sexagesima ipsius c a, & continetur b i sub b h & b d primis sexagesimis ipsarum b a vnius & b c vnius partis, quare prima in primam procreat secundam. Rursus prima in secundam ducta parit tertiam, postquam autem a f est vna secunda sexagesima, & eius est sexagesima pars f h: ergo ipsum f h tertia est sexagesima, & cõtinetur sub b h prima sexagesima & b f secunda: quare prima in secundã ducta facit tertiã. Deinde secunda in secundas ducta facit quartas, sumatur ex b h pars sexagesima b k, quæ erit sexagesima secunda, & per k ducatur parallela ipsi b f linea k l: postquam autem f h demonstrata est tertia sexagesima, estq; ipsius sexagesima pars ipsum b l, erit ergo b l quarta sexagesima & continetur sub b k & b f vnaquaq; earum existente secunda sexagesima: quare secunda per secundã ducta facit quartam. Quod autem pars ducta per sexagenas procreet ipsasmet, notum est: quia sexagenæ sunt sexagenariæ collectiones vnitatum: & in quencunq; numerum ducitur vnitas illummet procreat.

Postquam autẽ pars ducta in sexagesimas & sexagenas illammet specie in quam ducitur procreat, reliquum est demonstrare ex analogia seu proportione per 16 & 17 sexti, aut per 19 & 20 septimi, reliquas denominationes ex multiplicatione vnius cuiusq; in alteram ductu prouenientes.

Sexagenæ.							*Sexagesimæ*			
					μοιρὰ					
quint.	*quar.*	*tert.*	*secũ.*	*prim.*	*pars.*	$\overline{1}$.	$\overline{2}$.	$\overline{3}$.	$\overline{4}$.	$\overline{5}$.

Hæ magnitudines sunt continuò proportionales ratione sexagecupla. Sed pars in $\overline{2}$ ducta facit $\overline{2}$, ergo per 17 sexti $\overline{1}$ in $\overline{1}$ facit $\overline{2}$: si pars in $\overline{3}$ facit $\overline{3}$, ergo $\overline{1}$ in $\overline{2}$ facit $\overline{3}$. Item pars, $\overline{2}$, $\overline{4}$, sunt proportionales; sed pars in $\overline{4}$ facit $\overline{4}$: ergo per eandem, $\overline{2}$ in $\overline{2}$ ducta facit $\overline{4}$, & $\overline{1}$ in $\overline{3}$ facit $\overline{4}$. Deinde, pars ducta in $\overline{5}$ facit $\overline{5}$: sed vt se habet pars ad $\overline{2}$, ita $\overline{3}$ ad $\overline{5}$: ergo per 16 sexti, & 19 septimi, $\overline{2}$ ducta in $\overline{3}$ facit $\overline{5}$. Eadem ratione, si accipias quatuor proportionales partẽ, $\overline{1}$, $\overline{4}$, $\overline{5}$, colliges ex $\overline{1}$ in $\overline{4}$, fieri $\overline{5}$. Item si pars in $\overline{6}$ facit $\overline{6}$, faciet $\overline{1}$ in $\overline{5}$ ducta, $\overline{6}$, & $\overline{2}$ in $\overline{4}$ ducta, $\overline{6}$, & $\overline{3}$ in $\overline{3}$ ducta, $\overline{6}$. Quare addendo numeros denominatores, fiet numerus denominationis partis prouenientis ex multiplicatione, siue sint sexagesimæ, siue sexagenæ. *Corollarium.*

Si verò ducas sexagenam per sexagesima eiusdem denominationis, 17 propositione 6. probatur prouenire semper pars, seu vnitas: quia vnitas est medio loco proportionalis, vt ex prima sexagena in $\overline{1}$ sexagesimam, & ex secunda in $\overline{2}$, & tertia in $\overline{3}$, semper prouenit vnitas, nempe pars. At si sint diuersarum denominationum, ex 16 propositione sexti colligetur denominatio proueniens. Vt si ducatur secunda sexagena in $\overline{1}$ sexagesimã: quia secunda, prima, pars, $\overline{1}$, sunt quatuor proportionales, & ex prima in partem ducta fit prima sexagena: quare ex secunda sexagena in $\overline{1}$ proueniet prima sexagena. Sic si ducas primam sexagenam in $\overline{2}$ sexagesimam: quia ex parte in $\overline{1}$ sexagesimam, fit $\overline{1}$ sexagesima, proueniet ex ductu primæ sexagenæ in $\bar{2}$ ſexageſimã $\bar{1}$ ſexageſima, & ita de reliquis erit dicendum.

Corollariũ

Ex quo ſequitur, ſi denominatorem minorem ſubtrahas à maiore, remanebit denominatio proueniens ex multiplicatione ſexagenæ in ſexageſimã. Quod ſi maior denominatio ſit ſexageſimæ, proueniet ſexageſima: ſi minor denominatio ſit ſexagenæ, fiet ſexagena.

Ex problemate 5. huius colligẽtur prorſus eædem partiũ denominationes, ex multiplicatione prouenientes.

Diſpone continua proportione ſexagenas, & ſexageſimas vt partes vulgares, vt vides.

quart.	tert.	ſecun.	prim.	pars.	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\frac{12960000}{1}$	$\frac{216000}{1}$	$\frac{3600}{1}$	$\frac{60}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{3600}$	$\frac{1}{216000}$	$\frac{1}{12960000}$

Duc partem, nempe $\frac{1}{1}$ in quancunq; partem, procreabitq́; eandem ſpecie: vt ſi ducas $\frac{1}{1}$ in $\frac{3600}{1}$ fiet neceſſariò $\frac{3600}{1}$, id eſt, ſecunda ſexagena: Duc $\frac{1}{1}$ in $\frac{1}{3600}$ & fiet $\frac{1}{3600}$, quæ eſt $\bar{2}$ ſexageſima. Et ſic de alijs. Deinde duc $\frac{1}{60}$ in $\frac{1}{3600}$, ſcilicet $\bar{1}$ in $\bar{2}$, & fiet $\frac{1}{216000}$, quæ eſt $\bar{3}$ ſexageſima. Sic ſi ducas $\frac{60}{1}$ in $\frac{3600}{1}$, ſcilicet primam ſexagenam in ſecundam ſexagenam, proueniẽt $\frac{216000}{1}$, ſcilicet tertia ſexagena. Præterea ſi $\frac{1}{3600}$, id eſt, ſecundam ſexageſimam ducas in $\frac{3600}{1}$, id eſt, ſecundam ſexagenam, fient $\frac{3600}{3600}$, quæ ſunt $\frac{1}{1}$, id eſt pars. Atq; ita de reliquis. Quòd ſi ducas ſecundam ſexagenam $\frac{3600}{1}$ in $\bar{1}$, id eſt in $\frac{1}{60}$ prouenient $\frac{3600}{60}$, quæ ſunt $\frac{60}{1}$, id eſt vna prima ſexagena. At ſi ducas $\frac{1}{3600}$, nempe $\bar{2}$ ſexageſimam in $\frac{60}{1}$ fiẽt $\frac{60}{3600}$, quæ ſunt $\frac{1}{60}$, ſcilicet $\bar{1}$ ſexageſima. &c. Ex his demonſtrationibus in gratiam tyronum facta eſt ſequens tabella.

Ta

Tabella denominationum ex multiplicatione genitarum.

	quint.	quar.	tert.	ſecun.	prim.	pars.	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
quint.	deci.	non.	octa.	ſept.	ſext.	quint.	quar.	tert.	ſecun.	prim.	pars
quar.	non.	octa.	ſept.	ſext.	quint.	quar.	tert.	ſecun.	prim.	pars	$\bar{1}$
tert.	octa.	ſept.	ſext.	quint.	quar.	tert.	ſecun.	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$
ſecun.	ſept.	ſext.	quint.	quar.	tert.	ſecun.	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
prim.	ſext.	quint.	quar.	tert.	ſecun.	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
pars	quin.	quar.	tert.	ſecun.	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{1}$	quar.	tert.	ſecun	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$
$\bar{2}$	tert.	ſecun.	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$
$\bar{3}$	ſecũ.	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{4}$	prim.	pars	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{5}$	pars.	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$

Vſus tabulæ.

Sexagenæ literis expreſſæ ſunt, ſexageſimæ verò characteribus numerorum apice ſupra ſcripto. Per prim. intelligitur prima ſexagena, quæ ſignum phyſicum dicitur. Per $\bar{1}$ intelligitur prima ſexageſima, quæ minutũ & ſcrupulus ab alijs dicitur. Accipe in vertice tabulæ denominationem vnam, alteram verò in latere ſiniſtro, & in proſelyde, ſiue angulo communi inuenies denominationem ex multiplicatione genitam.

Quando fit multiplicatio per conuerſionem quid eſt agendum?

Multiplicati numeri partes conuertes ad minimam, reſoluendo eas per ſexagenariã multiplicationẽ, & multiplicantis partes ſimiliter conuertes ad minimas. Deinde vnã in alteram duces, & producto denominationẽ dabis iuxta tabellam denominationũ, deinde diuidẽdo per 60 reduces

O ij ad

ad maiores partes: vt si ducantur 30 secun. 23 primæ sexagenæ, per 39 partes, 28 Ī. Ducito 30 secun. per 60, & fiunt 1800 primæ sexagenæ, quibus addentur 23 primæ sexagenæ, eruntque 1823 primæ. Præterea duc 39 partes per 60, & fiunt 2340 Ī: quibus adde 28 Ī, fiuntque 2368 Ī. Duc modo 1823 primas per 2368 Ī, & prouenient 4316864, quæ dicendæ sunt partes. Nam primæ in Ī ductæ gignũt partes, quas diuide per 60, & fiunt 71947 primæ, relictis 44 partibus. Rursus diuide per 60, & colliges ex 71747 primis, 1199 secundas, relictis 7 primis. Rursus diuide 1199 secundas per 60, & fient 19 tertiæ, & remanent 59 secundæ. Quare si ducas 30 secun. 23 primas sexagenas per 39 partes, 28 Ī, prouenient 19 tertiæ sexagenæ, 59 secundæ, 7 primæ, 44 partes. *Exemplũ*

Quando fit multiplicatio per tabulam proportionalem sexagenariam, quid est agendum?

Tabula proportionalis sexagenaria dicitur, quod ratione sexagecupla componatur, & nullus numerus in eius area reperiatur maior 60. Sed quando ex ductu vnius numeri in alium proueniret maior, aut æqualis numerus 60, pro singulis 60 accipitur 1, vt si essent ducenda 20 per 20, fierent 400, quæ si ad sexagenas reducantur, erunt 6, & 40. Proinde in tabula ad proselydẽ 20 in vertice, & 20 in latere sinistro acceptorum, habes 6.40: ex quibus numeris 6 dicitur sinister, 40 dexter. Dextro quidem denominatio præscripta, in tabella denominationum genitarũ, cõferenda est: sinistro verò numero tribuenda est semper denominatio vno ordine proximè maioris partis. Vt si ducas 20 partes per 20 Ī. notum est prouenturas Ī sexagesimas. Quare quum in tabula proportionali habeas 6.40, erunt

erunt 40, Ī sexagesimæ, 6 verò erunt partes. Si rursus ducas 20 Ī sexagesimas in 20 Ī̄. prouenient 6 Ī̄, 40 Ī̄̄. Si ducas 20 primas sexagenas in 20 secundas sexagenas, prouenient 6 secundæ, 40 tertiæ sexagenæ. Si ducas 20 secundas in 20 Ī̄, prouenient 6 primæ, 40 partes, & ita de reliquis est dicendum. Area tabulæ dicitur quid quid est in tabula præter supremam seriẽ, quæ vertex, caput, & frons dicitur: & præter extimam seriem descendentem ad latus sinistrum.

Dispone numerum multiplicandũ cum suis titulis denominationum, seruata analogia denominationum. Similiter dispones multiplicantis numeri singulas particulas sub titulis proprijs, & subscribes virgulam, ducesque particulam multiplicantis potentia maiorem, per singulas multiplicandi, & sub titulis denominationum, ex multiplicatione prouenientium genitas, collocabis. Deinde secundam particulam multiplicantis similiter duces per singulas multiplicandi, & prouenientes particulas, sub proprijs titulis dispones, & ita ages de reliquis particulis multiplicandi, si plures habeat. Si multiplicandi numeri particulã accipias in vertice tabulæ, multiplicantis accipies in latere sinistro tabulæ, & in proselyde inuenies particulam prouenientem: toties autem ingredieris tabulam, quoties multiplicabis. Si multiplicãdus habeat tres particulas, seu tria segmenta, & multiplicans vnam, ter ingredieris in tabulã. Si verò multiplicans habeat duas, tunc sexies ingredieris in tabulam, & ita de alijs. Non refert, num in fronte, an in latere sinistro tabulæ accipias multiplicandum: sed si hunc accipias in fronte, multiplicantẽ accipies in latere sinistro: quod si multiplicandũ accipias in latere sinistro, tum multiplicantem accipies in fronte tabulæ. *Canon multiplicationũ per tabulam proportion.*

Exemplum.

Sint multiplicandæ per tabulam 67 partes,4 $\overline{1}$,55 $\overline{2}$,per ſemet. Nam hæ dicuntur à Ptolemæo latus tetragonicum 4500. in tabula non reperies 67. proinde conuerte ad ſexagenas & fac 1 primam, 7 partes,4 $\overline{1}$,55 $\overline{2}$. Diſpone vt vides,duc 1 per 1 & reperio in tabula o—1, ex quibus 1 eſt ſecunda, quia prima ducta per primam creat ſecũdam: quare erit o tertia 1 ſecunda, duco primam 1 per 7 partes, & inuenio in tabula o—7, quæ vno interuallo dimiſſo ſcribo verſus dextram: nam ſunt ex ante dictis o ſecundę 7 primæ. Deinde

	ſec.	prim.	part.	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
		1	7	4	55		
		1	7	4	55		
o—	1	7	4	55			
	o	o	o				
	o—	7	49	28	25		
		o	o	6			
		o—	4	28	16	40	
			o	o	3		
			o—	55	25	40	25
				6	3	50	
	1.	14.	59.	59.	14.	10.	25.

duco 1 in 4,& ſunt o—4, quæ noto vno limite dimiſſo, deinde duco 1 per 55 & ſunt o—55,quæ noto verſus dextram vno limite dimiſſo. Præterea duco 7 multiplicantis in 1 multiplicandi & ſiunt o—7,quæ ſunt o ſecundæ 7 primæ,deinde duco 7 in 7 & ſunt o—49,quæ noto vno limite dimiſſo Deinde duco 7 per 4,& ſunt o—28,quæ noto verſus dextram vno limite ommiſſo. Deinde duco 7 per 55 & in tabula inuenio 6—25,quæ noto verſus dextram vno limite omiſſo. Præterea duco 4 multiplicãtis per 1,& ſiũt o primæ,4 partes, quas noto ſub proprijs titulis. Deinde duco 4 per 7 & ſiunt o—28,quæ noto vno limite ommiſſo, deinde duco 4 per 4,& ſiunt o—16, quæ noto vno limite ommiſſo. Deinde duco 4 per 55,& proueniunt 3—40,quæ noto vno limitæ ommiſſo. Præterea duco 55 per 1,& ſiũt o—55,quæ ſunt o pars 55 $\overline{1}$,quas ſub proprijs ſedibus colloco,

loco,deinde duco 55 per 7,& ſunt 6—25, quæ noto verſus dextrã vno limite ommiſſo, deinde duco 55 per 4 & ſunt 3—40,quæ noto verſus dextrã vno limite ommiſſo, deinde duco 55 per 55,& inuenio in tabula 50—25, quæ noto verſus dextram vno limite ommiſſo. Factis omnibus multiplicationibus colloco lineam,& colligo omnes numeros & inuenio 1 ſecun. 14 prim. 59 part. 55 $\overline{1}$,14 $\overline{2}$,10 $\overline{3}$.25 $\overline{4}$. Quod ſi vni ſecundæ ſexagenæ,quæ eſt 60 prim. addas 14 prim. facies 74 primas, quæ ductæ per 60 efficiunt 4440 partes, quibus ſi addas 59 part. 59 $\overline{1}$, 14 $\overline{2}$, 10 $\overline{3}$, 25 $\overline{4}$ inuenies ex ductu 1 primæ & 7 partium 4 $\overline{1}$, 55 $\overline{2}$, prouenire 4499 partes 59 $\overline{1}$, 14 $\overline{2}$, 10 $\overline{3}$, 25 $\overline{4}$.

Multiplicare per 60 abſque aliqua denominatione, quid ſit?

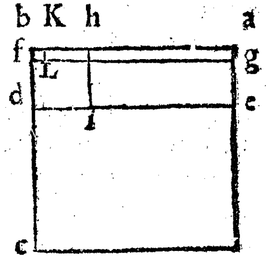
Eſt datas quaſcunq; partes vno ordine augere, ſcilicet ex $\overline{3}$ facere $\overline{2}$, ex $\overline{2}$ facere $\overline{1}$, ex $\overline{1}$ partes, ex partibus primas &c. ſimiliter. Vt ſi ducas 10 partes per 60, protinus dicito fieri 10 primas ſexagenas: quia ſi ducas 10 per 60, ſiũt 600 partes, quæ faciunt per 60 diuiſæ 10 primas ſexagenas. Si ducas per 60 numerum 15 prim. 23 par. 43 $\overline{1}$,37 $\overline{2}$, auge vno ordine,& fient 15 ſecun. 23 prim. 43 part. 37 $\overline{1}$: quãdo enim fit ſolum per 60 multiplicatio eadem pars ſumitur, ſexagies abſq; mutatione denominationis, quare cum ſexagies ſumatur, fiet alia vno ordine proximè maior. Quando ex vna parte per reductionem facis 60 alias proximè minores: vt ex 4 partibus multiplicando per 60 ſiunt 240 $\overline{1}$: tunc eas reſoluis ſeu ſecas in alias, non autem propriè multiplicas per 60: id eſt non aceruas ſeu cõponis 60 ſimilis denominationis partes,quo fit vt in ea multiplicatione per 60,non proueniant partes maiores,ſed minores.

PRO-

PROBLEMA 12.

Datã, aut datas Astronomicas partes per alias quascunque diuidere.

Diuisio necessariò respõdet multiplicationi. Quare notis denominationibus partis multiplicantis, & multiplicandæ, ex quibus facta est pars, quæ diuiditur, si per vnam, vt verbi gratia multiplicantem, summa multiplicationis diuiditur, necessariò debet prouenire pars multiplicanda. Vt si ex partibus 10, in 5 $\overline{1}$, factæ sint 50 $\overline{1}$: si diuidas 50 $\overline{1}$ per 5 $\overline{1}$, prodibunt 10 partes. Si verò 50 $\overline{1}$ diuidas per 10 partes, necessariò prodibũt 5 $\overline{1}$. Si 10 partes ductæ in 5 $\overline{2}$, faciunt 50 $\overline{2}$. Si diuidas 50 2 per 5 $\overline{2}$, prouenient 10 partes. Quòd si diuidas per 10 partes 50 $\overline{2}$, prouenient 5 $\overline{2}$. Itẽ ex $\overline{1}$ in $\overline{2}$ fit $\overline{3}$: quare diuisa $\overline{3}$ per $\overline{1}$, prodibit $\overline{2}$: diuisa $\overline{3}$ per $\overline{2}$ prodibit $\overline{1}$. Item $\overline{4}$ fit ex parte ducta in $\overline{4}$, & ex $\overline{3}$ ducta in $\overline{3}$, & ex $\overline{2}$ in $\overline{2}$. Ergo resoluendo, si $\overline{4}$ diuidatur per partem prouenient $\overline{4}$, si diuidatur $\overline{4}$ per $\overline{4}$ proueniet pars. Si verò diuidatur $\overline{4}$ per $\overline{1}$, proueniet $\overline{3}$: si per $\overline{3}$, proueniet $\overline{1}$. Si vero $\overline{4}$ diuidatur per $\overline{2}$, proueniet $\overline{2}$. Hæc, ex schemate proximè præcedentis problematis, diuisis rectangulis per latera sua, intelligi manifestè possunt, conuertendo scilicet rectangula ex multiplicationibus facta, in sua latera. Nam si rectangulũ a d factũ est ex b a vna parte, b d vna sexagesima prima. Si a d diuidatur per b d $\overline{1}$, prodibit a b pars; si a d diuidat $\overline{1}$, per b a partem, prodibit b d $\overline{1}$. Item, si rectangulum h d vna $\overline{2}$ rectanguli a c, diuadatur per b d $\overline{1}$, prodibit b h $\overline{1}$. Et si rectangulum f a, quod est vna $\overline{2}$ æqualis ipsi h d, diuidatur per b f $\overline{2}$, proueniet b a pars seu vnitas: Si per b a partem proueniet b f $\overline{2}$ &c.



Cæterum si perpendisti quæ adhuc conclusa sunt, facile inueneris denominationem ex diuisione prouenientem, quando sexagesima, aut sexagena diuidenda habet maiorem denominationem quàm diuidẽs, tunc enim subtracta denominatione eius, quæ diuidit à denominatione diuidendæ, remanet denominatio eius, quæ prouenit ex diuisione: dummodo numerus diuidendus sit maior aut æqualis numero diuidenti. Nam tum vno interuallo est denominatio minuenda in sexagenis, augenda verò in sexagesimis: vt si diuidas 50 $\overline{5}$ per 10 $\overline{4}$, prouenient 5 $\overline{1}$: quia 10 $\overline{4}$ ductæ per 5 $\overline{1}$, faciũt 50 $\overline{5}$. Verùm si diuidas 8 $\overline{5}$ per 10 $\overline{4}$, proueniẽt 48 $\overline{2}$: quia si ducas 48 $\overline{2}$ per 10 $\overline{4}$, fient 480 $\overline{6}$, quæ diuisæ per 60 reddunt 8 $\overline{5}$.

Si verò diuidas sexagenam per aliam sexagenã maioris denominationis, puenit sexagesima eius denominationis, quam dat subtractio vnius denominationis ab altera: vt si diuidas 10 secundas sexagenas per 1 quartam sexagenam prouenient 10 $\overline{2}$ sexagesimæ. Similis ratio est quando diuidis 10 $\overline{2}$ sexagesimas per 1 $\overline{3}$ sexagesimam: nam prouenient 10 secundæ sexagenæ; quia si ducas 10 secundas sexagenas per 1 $\overline{3}$, prouenient 10 $\overline{2}$ sexagesimæ: modò numerus diuidendus sit maior diuidente, alioqui vno ordine prouenit minor pars, vt si diuidas 5 $\overline{2}$ per 10 $\overline{3}$ sexagesimas prouenient 30 partes: nam si ducas 30 partes per 10 $\overline{3}$, prouenient 300 $\overline{3}$, quæ sunt 5 $\overline{2}$. Sed in gratiam tyronum hæc luculentius sequentibus regulis dilucidabuntur. Diuisionibus astronomicis non solùm maior numerus per minorem, sed & minor per maiorem diuidi potest. Hæ enim non differunt à diuisionibus vulgarium partium, vt patebit ex sequentibus.

P Canon

Canon generalis prouenientium ex diuiſione denominationum.

Quando numerus partiũ aſtronomicarum diuidendus, fuerit maior diuidente, denominatio ex diuiſione proueniens, tantùm diſtabit ab vnitate, quæ partem principem ſeu gradum præſefert, quantum denominatio partis diuidendæ diſtat à denominatione partis diuidentis.

Diſponantur denominationes partium cõtinua proportione ſic.

Sexagenæ						*Sexagesimæ*				
					pars					
quint.	quart.	tert.	ſecun.	prim.	1	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$

Canon particularis 1. Si pars princeps per partem principem diuidatur, prouenit pars princeps.

Canon 2. Si per partes principes ſexageſimæ, aut ſexagenæ diuidantur prouenit eadem ſpecie pars. Vt ſi diuidas per partes principes $\bar{2}$ ſexageſimas, prouenient $\bar{2}$ ſexageſimæ: nam ex ductu $\bar{2}$ in partẽ fit $\bar{2}$, & tantùm diſtat $\bar{2}$ ab vnitate, quantum denominatio $\bar{2}$ diuidendarnm abeſt à denominatione partium principum.

Canon 3. Si partes principes diuidantur per ſexagenas aut ſexageſimas, prouenit denominatio eiuſdem numeri, ſed alterius generis: vt ſi diuidantur per $\bar{2}$ ſexageſimas, prouenient ſecundæ ſexagenę. Scribe aſtronomicas partes inſtar vulgarium partium. Erit itaq; pars princeps $\frac{1}{1}$, & vna $\bar{2}$ erit $\frac{1}{3600}$, iuxta problema 6. huius, ſi diuidas $\frac{1}{1}$ per $\frac{1}{3600}$ prouenient $\frac{3600}{1}$, nẽpe vna ſecũda ſexagena. Quod ſi diuidas $\frac{1}{1}$ per ſecundã ſexagenam, ſcilicet $\frac{3600}{1}$, prouenient $\frac{1}{3600}$, id eſt 1 $\bar{2}$ ſexageſima: Tantùm enim diſtat $\bar{2}$ ſexageſima proueniens ex diuiſione ab 1, quãtum diſtat $\frac{1}{1}$ diuidenda à denominatione ſecundarum ſexagenarum, quæ eſt denominatio diuidens.

Canon 4. Si pars diuidatur per alteram eiuſdem generis, alterius tamen denominationis, demes denominationẽ minorem à maiore, & quod remanebit, dabit denominationem prouenienti parti, quæ erit eiuſdem generis, ſi denominatio partis diuidendæ ſit maior denominatione diuidẽtis: alioqui erit alterius generis. *Exemplũ* vt ſi diuidas $\bar{2}$ per $\bar{1}$ fiunt $\bar{1}$ ſexageſimæ, quod ſi diuidas $\bar{1}$ per $\bar{2}$ fiẽt primæ ſexagenæ: quia $\bar{1}$ per $\bar{1}$ ductæ faciunt $\bar{2}$: & $\bar{2}$ per primas ſexagenas ductæ faciunt $\bar{1}$. Et tantùm diſtat prima ſexagena ab 1 quantum 1 à $\bar{2}$. Ad hæc ſi diuidas $\frac{1}{60}$ primam ſexageſimam, vt diximus problema 6. huius, per $\frac{1}{3600}$, prouenient $\frac{3600}{60}$, quæ ſunt $\frac{60}{1}$ nempe vna ſexagena.

Canon 5. Omnis pars quæ per ſeipſam diuiditur, procreat partes principes. Vt ſi diuidas $\bar{1}$ per $\bar{1}$ nempe $\frac{1}{60}$ per $\frac{1}{60}$ fiunt $\frac{60}{60}$, id eſt $\frac{1}{1}$. Si diuidas $\frac{60}{1}$ per $\frac{60}{1}$ fient $\frac{60}{60}$, id eſt $\frac{1}{1}$.

Canon 6. Si ſexagena diuidatur per ſexageſimam, aut vice verſa prouenit pars denominata à denominatoribus earum ſimul iunctis, atq; eſt ſemper eiuſdem generis cum ea quæ diuiditur. *Exempl.* Vt ſi diuidas $\frac{1}{60}$ per $\frac{60}{1}$ fiẽt $\frac{1}{3600}$, id eſt 1 $\bar{2}$, quod ſi primam ſexagenam, nempe $\frac{60}{1}$ diuidas per vnam ſexageſimam primam, id eſt $\frac{1}{60}$, prouenient $\frac{3600}{1}$, id eſt vna ſecunda ſexagena.

Omnes hæ regulæ veræ ſunt quando numerus diuidendus eſt maior, aut æqualis diuidenti, alioqui proueniet pars vno ordine minor: quod antea declarauimus.

Quando fit diuiſio per conuerſionem quid eſt agendum?

Cõuertes omnes partes diuidendas ad minimas, pariter & diuidentes, ſi peracta conuerſione diuidendus numerus ſit maior, cum diuides per diuiſorem, & proueniet pars denominanda ſecundum traditas regulas, quod ex di-

 uiſione

uisione remanebit ducetur per 60, & productū diuidetur per primum diuisorem, & proueniet pars vno ordine minor, &c. similiter. Si peracta cōuersione ad minimas partes, diuidendus numerus sit diuisore minor, eum multiplicabis toties per 60, imminutis vno ordine partibus, donec fiat diuidendus maior, & tunc diuidetur per diuisorem, vt

Exemplū antea. Vt si diuidas 23 partes principes per 8 $\bar{1}$ sexagesimas, per 3 canonem prouenient 2 primæ sexagenæ, relictis 7 partibus principibus, quas conuertes, ducendo per 60, ad 420 $\bar{1}$, quæ diuisæ per 8 $\bar{1}$ relinquunt pro quoto 52 partes principes, per 5 canonem, & remanēt 4 $\bar{1}$, id est 240 $\bar{2}$, quæ diuisæ per 8 $\bar{1}$, creant 30 $\bar{1}$, per 4 canonem, & nihil remanet: quare si diuidas 23 partes principes per 8 $\bar{1}$ sexagesimas, prouenient 2 primæ sexagenæ, 52 partes prin-

Aliud. cipes, 30 $\bar{1}$ sexagesimæ. Sint rursus diuidendæ 7 partes principes per 10 $\bar{2}$. Manifestum est 7 non posse diuidi per 10, quare ex 7 partibus efficio 420 $\bar{1}$, quas diuido per 10 $\bar{2}$, & prouenient 42 primæ sexagenæ, per canonem 4. Duc

Examen. 42 primas sexagenas per 10 $\bar{2}$, & fiunt 420 $\bar{1}$, quæ diuisæ per 60 faciunt 7 partes principes.

Aliud exemplū Rursus diuidantur 8 primæ sexagenæ, 15 partes, per 2 $\bar{1}$, 50 $\bar{2}$. ex diuidendo efficio 495 partes, ex diuisore verò 170 $\bar{2}$. quod si diuidas 495 partes per 170 $\bar{2}$, prouenient 2 secundæ sexagenæ, per 3 canonem, & remanent 155 partes, quæ nequeunt diuidi per 170 $\bar{2}$. Quare ex ipsis efficio 9300 $\bar{1}$, quas diuido per 170 $\bar{2}$, proueniuntq; 54 primæ sexagenæ, & remanēt 120 $\bar{1}$, quas iterum resoluo in 7200 $\bar{2}$, quas diuido per 170 $\bar{2}$, & prouenient 42 partes, relictis 60 $\bar{2}$, quæ resoluentur in 3600 $\bar{3}$, quæ diuisæ per 170 $\bar{2}$, exhibent 21 $\bar{1}$. Quòd si velis vlterius, sic diuidendo, procedere, inuenies, diuisis 8 primis sexagenis, 15 partibus per

per 2 $\bar{1}$, 50 $\bar{2}$, prouenire 2 secundas sexagenas, 54 primas, 42 partes, 21 $\bar{1}$, 10 $\bar{2}$, 35 $\bar{3}$, &c.

Quis ordo seruandus in diuisione partium Astronomicarum per tabulam proportionalem?

Quò hoc genus diuisionum priore compendiosius, eò tyronibus videtur difficilius: quum veteranis, quorū sententiæ standum est, videatur facilius. Omnes numeri areæ *Annotatio* tabulæ proportionalis sexagenariæ fiunt ex ductu duorū numerorum, quorum alter extat in fronte, alter verò in latere sinistro, & ad proselydem horum occurrit arealis numerus, qui diuidendum numerum præsefert. Quare diuidendus numerus quæretur in area, quòd si diuisor accipiatur in fronte, quotus ex diuisione reperietur in latere sinistro: & si diuisor accipiatur in latere sinistro, quotus reperietur in fronte, eritq; diuidēdus proselys, seu angulus cōmunis diuisoris & quoti.

Deinde sciendum, habendam esse rationem numerorū *Annotatio* diuidendi & diuisoris, perinde ac in integris: vt si in 34 nō continentur 9 plus quàm ter, nec in tabula poterit inueniri alius numerus quotus maior ternario, & iuxta rationem 7 remanentium quæretur deinde pars quota. Atq; quādo numerus diuidendus est æqualis, aut maior diuisore, habita ratione omnium particularum vtriusq;, tunc diuidēdus accipietur inter numeros areales dextros: si verò diuidendus sit minor diuisore, tunc quæretur diuidendus inter numeros areales sinistros: alioqui toto errares cœlo. Vt si diuidas 1 $\bar{1}$, per 6 $\bar{1}$, notum est, 1 non posse diuidi per 6: cæterum si ex 1 $\bar{1}$ efficias 60 $\bar{2}$, tunc prouenient 10. Proinde quādo 1 præcipitur diuidi per 6, debet quæri sexta pars vnius, quam inuenies in tabula proportionali, sic,

Quando diuisor habet vnam particulam, quomodo fiet per tabulam diuisio?

Accipe diuisorem in fronte tabulæ, sub quo rectè descendẽdo inter numeros areales dextros, si diuidendus sit maior aut æqualis diuisori: alioqui si sit minor, inter areales sinistros, quæres diuidendum aut eo proximè minorẽ, è regione verò in sinistro latere inuenies quotum respondentem, qui secundum prædictos canones denominationem accipiet. Notabisq́ eum inter lineas parallelas sub suo titulo, relictum verò numerum ex diuidendo rursus quæres sub eodem diuisore aut eo proximè minorem, & è regione similiter vt prius, in latere sinistro inuenies alium quotum, qui erit vno ordine minor prius inuẽto, & ita de aliis. Idẽ obtinebis, si diuisor sumatur in latere sinistro, & diuidendus aut eo proximè minor è regione dextrorsum, tunc quotus reperietur in fronte directè supra diuidendum, aut supra eo proximè minorem, &c. similiter.

Exemplũ

Sint diuidendæ 11 $\bar{2}$ per 2 $\bar{1}$, colloca numeros vt vides. Accipe 2 diuisoris in fronte tabulæ, sub quo directè descendendo inter numeros areales dextros, quia maior diuiditur per minorem, quæres 11, quem non inuenies, sed 10, qui numerus est eo proximè minor, quare accipio 10, & è regione in latere sinistro inuenio 5, qui est quotus proueniens ex diuisione 10 per 2: eruntq́ per canonem 4 sexagesimæ primæ, ideo inter parallelas sub titulo $\bar{1}$ scribo 5 $\bar{1}$, quæ ductæ in 2 $\bar{1}$ faciunt 10 $\bar{2}$, quas demo ex 11 $\bar{2}$, & remanet 1 $\bar{2}$, quæ scribetur supra 11 $\bar{2}$ expunctas. Præterea sub 2 diuisoris in fronte acceptis, quære directe descendendo inter areales numeros sinistros, quia minor numerus diuiditur per maiorem, relictã 1 diuidendam, & reperies è regione ad latus sinistrum, respondere 30, quæ vno ordine faciunt particulam minorẽ, nẽpe sexagesimas $\bar{2}$, quas noto inter parallelas sub titulo $\bar{2}$ & quum nihil remaneat, prorsus est diuisio peracta, & ex diuisione 11 $\bar{2}$ per 2 $\bar{1}$ pronunciabo prouenire 5 $\bar{1}$, 30 $\bar{2}$.

$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
	1	
	11	
5.	30	
2.		

Quando diuisor habet multas partes, quid est agendum?

Et si possunt omnes partes diuisoris in fronte tabulæ accipi, & sub eius partibus diuidendi partes inquiri, aut eo proximè minores, & è regione in sinistro latere accipi potest numerus quotus, vt dictum est in præcedenti canone: commodius tamen accipiẽtur omnes eius partes in latere sinistro, & è regione primæ partis diuisoris dextrorsum accipies primam partem diuidẽdi numeri, aut ea proximè minorem, & in eadem linea à fronte ad calcem descendente, accipies numeros respondentes reliquis partibus diuisoris in sinistro latere acceptis, & coniunges numeros areales respondentes partibus diuisoris, sic vt numerus arealis dexter respondens vni parti diuisoris iungatur cum numero areali sinistro respondente alteri parti diuisoris: quod si sic coniuncti numeri areales singulis partibus diuisoris in latere sinistro acceptis respondentes, possint demi à numero diuidendo, accipies in fronte tabulæ numerum respondentem omnibus illis arealibus in eadem linea sub se collocatis, pro numero quoto, qui

qui obtinebit denominationem, qualem prima pars maior diuidendi numeri diuiſa per primã partem diuiſoris, ſecũdum præcedentes canones facere nata eſt. Si abſtracto numero coniuncto ex omnibus arealibus à numero diuidendo, aliquid ex diuidẽdo remaneat, rurſus illud per eoſdem diuiſores ibidem acceptos ſimili methodo diuidetur & quotus ſecunda diuiſione proueniens erit pars vno ordine minor, ea quæ primo loco eſt inuenta: cætera perſequeris ſimiliter, donec ex diuidendo nihil remaneat.

Exemplum.

ſecun.	primæ	part.	$\overline{1}$	$\overline{2}$
		2		
	2	35		
	8	15	1	30
2	54	42	21	10
	5—40		2	50
			Diuiſor.	
	2—33			
		1—59		
			59—30	

8 primæ ſexagenæ, 15 partes diuidendæ ſunt per 2 $\overline{1}$ ſexageſimas 50 $\overline{2}$. Accipio in latere ſiniſtro 2 & dextrorſum procedẽdo, quia numerus maior per minorẽ diuiditur, inter areales numeros dextros accipio proximè minorem ipſis 8. Nam ſi accipiam 8, in fronte tabulæ reſpondent 4 pro quoto: ſed in 8, 15 non poſſunt 2. 50 contineri quater: quare non accipiam lineam, in qua ipſis 2 diuiſoris in latere ſiniſtro acceptis è regione dextrorſum reſpõdẽt 0—8: quare è regione 2, accipio 0—6, ſub quibus directè deſcendendo è regione 50 diuiſoris in latere ſiniſtro acceptis, inuenio 2—30, quibus iunctis cum 0—6, ſic vt dexter vnius iũgatur cum ſiniſtro alterius, fient 0—8—30, quæ nõ poſſunt demi ex 8. 15 diuidendis. Quare è regione 2 in latere ſiniſtro acceptorũ non poſſum accipere 0—6: proinde accipio proximè minorem, ſcilicet 0—4, cui adnecto, vt di-

ctum eſt, ſub 0—4 in eadem linea deſcendẽte, è regione 50 in latere ſiniſtro acceptorum, inuentos numeros 1—40, & fiunt 0—5—40, quę demo ex ſuperioribus 8, 15 diuidendis, & remanent 2, 35, notanda ſupra 8, 15, & in fronte lineæ, vbi reperi 0—4, & 1—40, inuenio 2, qui eſt quotus, & per 5 canonẽ, ſunt ſecundæ ſexagenę: noto itaq; inter parallelas ſub titulo ſecund. 2 ſecund. ſexagenas.

Præterea è regione 2 diuiſoris in latere ſiniſtro acceptorum inter numeros areales ſiniſtros, quia totus diuiſor diuidendo numero maior eſt, quæro 2, 35 diuidenda, vel proximè minores numeros, ea lege, vt cũ ijs numeris, vel proximè minoribus, directè ſubiectos numeros, è regione 50 diuiſoris in latere ſiniſtro acceptorum, coniungam dextrum vnius cum ſiniſtro alterius: qua methodo è regione 2 in latere ſiniſtro acceptorum, primus qui occurrit eſt 1—48: nam ſi directè ſub 1—48, & è regione 50 in latere ſiniſtro acceptorum deſcẽdas, inuenies 45—0, qui numeri iuncti prædicto modo efficiunt 2—33—0, quæ ſi demas ex ſuperioribus 2, 35, remanent 2 notanda ſupra 5, & quia numeros, quos cõiunxi, inueni ſub 54, quæ ſunt in fronte, accipiam 54 pro ſecundo quoto, quæ vno ordine partes minuendo, erunt primæ ſexagenæ: quare eas noto in propria ſede inter parallelas, demptiſq; 2, 33, à 2, 35, remanent 2 notanda ſupra 35. Præterea eadẽ methodo diuidendo 2, quæ ſuperſunt per 2—50, ſub 42 in fronte acceptis, reperio è regione 2 lateris ſiniſtri, 1—24, & ſub ijs directè è regione 50 lateris ſiniſtri, reperio 35—0, quæ coniuncta prædicto modo efficiunt 1—59, quibus demptis à 2 ſuperioribus relictis ex diuidendo, remanet 1 $\overline{1}$, & noto 42 in fronte inuenta inſequenti ſede inter parallelas.

Lex coniunctionis

Prꝗterea ſi diuidam 1 $\overline{1}$ per 2—50, reperio ſub 21 in fronte acceptis, è regione 2 lateris ſiniſtri 0—42, & ſub eo è regione 50 lateris sinistri, inueniam 17—30, quæ iuncta cū 0—40 faciunt 59—30, demenda ab 1 $\overline{1}$, & remanent 30, quæ notabuntur sub $\overline{2}$, & 21 $\overline{1}$ inter parallelas. Præterea si diuidam 30 per 2—50, inueniam quotum esse 10 $\overline{3}$, notandas inter parallelas. Eadem ratione potero totam diuisionem absoluere. Quare si diuidam 8 primas sexagenas, 15 partes per 2 $\overline{1}$, 50 $\overline{2}$, prouenie͞t 2 secūdæ sexagenæ, 54 primæ, 42 partes, 21 $\overline{1}$, 10 $\overline{2}$.

De diuisione particularum astronomicarum per 60.

Datam vel datas partes vno ordine minue, & erit peracta diuisio. Vt multiplicatione vno ordine crescunt, sic diuisione vno ordine minuuntur: quare si diuidendæ sunt 10 partes principes per 60, prouenient 10 $\overline{1}$. Nam si ex 10 partibus principibus feceris $\overline{1}$, fient 600 $\overline{1}$, quæ diuisæ per 60, reddunt 10 $\overline{1}$. Adhæc ex canone multiplicationum per 60, si 10 $\overline{1}$ multiplices per 60, efficiunt 10 partes. Item si diuidas 20 partes, 15 $\overline{1}$, 42 $\overline{2}$ per 60, minues partes vno ordine, & prouenient 20 $\overline{1}$, 15 $\overline{2}$, 42 $\overline{3}$.

Exemplū *Aliud.*

Vtilis est hæc diuidendi per 60 ratio ad supputandos motus horarios planetarum, datis diurnis ex ephemeridibus. Subtracto enim loco planetæ initij diei à loco initij proximè sequentis diei, si planeta sit directus, aut vice versa, si sit retrogradus, colligitur motus diurnus planetæ, nempe motus totius diei naturalis, qui constat 24 horis. Iunge itaq; bis 24 & semissem, seu quod idē est, duc 24 per 2 & $\frac{1}{2}$, & proueniunt 60 horæ, qui numerus erit diuisor: & quia per 2 & $\frac{1}{2}$ duxisti 24 horas, ducito motum planetæ diurnum per 2 & $\frac{1}{2}$, eritq; producti ex 2 & $\frac{1}{2}$ horarum ad productum ex 2 & $\frac{1}{2}$ diurni motus planetæ, per 17 in septimi, eadem ratio, qualis est 24 horarum ad diurnum motum planetæ: quare diuiso producto ex 2 & $\frac{1}{2}$ in

Vtilitas. *Motus diurnus.*

$\frac{1}{2}$ in

$\frac{1}{2}$ in diurnum motum per 60, proueniet idem quotus, qui proueniret ex diuisione diurni motus per 24 horas, vt patet ex definitione proportionalium numerorum. Minues itaq; productum ex 2 & $\frac{1}{2}$ in motum diurnum planetæ vno ordine, & proueniet motus horarius planetæ. Sit motus diurnus lunæ 13 partium, 20 $\overline{1}$, 15 $\overline{2}$: accipe hunc numerum bis, & eius semissem, & colliges 33 partes, 20 $\overline{1}$, 37 $\overline{2}$, 30 $\overline{3}$, quē numerū si diuidas per 60, proueniet motus horarius lunæ illius diurni, scilicet 33 $\overline{1}$, 20 $\overline{2}$, 37 $\overline{3}$, 30 $\overline{4}$.

Exemplū

	part.	$\overline{1}$	$\overline{2}$	
motus Lunæ—	13	20	15	
diurnus	13	20	15	
	6	40	7	30
	33	20	37	30

Annotatio

Quando verbi gratia ex 240 $\overline{1}$ diuidendo per 60, colligis 4 partes, non propriè eas diuidis per 60, sed ex singulis 60 $\overline{1}$ componis vnam partē: ideo non debet prouenire pars minor, sed maior.

PROBLEMA 14.

Datarum partium astronomicarum latus tetragonicum, aut ei propinquum inuenire.

Tetragonicum latus per semet ductū procreare debet datas partes, aut numerum proximum illis: debet itaq; haberi ratio denominationū ex multiplicatione prouenientium, ita vt denominator partium datarum habeat medietatem, alioqui si careat, reducetur ad denominationem parem, vt medietas eius denominet partes lateris tetragonici. Nam si $\overline{1}$ in $\overline{1}$ faciunt $\overline{2}$, latus tetragonicum $\overline{2}$, erunt $\overline{1}$: & si $\overline{2}$ per $\overline{2}$ faciunt $\overline{4}$, erit latus tetragonicum $\overline{4}$ denominandum à $\overline{2}$. Quod si quæratur latus tetragonicum $\overline{3}$, resolues $\overline{3}$ in sexagesimas quartas, quarum medietas 2 denominabit latus earum tetragonicum.

Denominatio lateris tetragonici

Exemplum inuentionis lateris tetragonici per conuersionem.

Latus tetrag.	quart.	secund.
latus	secundarum	primæ
latus	primarum	partes
lat.	part.	partes
lat.	$\overline{2}$	$\overline{1}$
lat.	$\overline{4}$	$\overline{2}$
lat.	$\overline{6}$	$\overline{3}$

Quære latus tetragonicũ 35 part. 16 $\overline{1}$. conuerte 35 partes ad 2100 $\overline{1}$, quibus adde 16 $\overline{1}$, & fiunt 2116 $\overline{1}$, cuius numeri non quæres latus tetragonicum: quia $\overline{1}$ caret medietate, quare conuertes eas ad 126960 $\overline{2}$, cuius numeri latus tetragonicũ eſt 356 $\overline{1}$, remanentibus $\frac{224}{713}$, quas ex problemate trium rationaliũ conuertes ad $\overline{2}$ & $\overline{3}$ ſic: Si 713 dant 60, quantum dabunt 224? & prouenient 18 $\overline{2}$, 50 $\overline{3}$, &c. Deinde reduc 356 $\overline{1}$ ad partes principes, & proueniet totum latus tetragonicũ dati numeri 35 partium, 16 $\overline{1}$: ſcilicet 5 part. 56 $\overline{1}$, 18 $\overline{2}$, 50 $\overline{3}$, quem numerum ſi in ſemet duxeris, procreabit 35 part. 15 $\overline{1}$, 49 $\overline{2}$: quia datus numerus eſt ſurdus.

Quæ methodus ſeruanda ad inueniendum latus tetragonicum per tabulam proportionalem?

Si lineam diagoniã tabulæ, ab angulo ſiniſtro ſuperiori ad dextrum inferiorem obſerues, in ea omnes numeros quadratos tabulæ, laterũ verò vnũ in fronte, alterũ verò priori prorſus æquale, in latere ſiniſtro inuenies: quadrati enim numeri in proſelydibus duorum æqualium numerorum cõtinentur. Vt ſi in linea diagonia accipias 10—25 numerum quadratum, in fronte directè habes 25 eius latus tetragonicum, atq; etiam directè ad latus ſiniſtrum pergens reperies 25, alterum latus priori æquale.

Si prima particula ſiniſtra dati numeri denominetur à numero

numero impari, fruſtra quæres in tabula eius latus tetragonicum, niſi fuerit denominata à prima ſexagena. Tunc enim denominabitur prima particula ſiniſtra lateris tetragonici à partibus principibus. Vt ſi proponatur inueniendum latus tetragonicum 26 primarum ſexagenarum, 40 partium. Quæres hunc numerũ in linea diagonia tabulæ, & ſupra ipſum directe habes 40, nempe partes, quod eſt eius latus tetragonicũ, in alijs verò quæres latera per reductionẽ. Si autẽ denominetur prima particula ſiniſtra à numero pari, inuenietur ferè ſimili ratione, ac in integris.

Canon extractionis lateris per tabulam.

Si prima particula dati numeri denominetur à primis ſexagenis, tunc ingredieris in lineam diagoniam cum dati numeri prioribus duabus partibus: in alijs verò numeris, quorũ prima ſiniſtra particula denominatur à pari numero, primæ eius particulæ accipies latus tetragonicum, vel propinqui numeri, vt in integris abſq; tabulæ ſubſidio, quod notabis infra parallelas, & eius quadratum demes à ſuperioribus: deinde duplicabis latus primò inuentum, & per illud diuides, quod remanſit, & illius numeri quoti accipies quadratũ, quod iunges cum producto ex numero quoto ducto in duplum radicis, ea lege, vt dexter vltimus talis producti iungatur cum primo ſiniſtro quadrati facti ex numero quoto, quod ſi poſsint demi à ſuperioribus relictis, rite peracta eſt ſecũdæ particulæ lateris tetragonici inuentio: ſin minus, accipies alium quotũ tantùm vnitate minorem, & tentabis, ſi ita ductus per duplum radicis, & ipſiuſmet quadratum iũcta præſcripta lege poſsint demi à ſuperioribus: quod toties explorabis, donec illa ſimul iuncta poſsint à ſuperioribus auferri. Quibus ablatis, notabitur intra parallelas ſecunda particula lateris tetragonici inuenta, & per ipſas duplicatas quæres tertiam particulã lateris tetragonici, ſimiliter vt inueniſti ſecũdam &c.

Exemplũ. Sit per tabulam quærendum latus tetragonicum 3 primarũ sexagenarum, 50 partium, 1 $\overline{1}$, 40 $\overline{2}$. diſpono numeros, vt vides. Quæro in linea diagonia, quæ eſt quadratorũ, duas priores particulas, nẽpe 3, 50, quas nõ inuenio: quare accipio 3—45, numeros ipſis proximos, quos protinus demo à 3, 50, & remanent 5 ſupra 50: in fronte verò tabulæ ſupra 3—45, habeo primã particulam lateris tetragonici, ſcilicet 15, quæ ſunt partes, quas dupli co, & fiunt 30, per quas diuido 5 partes 1 $\overline{1}$, 40 $\overline{2}$, accipiens 30 in fronte tabulæ, & deſcendendo per eandem columnã inter numeros ſiniſtros, quia minor diuiditur per maiorẽ, inuenio 5—0, & è regione in latere ſiniſtro inuenio 10, cuius numeri quadratum eſt 1—40: at productum ex duplo lateris, ſcilicet ex 30 in 10, ſunt 5—0, quæ perſcripta lege cum 1—40 iuncta faciunt 5—1—40, quæ partialiter exhauriũt relictas 5 partes, 1 $\overline{1}$, 40 $\overline{2}$: quare noto 10 ſub $\overline{1}$ inter parallelas, & concludo 3 primarum, 50 partium 1 $\overline{1}$, 40 $\overline{2}$, latus tetragonicum eſſe 15 partes, 10 $\overline{1}$. Nam ſi ducas 15 partes 10 $\overline{1}$ in ſemet, obtinebis 3 primas, 50 part. 1 $\overline{1}$, 40 $\overline{2}$.

prim.	part.	$\overline{1}$	$\overline{2}$
	5		
3	50	1	40
	15	10	
	30	diuiſor	
	5	1	40

Examen.

Inueniendum eſt latus tetragonicũ 32 part. 45 $\overline{1}$, 36 $\overline{2}$.

Aliud. Diſpono numeros cũ ſuis titulis ſubſcriptis duabus virgulis. Quæro primum latus tetragoni cum 32 part. aut numeri quadrati proximè minoris, & abſq; tabula inuenio primæ particulæ latus tetragonicum eſſe 5, relictis 7: idem inuenirem in tabula proportionali. Cæterùm quia pars ducta per partes ſolum facit partes, non egeo tabula, vt in præcedenti exemplo, in quo pars per partem ducta faciebat primũ partes, deinde verò primas ſexagenas. Ideo non iunxi 32 partes cum 45 $\overline{1}$ ad inueniendum latus tetragonicum, vt in priore exemplo, quod eſt ſolitarium: quia prima particula dati numeri erat primarum ſexagenarũ, cuius denominatio eſt ab vnitate, quæ medietate caret: at in omnibus alijs numeris, qui inchoãtur à particula denominata à numero pari, abſq; tabula proportionali poſſum inuenire primę particulæ latus tetragonicũ. Noto itaq; 5 inter parallelas ſub partibus, quia latus tetragonicum partiũ ſunt partes. Duplico 5 & fiũt 10 partes, per quas diuido 7 partes, 45 $\overline{1}$, 36 $\overline{2}$, & inuenio ex diuiſione poſſe prouenire quotum 46 & 45 & 44: cæterùm, vt prædictũ eſt, ſi iungam 7—20, quæ reſpondent in area, 44 acceptis in latere ſiniſtro, quadrato ipſorum 44, id eſt cum 32—16, fient 7—52—16, quæ nõ poſſum auferre à 7, 45, 36: proinde accipio pro quoto 43, quibus in area ſub 10 reſpondent 7—10, quæ iuncta cum quadrato 43, nẽpe cum 30—49, fient 7, 40, 49, quæ poſſunt demi à 7, 45, 36, &c. Et proinde demo, & remanent 4 $\overline{1}$, 47 $\overline{2}$, & noto 43 inter parallelas ſub $\overline{1}$. Præterea duplico 5—43 & fiunt 11 partes, 26 $\overline{1}$, per quas diuido 4 $\overline{1}$, 47 $\overline{2}$, & proueniũt 25: producto verò ex 25 in 11—26, nempe ipſis 4—45—50, addo perſcripta lege quadratum 25, ſcilicet 10—25 & fiunt 4—46—00—25, quibus demptis à ſuperioribus relictis 4, 47, remanent 59 $\overline{3}$, 35 $\overline{4}$ diuidendæ per duplum lateris inuenti, ſcilicet per 11—26—50—: quotus autem qui prouenit nẽpe 25 notabitur inter parallelas ſub $\overline{2}$. Præterea ſi diuidas relictas 59—35 per duplum lateris, ſcilicet per 11, 26, 50, & perſtes in explicata methodo, particula quarta lateris tetragonici erũt 5 $\overline{3}$. reliquas particulas lateris tetragonici negligo, quòd hic proceſſus in numeris ſurdis ſit infinitus. Quod ſi ducas quadratè 5 partes, 43 $\overline{1}$, 25 $\overline{2}$, 5 $\overline{3}$ prouenient 32 partes, 45 $\overline{1}$, 35 $\overline{2}$, 57 $\overline{3}$, 39 $\overline{4}$, 10 $\overline{5}$, 25 $\overline{6}$. ferè idem cum priore. Examen.

Annotatio

pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
7	4	47		
32	45	36	59	35
5	43	25	5	
10	diuiſor 1.			
7—40—49				
11—26	diuiſor 2.			
	4—46—00			25
11—26—50	diuiſor 3.			

PRO-

PROBLEMA 15.

Datarum partium aſtronomicarum latus cubicum, aut ei propinquum inuenire.

Latus cubicum per ſe ductum facit quadratum, quod per ſuum latus ductum facit cubicum numerũ: quare pro ratione harum multiplicationum quæretur denominatio lateris cubici, vt ſi $\overline{1}$ ducta in $\overline{1}$ facit $\overline{2}$, & hæc ducta in $\overline{1}$ facit $\overline{3}$, latus cubicum $\overline{3}$ erit denominandum à $\overline{1}$, qua ratione facta eſt hæc tabella.

Sextarum tertiarum primarum partium	latera cubica	ſecundæ primæ partes partes
$\overline{3}$		$\overline{1}$
$\overline{6}$		$\overline{2}$
$\overline{9}$		$\overline{3}$

Quare ſi numerus denominetur à quintis, aut à quartis, aut à ſecũdis, aut à $\overline{1}$, aut à $\overline{2}$, aut à $\overline{4}$, aut à $\overline{5}$, non poterit habere latus cubicum, niſi cõuertatur ad denominationes tabulæ: cæterùm ad eas cõuerſus poterit habere cubicũ latus, vt dictum eſt de integris.

Exemplum per conuerſionem.

Quære latus cubicũ 37 part. 55 $\overline{1}$, 3 $\overline{2}$, 44 $\overline{3}$, 21 $\overline{4}$, 6 $\overline{5}$, 1 $\overline{6}$: has conuertes ad 1769088459961 $\overline{6}$, cuius numeri latus cubicum eſt 12094 $\overline{2}$, quæ ſi diuidantur per 60, fient 201 $\overline{1}$, relictis 34 $\overline{2}$: diuiſis verò 201 $\overline{1}$ per 60, prouenient 3 partes, 21 $\overline{1}$: itaq; latus cubicum 37 part. 55 $\overline{1}$, 3 $\overline{2}$, 44 $\overline{3}$, 21 $\overline{4}$, 6 $\overline{5}$, 1 $\overline{6}$ ſunt 3 part. 21 $\overline{1}$, 34 $\overline{2}$.

Idem exemplũ per tabulam proportionalem examinatur, quod latus habeat.

Diſpono

Diſpono datũ numerum vt vides, quæro inter cubicos numeros tabulæ proportionalis 37, vel proximè minorẽ cubicũ, & inuenio 0–27,

	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$
	10	19	20	23			
	37	55	3	44	21	6	1
	3	21	34				
27	9 *diuiſor*						
	10–35–43–21						
33–40–3	10	3 *diuiſor*					

Inuentio primæ notæ lateris.

& ad frontem tabulæ inuenio eius latus cubicum 3, quæ ſunt partes notandæ inter parallelas ſub partibus. Demo confeſtim 0–27 cubicum 3, ex 37, & remanẽt 10. triplico 3 & fiũt 9 partes, quas ſcribo ſub 3. Secunda nota radicis quæretur ſic, in latere ſiniſtro tabulæ acceptis 37 parti. quæro è regione earum in area 10 part. 55 $\overline{1}$, quas non inuenio. Accipio propterea numerum proximè minorem, ſcilicet 10–29, ſupra quẽ in fronte tabulæ habeo 17, quem numerum notabis ſeorſum exploraturus, num ſit ſecũdus numerus lateris cubici, hoc modo: Duco totum latus inuentum, videlicet 3 partes, 17 $\overline{1}$ per triplum prioris lateris, nempe per 9 part. & fiunt 29 part. 33 $\overline{1}$, quas rurſus duco per eaſdẽ 17, & fient 8 part. 22 $\overline{1}$, 21 $\overline{2}$, quas ſi cõnectam cũ cubico ipſorum 17, qui eſt 1 $\overline{1}$, 21 $\overline{2}$, 53 $\overline{3}$, fiẽt 8 partes 23 $\overline{1}$, 42 $\overline{2}$, 53 $\overline{3}$, quæ non exhauriũt, quam proximè fieri poteſt, relictas 10 partes, 55 $\overline{1}$, &c. Quomodo nec 18 $\overline{1}$, è regione ipſorum 37 in ſiniſtro latere acceptorum, exhaurient 10 part. 55 $\overline{1}$ relictas: quem ordinem ſeruans inueni 21 $\overline{1}$ eſſe ſecũdam particulam lateris cubici, & proximè exhaurire 10 partes, 55 $\overline{1}$. Nam ſi 3 part. 21 $\overline{1}$ ducam per 9 partes, ſcilicet per triplum prioris lateris, & productum ex hac multiplicatione, nempe 30 part. 9 $\overline{1}$, rurſus duxero per 21 $\overline{1}$, vt fieri ſolet in extractione lateris cubici in integris, vt di-

Inuentio ſecundæ.

 ctum

ctum est problem.6.primi libri, inueniam 10 partes 33 $\overline{1}$, 9 $\overline{2}$, cui numero 51 iuxta præscriptã legem coniunctionis numerorum tabulæ proportionalis,adiecero cubicum ipsarum 21 $\overline{1}$,id est,2 $\overline{1}$, 34 $\overline{2}$,21 $\overline{3}$,inueniam proximum numerum minorem esse 10 part.35 $\overline{1}$,43 $\overline{2}$,21 $\overline{3}$,quibus subtractis à 10 part.55 $\overline{1}$, 3 $\overline{2}$,44 $\overline{3}$, &c. manent 19 $\overline{1}$,20 $\overline{2}$, 23 $\overline{3}$, &c.

Idẽ aliter. Cæterùm licet hic modus eodem tendat cum sequenti, tamen quia sequens ad amussim conuenit cum tradito modo, problemate.6.primi libri,proinde hunc sequamur. Triplico 3 latus primo inuentum,& fiunt 9 partes,duco 9 in latus primo inuentum, & sunt 27,quæ vno limite sinistrorsum scriptæ erunt primæ: diuido itaq; per 27 primas cum 9 partibus ipsas 10 part.& 55 $\overline{1}$ relictas,&c. & prouenient 24 $\overline{1}$.Quòd si ducam 3 partes 24 $\overline{1}$ per 9 partes, fient 30 partes 36 $\overline{1}$,quæ rursus ductæ per 24 $\overline{1}$,faciunt 12 part. 14 $\overline{1}$,24 $\overline{2}$,qui numerus excedit 10 partes 55 $\overline{1}$:quanto magis excederet, si ei coniungeretur præscripta lege cubicũ ipsarum 24 $\overline{1}$,quem ordinem seruans inuenio vt prius, secundam particulam lateris esse 21 $\overline{1}$,&c.

Triplico deinde 3,21,& fiunt 10 part.3 $\overline{1}$,quas duco per latus inuentum,scilicet per 3—21, & fiunt (vno limite sinistrorsum promouẽdo,vt fit in integris) 33 secũd.40 primæ,3 partes,quibus præscripta lege iungo triplum 10—3, primam particulam huius coniungendo cum vltima particula producti ex triplo per latus inuentum, & fiunt 33 secund.40 primæ,13 partes,3 $\overline{1}$, per quas diuidam 19,20, 23,&c. & inueniam prouenire 34.si itaq; ducam 3 partes, 21 $\overline{1}$,34 $\overline{2}$,per triplum duarum priorum particularum lateris,nempe per 10 part.3 $\overline{1}$,& productum duxero per 34 $\overline{2}$, & adiecero præscripta lege cubicum ipsorum 34, scilicet 10,55,4,fient 19 $\overline{1}$,7 $\overline{2}$,55 $\overline{3}$,19 $\overline{4}$,58 $\overline{5}$,55 $\overline{6}$,4 $\overline{7}$,quę si demãtur à numero relicto, remanebunt 12 $\overline{2}$, 28 $\overline{3}$, 1 $\overline{4}$,7 $\overline{5}$, 5 $\overline{6}$,

56 $\overline{7}$.noto itaq; 34 $\overline{2}$ inter parallelas. *Aliter.* Idem inuenirẽ,si triplarem 21 $\overline{1}$ secundam particulam lateris cubici, & fient 1 pars,3 $\overline{1}$,quæ collectæ cum 9 partibus tripli lateris prioris faciũt 10 partes 3 $\overline{1}$:has autem quærerẽ è regione 37 part. in latere sinistro acceptarum, & secundum priorẽ methodum quærerem tertiã particulam lateris cubici,quæ laboriosiùs inueniretur. Ex numero relicto quære secundum vtranq; methodum,si vacat,quartam particulã lateris cubici. Cæterùm quia hæc inuentio lateris cubici per tabulã proportionalem sexagenariam nõ est vsui omnibus numeris , sed ijs tantũ quorũ numerus primus sinister est primarum sexagenarum,& aliarum particularum,quæ in tabella notatæ sunt,atq; est longè prolixior & difficilior, quàm quæ fit per reductionem:proinde consultũ velim compendia disciplinarum sectantibus, vt omisso tanto temporis dispendio,cõtenti sint tantùm per reductionem latera cubica partium Astronomicarum inuestigare.

PROBLEMA 16.

Datarum partium numeros proportionales inuenire.

Hoc problema est apprime necessariũ futuro Astronomo. non enim omnia possunt in tabulis Astronomorũ sigillatim ad $\overline{1}$,vel $\overline{2}$, vel $\overline{3}$ reduci:sed aliquid relinquendum fuit industriæ tabulas versantium.ex problematum 7 & 8 primi libri commodo vsu facilè omnia,quæ quis desiderat quoad $\overline{1}$,& $\overline{2}$,& $\overline{3}$ inuenerit.

Duplex vsus tabularum Astronomicarũ. Quando ex numeris lateris sinistri,& frontis tabularũ, cupis ad communem eorum proselydem respondentes numeros inuenire, tũc hic tabularũ vsus dicitur lateralis. At quando ex numeris qui in proselydibus seu areolis tabularum extant,quo ad partes,quæ in area non repetiuntur,quæritur numerus in latere sinistro respõdens,tunc tabulæ vsus dicitur arealis.

Lateralis. In vſu laterali tabularum Primus numerus proportionalis eſt differentia vnius numeri lateris ab alio eiuſdem lateris proximè ſequenti, qui interdum eſt 60 m̃, aut actu vnus gradus, qui & pars principalis dicitur, aut vnus dies naturalis qui cõſtat 24 horis, pro ratione cõſtructionis tabulæ. Secundus numerus proportionalis eſt differentia vnius numeri arealis ab altero areali ꝓximo. Tertius proportionalis eſt differentia dati numeri, qui quæritur in latere ſiniſtro tabulæ: verùm partiliter non reperitur, ab eo qui eo eſt proximè minor, aut proximè maior in eodem latere. Ex his tribus Quartus inueſtigatur, ducẽdo ſecundum in tertium, & productum diuidendo per primum, cui adhibetur denominatio ſecundum problemata multiplicationis & diuiſionis ipſi competens. Verùm quando

Annotatio. primus numerus proportionalis eſt 1 pars ſeu vnus gradus, tunc ſufficiet ducere ſecundum in tertium, nam ſi diuidas productũ ex ſecundo in tertiũ p primũ, vt cõſtat ex ſecundo canone denominationum prouenientium in diuiſionibus, omnino idem prodibit. Vt ſi 1 pars dat 6 1̄: quot dabunt 9 1̄? Nam ſi ducas 6 1̄ in 9, 1̄ prouenient 54 2̄, quod ſi diuidas 54 2̄ per 1 partem, prouenient 54 2̄. quare ſufficit ducere ſecundum in tertium.

Arealis. In vſu areali Primus numerus proportionalis eſt differentia inter duos areales proximos, qui numerus dat differentiam, quæ exiſtit inter laterales illis arealibus reſpondentes, quæ eſt Secundus numerus proportionalis. Tertius numerus proportionalis eſt differentia dati numeri in area quærendi, verùm in ea non extantis, à numero

Annotatio. areali proximo. Obſeruabis tamen ordinem numerorũ, an creſcant. Et ducto tertio numero proportionali per ſecundum, productum diuidetur per primum, & prodibit quartus proportionalis, qui erit addendus, ſi areales

areales progrediantur creſcendo, alioqui ſi decreſcant, auferetur: at quia ſecundus numerus proportionalis eſt 1 pars, proinde manet idem met tertius ex multiplicatione ipſius per ſecundum, vt patet ex 2. canone denominationũ prouenientium ex diuiſione: quare ſufficiet, vt tertius diuidatur per primum. Vt ſi 6 1̄ dant 1 partem, 9 1̄ quantum dabunt? Duc 1 partem per 9 1̄ & prodibunt 9 1̄, quas ſi diuidas per 6 1̄, proueniet 1 pars 30 1̄, quare ſufficiebat abſq; multiplicatione diuidere 9 1̄ per 6 1̄.

Exẽplum in laterali vſu Motus diurnus lunæ eſt 13 partium, quæritur 3 horis quot partes peragrabit? Dicito 24 horæ, quibus conſtat dies naturalis, exhibent 13 partes, 3 horæ quantũ exhibebunt? Duc 13 in 3, & ſunt 39, quibus diuiſis per 24, prodit 1 pars cum $\frac{15}{24}$, quæ ſunt 37 1̄ 30 2̄.

Exẽplũ in areali. 13 partes conficiuntur à luna 24 horis, 6 partes quot horis peragrabũtur? Duc 6 per 24, & ſunt 144, quæ diuide per 13, & prouenient 11 horæ & $\frac{1}{13}$.

Exẽplũ in laterali. 1 pars dat 35 1̄, 28 1̄ quot dabunt? Duc 35 1̄ in 28 1̄, & ſiunt 980 2̄, quæ ſi diuidantur per 60 1̄, prouenient 16 1̄ 20 2̄: tot igitur dabunt 28 1̄. vel ſic diuide 980 2̄ per 1 partem & prouenient 980 2̄, quæ ſunt 16 1̄, 20 2̄, quare ſufficiebat ſecundum ducere in tertium.

Aliud in areali. 1 pars, 37 1̄, dant 1 partem ſeu 60 1̄, quot dabunt 59 1̄? Duc 59 1̄ per 1 partem, & fient 59 1̄, quas diuide per 1 partem 37 1̄, & prouenient 36 1̄, 29 2̄, 41 3̄, &c.

De parte proportionali per tabulam proportionalem inuenienda.

Vſus tabulæ potiſſimus. In hunc vſum potiſsimum videtur tabula proportionalis inſtituta, vnde & denominationem obtinuit: quæ vtilis eſt, quando primus numerus proportionalis in vſu laterali eſt vnum, quod conſideratur in 60 diuidendum, &

 in areali

in areali quando secundus numerus proportionalis est 1, quod cõsideratur in 60 diuidendum. nam si consideretur diuidendum in 24, vt dies in 24 horas, partem proportionalem non inueneris in tabula, quæ propterea dicitur sexagenaria, quia tantũ vtilis est ad inueniendas partes proportionales ratione 60. Canon. Quando igitur ingrederis in tabulam per latus sinistrum, aut per frontem ipsius, multiplicatio sola secundi in tertium exhibet partem proportionalem, vt in tertio exemplo, si vna pars dat $35\,\bar{1}, 28\,\bar{1}$ quot dabunt? Exemplum acceptis $35\,\bar{1}$ in latere sinistro, & $28\,\bar{1}$ in fronte: vel vice versa, in proselyde horum duorum numerorum inuenies $16\,\bar{1}, 20\,\bar{2}$: tot itaque proueniunt in desiderata parte proportionali. Nam si diuidas $16\,\bar{1}, 20\,\bar{2}$ per primam partem, prouenient tantùm $16\,\bar{1}, 20\,\bar{2}$, quare redunduret ea diuisio. Canon. At quando ingredieris in tabulam arealiter, quia secundus arealis est 1 pars, seu $60\,\bar{1}$, & tertius ductus per secundum seipsum solum efficit, sufficiet vt tertius diuidatur per primum. Exēplum. vt in quarto exemplo, si 1 pars $37\,\bar{1}$ dant 1 partem, seu $60\,\bar{1}$, quod idem est: quod dabunt $59\,\bar{1}$? diuide $59\,\bar{1}$ per tabulam, per 1 partem $37\,\bar{1}$, & prouenient $36\,\bar{1}, 29\,\bar{2}, 41\,\bar{3}$, quanta erit pars proportionalis desiderata.

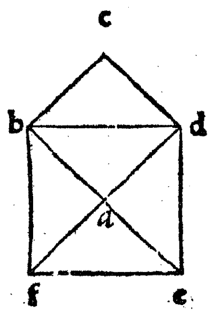
FINIS SECVNDI LIBRI.

LIBER TERTIVS,

DE RATIONIBVS & proportionibus.

Λόγος ratio, est duarum magnitudinũ eiusdẽ generis secundum quantitatem inter sese quædam habitudo. Definitio 3 lib. 5. Conferuntur autem secundum quantitatem, id est, qua vna alteram quantitate excedit, & eodem genere quantitatis prædita esse debent. quare ratio inter duos terminos versata, numeros numeris, continua continuis, corpora corporibus, superficies superficiebus, lineas lineis, sonos sonis, tempus tempori conferet.

Rationem inter sese habere magnitudines dicũtur, quæ possũt multiplicatæ sese inuicẽ excedere. Definitio 5. lib. 5. Etiã si nõnullæ incõmẽsurabiles magnitudines ἄλογα μεγέθη irrationales, seu sine ratione, nẽpe effabili, seu quę numeris exprimi possit, dicãtur ab Euclide li. 10. rationẽ tamẽ inter sese habẽt aliquã. multiplicatę enim sese excedũt nota aliqua mẽsura. vt diameter & latus quadrati. sit enim quadrati a b c d diameter b d, huius verò quadratũ sit e f b d. ex 47 primi quadratum e f b d, quod fit ex b d subtensa angulo recto d a b, est æquale quadrato lateris a b, & quadrato lateris a d. quare quadratum e f b d est duplum ad quadratum a b c d: ergo per 11 propositionem octaui, ratio vnius ad alterũ est ratio laterum duplicata: quare ratio diametri b d ad latus b a quadrati, est me-



dietas vnius duplæ, & duæ rationes diametri ad latus quadrati component vnam rationẽ duplam. Erit itaq; aliqua ratio inter diametrum & latus quadrati. Nam multiplicatæ hæ magnitudines sese excedunt aliqua mensura, seu area communi, quod ex schemate est notum. Nam triangulus d a b bis metitur quadratũ a b c d productũ seu multiplicatum ex a b in se, & quater metitur quadratum e f b d multiplicatum ex diametro b d. Quæ causa est, vt diameter & latus quadrati lib. 10. dicantur lineæ potentia commensurabiles, cùm sint ipsæ per sese incommensurabiles.

Diuisio rationis.

Duplex itaq; erit ratio, vna effabilis, quæ ῥητὸς Græcè dicitur, quæ numeris exprimi poterit, ideo Arithmetica dicitur: alia verò erit ἄῤῥητος ineffabilis, qualis est inter diametrum & latus quadrati, & inter numeros surdos & sua latera. Gæometra circa vtrasq; rationes, Arithmeticus verò tantùm circa effabiles rationes versatur.

Diuisio rationis effabilis.

Ratio effabilis æqualitatis dicitur, cũ æqualia inter sese conferuntur: inęqualitatis, cùm inæqualia. Si minor confe ratur cum maiore dicitur ὑπολογία, id est, minoris inæqualitatis ratio: si maior cum minore ἐπιλογία, id est, maioris inæqualitatis. Minoris inæqualitatis rationes denominabuntur à maioris inæqualitatis eorundem terminorũ rationibus, præponendo ὑπὸ, id est, sub. Vt 2 ad 1 est dupla, at 1 ad 2 subdupla. Rationis maioris inæqualitatis simplicia genera sunt, πολλαπλάσιος multiplex, ἐπιμόριος superparticularis, ἐπιμερὴς superpartiens. Composita genera πολλαπλασιεπιμόριος multiplex superparticularis, & πολλαπλασιεπιμερὴς, id est, multiplex superpartiens.

Diuisio in genera simplicia.

Multiplex est quando maior minorem aliquoties tantum continet. Multiplicis species, διπλάσιος dupla, vt 2 ad 1, τριπλάσιος tripla, vt 3 ad 1: τετραπλάσιος quadrupla, vt 4 ad 1. &c. similiter.

Super-

Superparticularis dicitur, quando maior numerus minorem tantùm semel, & vnam partem tantùm, non autem partes eius continet. Quòd si maior totum minorem & eius medietatem contineat, dicitur λόγος ἡμιόλιος ratio sesqui altera. vt 3 ad 2: si totum & tertiã tantùm contineat, dicitur ἐπίτριτος sesquitertia, vt 4 ad 3: si totum & quartã tantùm, dicitur ἐπιτέταρτος sesquiquarta, vt 5 ad 4, &c.

Superpartiens dicitur, quando maior minorem tantùm semel & eius aliquot partes, quæ nullo modo partem efficiunt, continet. Quòd si contineat semel & duas tertias, erit ἐπιδιμερὴς τρίτων superbipartiens tertias, vt 5 ad 3. Si semel & duas quintas, ἐπιδιμερὴς πέμπτων superbipartiens quintas, vt 7 ad 5. Si semel & tres quartas ἐπιτριμερὴς τετάρτων, vt 7 ad 4, &c.

Composita genera.

Ex simplicibus rationibus fiunt duo genera composita, vtpote multiplex superparticularis, quando numerus maior minorem aliquoties, & eius aliquam partem continet, quòd si bis et medietatem, dicetur dupla sesquialtera, vt 5 ad 2. si ter & medietatem, tripla sesquialtera, vt 7 ad 2, &c. Aliud genus compositum dicitur multiplex superpartiens, quando maior numerus minorem aliquoties & eius aliquot partes continet. quòd si bis & duas tertias eius contineat, dicetur dupla superbipartiens tertias, vt 8 ad 2, &c. Notabis ex hoc sequi nullam rationem vocandam superpartientem, quando partes efficiunt aliquã partem, nec dicendam rationem superbipartientem quartas, quia duæ quartę sunt vna medietas, quare erit sesquialtera. *Nota.*

Rationis minoris inæqualitatis totidẽ sunt genera quot & maioris.

Defini. 21. lib. 7.

In eadem ratione numeri esse dicuntur, primus ad secundum, & tertius ad quartum, quando primus secundi,

S *& tertius*

& tertius quarti æqualiter fuerit multiplex, aut eadem pars, aut eædem partes.

Hæc est propria definitio Euclidis numerorum proportionalium, nam quæ traditur libr. 5. Eudoxi est Magistri Platonis, non Euclidis, quam iure vt definito longè obscuriorem prætermitto.

7.definit.5 *Numeri eandem rationem habentes proportionales dicuntur.* Ἀναλογία *proportio, est rationum similitudo, seu comparatio duarum æqualium rationum.*

4.definit.5

Quando itaq; primus fuerit secundi æquè multiplex, aut submultiplex, vt tertius quarti, illi numeri sunt proportionales, vt 4 ad 2, ita 6 ad 3, & vice versa. Has duas proportiones significauit Euclides per duas priores partes definitionis. At proportiones quæ fiunt in rationibus superparticularibus & superpartientibus, vltima definitionis parte significatæ sunt. vt sicut 4 ad 6, ita 8 ad 12: nã quæ partes sunt $\frac{4}{6}$, eædem sunt $\frac{8}{12}$: seu quæ partes sunt 4 ipsorum 6, eædem sunt 8 ipsorum 12, nempe duæ tertiæ: & vice versa vt 6 ad 4, ita 12 ad 8. In superpartienti analogia exẽplũ. Sicut 5 ad 7, ita 15 ad 21: nam quæ partes sunt 5 ipsorum 7 eædem sunt 15 ipsorum 21, nempe quinq; septimæ: & vice versa, vt se habent 7 ad 5, ita 21 ad 15.

9.definit.5 *Proportio in tribus terminis vt minimum existit.*

Hæc dicitur continua, in qua sunt tres termini natura diuersi, vt sicut 4 ad 6, ita 6 ad 9. sed reuerà sunt 4 termini, nam secundus bis sumitur.

Discontinua quatuor terminis natura diuersis constat, vt sicut 4 ad 6, ita 10 ad 15.

10.defin.5 *Quando tres numeri proportionales fuerint, primus ad tertium duplo maiorẽ rationem habet quàm ad secundũ.*

Nam

Nam ratio extremorum cõposita est ex rationibus medij, quæ sunt duæ æquales.

Quando quatuor numeri fuerint continuo proportionales, primus ad quartum triplo maiorem rationem habet, quàm ad secundum, & ita deinceps vno minus quandiu fuerit proportio.

Nam si sint quinque cõtinuo proportionales, primus ad quintũ quadruplo maiorem rationẽ habet quàm ad secundum: nam proportio primi ad quintum quatuor æqualibus rationibus constat, scilicet primi ad secundum, secundi ad tertium, tertij ad quartum, & quarti ad quintum.

ὁμόλογοι *homologi, seu eiusdem ordinis inter sese dicuntur omnes numeri eiusdem proportionis antecedentes, & omnes consequentes inter sese dicuntur etiam homologi.* 11.defi.5

Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationũ magnitudines in seipsas multiplicatæ efficiunt τινὰ *aliquam, non aliquas.* 5.definitio 6.libri.

Ita enim censeo legendum, quæ sic composita est componentibus æqualis, id est, quando homologi numeri antecedentes talium rationum multiplicati inter sese efficiunt aliquem antecedentem: & homologi consequentes earundem rationum efficiunt aliquem consequentem. Horum enim qui gignuntur ratio est composita ex datis rationibus. vt si componas sesquialteram $\frac{3}{2}$ cum $\frac{4}{3}$ sesquitertia, fiet vna dupla $\frac{12}{6}$.

 Vnde

Corollariũ. Vnde fit vt datis quibuſcũque numeris extremis, ratio vnius ad alterum componatur ex omnibus rationibus intermedijs. vt ſi ſumas 5 & 1, quæ ratio eſt quintupla, ea cõponetur ex ratione ſeſquiquarta, quæ eſt 5 ad 4, & ſeſquitertia, quæ eſt 4 ad 3, & ſeſquialtera, quæ eſt 3 ad 2, & dupla, quæ eſt 2 ad 1. omnes enim hæ rationes compoſitæ, vt docet Euclides, faciunt vnam quintuplam. Vel ſi vnum medium numerum acceperis, ſcilicet 3, ratio quintupla cõſtabit ex ratione 5 ad 3 ſuperbipartiente tertias, & ratione 3 ad 1, quæ eſt tripla. hæ enim duæ rationes component vnam quintuplam: quod non ſolum verum eſt, quãdo medium extremo vno eſt minus, altero verò maius: ſed etiam quando vtroq; extremo maius eſt, vel minus: vt ſi digeras 2.5.3. ratio 3 ad 2 ſeſquialtera, componitur ex rationibus 3 ad 5, & 5 ad 2. nam diſpone $\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{2}$, & fiet ratio per 5 definitionem 6 libri, 15 ad 10, quæ eſt ſeſquialtera. Vel ſi ſic digeras 6, 2, 4, ratio 4 ad 2 dupla, & 2 ad 6 ſubtripla, faciunt ſubſeſquialteram, & proinde ratio ſubſeſquialtera componetur ex dupla & ſubtripla.

Modi colligendi ex rationibus.

12. defin. 5 Ἐναλλὰξ λόγος *permutatim ratio* (quæ temerè viciſsim à Zamberto interprete dicitur) *eſt acceptio antecedẽtis ad antecedens, & conſequentis ad conſequens.*

Vt ſicut a 2 ad b 4, ita c 3, ad d 6. quare & permutatim, vt a 2 ad c 3, ita b 4 ad d 6.

13. defin. 5 Ἀνάπαλιν λόγος *eſt acceptio conſequentis tanquam antecedentis, ad antecedens tanquam conſequens.*

Vt ſicut a 2 ad b 4, ita c 3 ad d 6: ergo vt b 4 ad a 2, ita d 6 ad c 3.

14. defin. 5. Σύνθεσις λόγου *compoſitio rationis, eſt acceptio antecedẽtis*

tis

tis cum conſequente tanquam vnius ad ipſum conſequẽs.

Vt ſicut a 2 ad b 4, ita c 3 ad d 6: ergo vt a b 6 ad b 4, ita c d 9 ad d 6. Vel aliter

Eſt acceptio antecedentis cum conſequente tanquam vnius ad antecedens.

Vt ſe habẽt 2 ad 4, ita 3 ad 6: ergo vt 2 & 4, id eſt 6 ad 2, ita 3 & 6, id eſt 9 ad 3.

Διαίρεσις λόγου *diuiſio rationis, eſt acceptio differentiæ inter antecedens & conſequens ad ipſum conſequens, vel ad ipſum antecedens.* 15. defin. 5

Vt ſe habẽt 4 ad 6, ita 8 ad 12: ergo vt ſe habent 2 differẽtia inter 4 & 6 ad 6, ita 4 differentia inter 8 & 12 ad 12. vel ita ſe habebũt 2 ad 4, vt 4 ad 8.

Ἀναστροφὴ λόγου *ſubuerſio, aut euerſio rationis, eſt acceptio antecedentis ad differentiam inter antecedens & conſequens. Vel erit acceptio conſequentis ad eandem differentiam.* 16. defin. 5

Vt ſe habent 4 ad 6, ita 8 ad 12: ergo vt ſe habent 4 ad 2, differentiam inter 4 & 6, ita ſe habent 8 ad 4 differentiam inter 8 & 12. vel, vt ſe habent 6 ad 2 differentiam, ita 12 ad 4 differentiam.

Δίισου λόγος *ex æquo ratio, fit quando plures numeri binatim ſumuntur, & alij totidem numero in eadem, vel eiſdem rationibus cum prioribus, vt ſe habet in prioribus numeris primus ad vltimum, ita in ſecundis primus ad vltimum. Aut aliter, eſt acceptio extremorum per ſubtractionem mediorum.* 17. defin. 5

Vt 8, 4, 2, ita 12, 6, 3: ergo vt 8 ad 2, ita 12 ad 3. vel quando

 in diin diuerſis rationibus proponuntur priores, vt 8,6,4, ita 12,9,6: ergo vt ſe habent 8 ad 4, ita 12 ad 6.

Præter hos modos colligendi ſimplices, occurrerunt mihi aliquando hi ſequentes intricatiores. vt ſicut a ad b, ita c ad d: & ſicut a ad e, ita c ad f: ergo vt a ad b e, ita c ad d f: quæ eſt compoſitio rationis. Cuius diuiſio erit huiuſmodi. vt ſe habet a ad b e, ita c ad d f: & vt a ad b, ita c ad d: ergo vt a ad e, ita c ad f. Vel ſic, vt a ad b e, ita c ad d f: & vt a ad e, ita c ad f: ergo vt a ad b, ita c ad d.

a 2 { e 6, b 4 }
c 3 { d 6, f 9 }

18.defin.5 *Ordinata proportio eſt, quando fuerit vt antecedens ad conſequens, ita antecedens ad cõſequens: vel vt conſequẽs ad aliud quippiam, ſic conſequens ad aliud quippiam.*

Vt vides in præcedenti exemplo, in quo rectum ordinem ſeruant termini.

19.defin.5 *Perturbata proportio eſt, quando ſumuntur tres numeri, atq; alij totidem multitudine, & vt in prioribus numeris antecedens ſe habet ad conſequentem, ſic in ſecundis numeris antecedens ſe habet ad conſequentem: vt verò in primis numeris conſequẽs ſe habet ad alium quempiam, ita in ſecundis alius quiſpiam numerus ſe habet ad antecedentem.*

Exemplum. ſicut 6 ad 3, ita 8 ad 4. & vt 3 conſequẽs primæ rationis ſe habet ad 2 alium quempiam numerum, ita 12 alius quiſpiam numerus ſe habet ad 8 antecedentem ſecundæ rationis. Quare ſi proponantur perturbatim 6,3,2, & 12,8,4: vt 6 ad 3,

6 — 3 2
12 8 — 4

6 ad 3, ita 8 ad 4: & vt 3 ad 2, ita 12 ad 8: ergo etiã ex æquo vt ſe habent 6 ad 2, ita 12 ad 4.

PROBLEMA I.

Datæ rationis cuiuſcunq; ſpeciei ex ipſo nomine minimos terminos eius inuenire.

In rationibus multiplicibus denominatio prodit ſemper terminum maiorem ex minimis terminis eius rationis, alter terminus eſt ſemper 1. vt triplæ primus terminus eſt 3, ſecundus 1, &c. In ſuperparticularibus poſtrema pars nominis prodit minimum terminũ eius rationis, cui ſi addas 1, colliges alterũ terminũ, vt in ſeſquialtera, altera dicitur de duobus, idcirco 2 eſt minimus terminus, cui ſi addas 1, fiunt 3. quare dico 3 & 2 eſſe minimos terminos ſeſquialteræ. Similiter in ſuperpartientibus vltima pars nominis ſignificat minimum terminum rationis, cui ſi addas numerum aduerbij, in medio nominis collocati, habebis alterum terminum eius rationis ex duobus minimis. Vt ſi quæras minimos numeros rationis ſupertripartiẽtis quartas, 4 erit minimus terminus, cui adde 3 ſignificata per aduerbium tri. & fiunt 7. dico 7 & 4 eſſe primos, ſeu minimos numeros datæ rationis. In multiplicibus ſuperparticularibus rationibus vltima pars nominis ſignificat minimum terminum rationis, qui eſt multiplicandus per denominationẽ multiplicis, & addẽda vnitas. Vt volo ſcire minimos numeros rationis triplæ ſeſquitertiæ: vltima pars nominis, tertia, præſefert 3, qui eſt minimus terminus

terminus datæ rationis, qui ducatur per 3 vnde dicitur tri pla, & fiunt 9, cui adde vnitatem, & fiunt 10. dico 10 & 3 esse minimos numeros datæ rationis. *Similiter in multi*plicibus superpartientibus; vltima pars nominis prodit minimũ terminũ rationis, qui multiplicatus per rationis multiplicis denominatorem, & producto additus numerus partium, qui significatur per aduerbium, produnt alte rum terminũ maiorem: vt si velis scire primos numeros ra tionis quadruplæ supertripartientis quintas: primus numerus eius rationis minimus est 5, qui quadruplicatus facit 20, additis verò tribus, fiunt 23: dico 23 & 5 esse rationis quadruplæ suptripartiẽtis quintas minimos terminos.

Exemplum

PROBLEMA 2.

Datis numeris quomodocunq; minimos eandem ra tionẽ cum illis habentes inuenire.

Propositio 35 septimi. *Si reciprocè minorem à maiore* auferendo, peruenias ad vnitatem, per primam septimi erunt adinuicem primi, & per 23 eiusdem, erunt minimi nu meri omnium eandem rationem habentium cum illis. Si reciprocè minorem à maiore auferendo tandem perueniatur ad aliquem numerum alium ab vnitate, ille erit mensura maxima cõmunis vtriusq;, per 2 proposi. eiusdem. Diuide modo per eam mensuram maximam vtrunq; numerum datum, & prouenientes quoti erunt minimi numeri habentes eandem rationem cum illis. Vt dẽtur primũ 19 & 13, deme 13 à 19, & manent 6, quæ deme à 13, & manẽt 7, rursus deme à 7 ipsa 6, & manet 1: quare 19 & 13 sunt primi ad se inuicem, & minimi omnium qui eandem cum illis

Exemplũ.

illis rationem habent. Sint dati numeri 21 & 15, deme 15 à 21, & manent 6, quæ deme à 15, & manent 9, rursus à 9 deme 6, & manent 3, quòd si à 6 demas 3, manent 3, quare 3 est maxima mẽsura communis 21 & 15: diuide 21 per 3, & proueniunt 7, diuide 15 per 3, & proueniunt 5: quare 7 & 5 sunt minimi numeri omnium habentium eãdem rationem cum 21 & 15, cuius causam reddunt duæ sequen tes propositiones.

Theorema primum, & propositio 3.

Si aliquis numerus duos multiplicans fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quã multiplicati.

Propositio 17 septimi. multiplicet 5 duos numeros, scilicet 7 & 3, & fient 35 & 15, quorum ex præcedenti problemate minimi numeri eandem rationem cum illis habentes sunt 7 & 3. cuius ratio est. nam si 5 multiplicans 7, facit 35, & multiplicãs 3, facit 15, toties inuenietur 7 in 35, quoties 3 in 15, nempe quinquies: quare qualis pars est 7 ipsorũ 35, talis est 3 ipsorum 15. Vnde per definitionem numerorũ proportionalium, qualis ratio est 7 ad 35, talis est 3 ad 15, quare permutatim, qualis ratio est 7 ad 3, talis est 35 ad 15, quod erat demonstrandum.

Theorema 2, propositio 4.

Si per aliquem numerum duo alij diuidantur, prouenientes ex diuisionibus eandem rationem cum illis habebunt.

Hæc est conuersa per resolutionem, vt si diuidas 35 & 15 per 5, prouenient 7 & 3, qui multiplicati per 5, facient 35 & 15, numeros eiusdem rationis cum 7 & 3 per præcedentem.

Theorema 3. propositio 5.

Si duo numeri aliquem multiplicātes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandē rationē habebunt, quàm multiplicātes.

Propositio 18 septimi conuersa 17. sint 3 & 2 habentes se in ratione sesquialtera, qui multiplicent 5, & fient 15, & 10, qui se habebunt in eadem ratione cum 3 & 2.

Theorema 4 propositio 6.

Si aliquis numerus per duos diuidatur, geniti ex diuisionibus eandem rationem cum diuisoribus habebunt, sed alterius generis.

Sint 40, quæ diuidantur per 5 & 4, & prouenient 8 & 10, qui habent eandem rationem, sed alterius generis, id est, si data ratio sit minoris inæqualitatis, quæ proueniet, erit maioris inæqualitatis, & contra.

PROBLEMA 3. PROPOSIT. 7.

Datorum numerorum rationes suis nomenclaturis exprimere.

Per secundam huius quære minimos numeros eandem cum ipsis rationem habentes, aut ex illis minimis, minor mensurat maiorem, id est, aut est pars eius, aut non. hoc autem deprehendes diuidendo maiorem per minorem: nam si ex diuisione nihil remaneat, minor mensurabit maiorē, & inter eos erit ratio multiplex: si ex diuisione prouenienś sit 2, erit dupla, & minor erit medietas maioris: si quotus sit 3, erit maioris ad minorē tripla, &c. Si verò ex diuisione maioris per minorem proueniens quotus sit 1, & remaneat 1, inter tales numeros est ratio superparticularis: si diuisor sit 2, erit sesquialtera, vt 3 ad 2. si diuisor sit 3, tunc erit sesquitertia, vt 4 ad 3. semper enim diuisor dabit denominationem relicto ex diuisione. Si verò maiorem diuidēdo per minorem quotus sit vnitas, & remaneat aliquis numerus alius ab vnitate, ratio erit inter eos numeros superpartiens, & diuisor dabit denominationem numero relicto, qui exprimetur per aduerbium. vt si diuisor sit 3, & remaneant ex diuisione 2, nempe $\frac{2}{3}$, quare erit superbipartiens tertias, &c. Si verò maiorem diuidendo per minorem, quotus sit alius numerus ab vnitate, si ex diuisione remaneat 1, ratio erit multiplex superparticularis, denominationem multiplicis dabit quotus: denominationem particulæ dabit diuisor, vt si sit diuisor 3, & quotus sit 3, & relictus ex diuisione sit 1, erit ratio tripla sesquitertia, qualis est inter 10 & 3. Si verò maiorem diuidendo per minorem, quotus sit alius ab vnitate, & remaneat alius numerus ab vnitate, ratio erit multiplex superpartiens: quotus dabit denominationem multiplicis, diuisor denominationē partibus, quæ tot erūt, quot significabit numerus relictus ex diuisione, & aduerbialiter efferētur. Vt sint minimi numeri 3 & 11, diuide 11 per 3, & proueniūt 3 & $\frac{2}{3}$: quare erit inter 11 & 3 ratio tripla superbipartiēs tertias.

Multiplex · *Superparticularis.* · *Suppartiēs* · *Multiplex superparti.* · *Multiplex suppartiēs.*

PROBLEMA 4. PROPOSIT. 8.

Datis quibuscunque rationibus, quæ sit altera maior inuenire.

Hoc proposi. 8. li. 5. docet Euclides, dicēs, inæqualiū magnitudinū maior ad eandē maiorē rationē habet, quā minor: & eadē ad minorē, maiorē rationē habet quā ad maiorem. vt si conferas 6 & 4 ad 2, maior ratio est 6 ad 2, quā 4 ad 2. Similiter si 2 conferantur ad 4 & ad 6, maiorē rationem habent 2 ad 4, quàm ad 6: itaq; in cōferēdis inter sese rationibus, debet esse communis quædam magnitudo antecedens, aut consequens. quare in multiplicium vniuerso genere, quæ maiorem habet denominationem, maior est. omnium enim earum minimus consequēs est vnitas: vt tripla maior est dupla, &c. in quo genere datur omnium minima, nempe dupla, non autem maxima. Inter superparticulares contra accidit. maior enim est quæ minorem habet denominationem. nam ex 5 communi concepti. 7 libri, pars maior est quę minorem habet denominationem, idcirco omnium superparticularium maxima est sesquialtera: non tamen datur minima superparticularis. Inter superpartientes ea est maior, quæ plures partes eiusdem denominationis continet. vt supertripartiens quintas, maior est superbipartiente quintas. In hypologis rationibus cōtrarium accidit. nam subdupla est omnium submultiplicium maxima, nec datur minima submultiplex. Inter subsuperparticulares minima est subsesquialtera, nec datur aliqua omnium maxima. Reliquas autem atq; etiam prædictas reduces ad alias rationes æquales, quæ habeāt eosdē consequentes, quod facito vt problemate 4 secundi libri dictum est, dispone datas rationes formis partium, vt vides supratripartientem quintas, & superbipartientem septimas depictas, quas reduces ad eosdem consequentes, seu denominatores, vt ibi docuimus. Erit itaq; supertripartiens quintas reducta ad rationem, quæ est inter 56 & 35: & superbipartiens septimas reducta ad rationem, quæ est inter 45 & 35, vt probauimus ex 17 septimi. Quare maior est ratio supertripartiens quintas ratione superbipartiente septimas $\frac{11}{35}$, is enim est excessus inter $\frac{56}{35}$ & $\frac{45}{35}$.

Exemplum

56	45
8	9
5	7
35	35

hac methodo rationes hypologas conferes inter sese, & cum epilogis rationibus, vt scias quæ sit maior.

PROBLEMA 5. PROPOSIT. 9.

Datas rationes in minimis terminis continuare.

Duæ rationes in tribus terminis: tres, in quatuor terminis, quatuor in quinq; terminis continuātur. Si duæ sunt continuandæ, duc antecedentem primæ in antecedentem secundæ, & fit primus terminus: duc consequentem primæ in antecedentem secundæ, & fit secundus terminus: duc consequentem primæ in consequentem secundæ, & fit tertius terminus: vt dupla 2 ad 1, & sesquitertia 4 ad 3, dispositis terminis, vt vides, continuantur in 8, 4, 3. Si tres sint continuandæ, duc antecedētem primæ in antecedentem secundæ, productum verò duc in antecedentē tertiæ, & fiet primus terminus: duc consequentem primæ in antecedentem secundæ, & productum duc in antecedentem tertiæ, & fiet secundus terminus: duc consequentem primæ in consequentem secundæ, & productum duc in antecedentem tertiæ, & fiet tertius terminus: duc consequentem primæ in consequentem secundæ, & productum duc in consequētē tertiæ, & fiet quartus terminus. Vt tripla, & sesquitertia & quintupla dispositæ sic continuātur.

Exemplum

2	4
1	3

3 in 4 ducta faciūt 12, quæ ducta in 5 faciūt 60, scilicet primum terminū. duc 1 in 4, & sunt 4, & 4 in 5, & sunt 20, secūdus scilicet terminus. duc 1 in 3, & 3 in 5, & fient 15, tertius terminus. demum duc 1 in 3, & sunt 3, & 3 in 1, & sunt 3, quartus videlicet

Exemplum

3	4	5
1	3	1

T iii

delicet terminus. dico igitur in 60,20,15,3 continuari tres prædictas rationes. Si quatuor ſint continuandæ, ducentur omnes antecedentes in ſeſe, & fiet primus terminus. Ducetur deinde conſequens primæ in antecedentem ſecũdæ,& productum iterum in antecedentem tertiæ,& productum in antecedentem quartæ, & fiet ſecundus terminus. conſequens primæ ducetur in antecedẽtem ſecundæ, & productum in conſequentem tertiæ, & productum in conſequentem quartæ,& fiet tertius terminus. conſequens primæ ducetur in conſequentem ſecundæ,& productum in conſequentem tertiæ, & productum in antecedentem quartæ,& fiet quartus. conſequentes omnium ducentur in ſeſe,& fiet vltimus terminus, vt ſint continuandæ rationes tripla, dupla, ſeſquialtera, ſeſquitertia. diſpones eas in minimis terminis, vt vides, & inuenies 72,24,12,8, 6 minimos terminos continuatarum rationum datarum.

3—2—3—4
1—1—2—3

PROBLEMA 6. PROPOSIT. 10.

Datas quaſcunque rationes in vnam componere.

Ex 5 definitione ſexti ita facito. duc antecedentẽ vnius in antecedentem alterius,& fiat antecedens:& conſequentem vnius in conſequentem alterius,& fiat cõſequens. qui duo producti numeri continent datas rationes. vt ſi componas vnum tonum, qui conſtat ſeſquioctaua ſonorum ratione, ſcilicet 9 ad 8 cum alio tono, fit ratio 81 ad 64. quæ eſt minor conſonantia διατεσσάρων, id eſt ſeſquitertia differentia $\frac{13}{192}$. ſi componas diateſſarωn cum tono, fit diapente. Si verò componas διαπέντε, id eſt, ſeſquialteram conſonantiã cum diateſſarωn, id eſt, ſeſquitertia, habebis cõſonantiam διὰ πασῶν, nempe duplam. Si verò diapaſω̃n cõiungas cum diapente, habebis vnam triplam. Si duas diapaſω̃n colligas, fiet diſdiapaſω̃n, nempe quadrupla. Quod etiam ex proximè pręcedenti problemate probari poteſt. nam ſi duos tonos in minimis numeris continues, fiẽt 81, 72,64. quare per vltimæ definitionis corollarium erit ratio 81 ad 64 compoſita ex ratione 81 ad 72, quæ eſt ſeſquioctaua,& ratione 72 ad 64, quæ etiam eſt ſeſquioctaua. Vt compoſuiſti duas, compones quotcunq; alias. *Idẽ aliter.*

PROBLEM. 7. PROPOSI. 11.

Datas quaſcunque rationes inſtar partium vulgarium componere.

Hæc methodus rationes componendi rationum additio dici poteſt. Sæpe accidit, vt inter menſurandum addantur rationes quemadmodum partes, quò fit, vt duæ rationes æqualitatis faciant vnam duplã, vt ſi colligas $\frac{1}{1}$ cum $\frac{1}{1}$ fient $\frac{2}{1}$: ſi colligas $\frac{1}{1}$ cum $\frac{2}{1}$, id eſt dupla, fit $\frac{3}{1}$ tripla. ſi $\frac{3}{1}$ triplam cum $\frac{1}{1}$, fit quadrupla. Quo modo ſi componas vnam ſeſquialteram cum ſeſquitertia, fiẽt iuxta 4 problema 2 libri $\frac{17}{6}$, quod fuſiſsimè ibi quoad partes, eſt declaratum.

PROBLEM. 8. PROPOS. 12.

Rationes datas per alias quaſcunque diuidere.

Hoc genus diuiſionum vocatur rationum ablatio. Sicut in partibus non ſolùm maior per minorem, ſed & minor per maiorẽ diuiditur, ſic in rationibus non ſolùm maior

ior per minorem, ſed & minor per maiorem diuidi ſolet, quod in multiplicibus verum eſt, nedum in ſuperparticularibus & ſuperpartientibus, quarũ nomina prorſus ſunt ſimilia nominibus partiũ, quod ex rationũ nominibus manifeſtũ eſt. vt ſeſquitertia perinde eſt ac ſemel & tertia. Et vt in diuiſione partium quotus numerus continet rationẽ, quam habet diuidenda ad diuidentem, ſic in rationibus,
Canon. eadem itaque erit methodus diuiſionis rationum cum partium diuiſione. nempe diuidendæ rationis antecedens ducetur in conſequentem diuidentis, & fiet antecedẽs, illius verò conſequens in huius antecedẽtem, & fiet conſequẽs.
Exemplum vt ſi diuidas duplam per vnam quadruplam, id eſt, ſi abſtrahas à dupla quadruplam, diſpones eas vt partes interpoſita virgula, & proueniet vna ſubdupla. atq; quam rationem habet 2 antecedens ſubduplæ ad 4 ſuum conſequẽtem, eãdem habet ratio dupla ad quadruplam. $\frac{2}{1} \times \frac{4}{1}$ proueniet $\frac{2}{4}$.
Examen. Quòd ſi ducas quadruplam per ſubduplam, ſeu has duas rationes in vnã cõponas, proueniet dupla, quod examen eſt certiſsimum. Sic ſi diuidas conſonantiam diapente, nempe ſeſquialteram, per tonum, id eſt ſeſquioctauam, proueniet diateſſarων, id eſt ſeſquitertia: ſi diapaſων per diateſſarων, emerget diapente: ſi diapaſων per diapente, fiet diateſſarων: ſi ex diateſſarων demas diapente, remanebit ratio 8 ad 9 ſubſeſquioctaua, hypotonus. Hæc diuiſio mutuo reſpondet compoſitioni propoſit. 10. huius. Quæ alio modo fieri poteſt, nempe ſi inter terminos diui-
Aliter. dendæ rationis collocaretur numerus, ad quem aliquis terminus diuidendæ rationis ſe haberet in eadem ratione cũ diuidente ſic. Sit diuidenda dupla per ſeſquialteram, accipio duplã inter 4 & 2, inter quæ colloco 3, quæ ſe habent cum 2 in ratione ſeſquialtera: quum itaq; in 4, 3, 2, ratio 4 ad

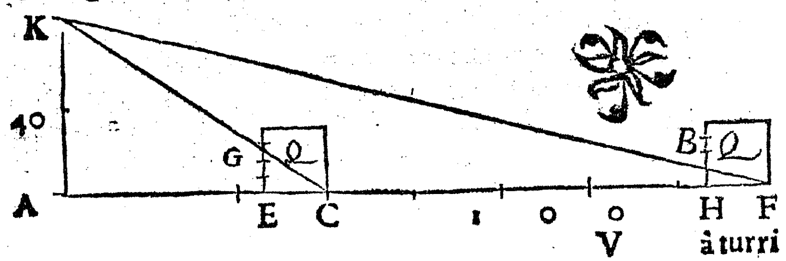
ad 2 dupla, ſit compoſita ex ratione 4 ad 2 ſeſquitertia, & 3 ad 2 ſeſquialtera, dempta à ratione 4 ad 2, ratione 3 ad 2 ſeſquialtera, remanebit ratio 4 ad 3 ſeſquitertia.

PROBLEMA 9. PROPOSIT. 13.

Vnam rationem ab altera perinde ac partium ſubtractionem abſtrahere.

Aut datæ rationes habent eoſdem conſequentes, aut non. Si habeant, ſubtrahe antecedentem minoris ab antecedente maioris manente eodem conſequente, & proueniet differentia inter eas. Vt ſi demas duplam $\frac{2}{1}$ à quadrupla $\frac{4}{1}$, remanebit dupla $\frac{2}{1}$: ſi demas triplam $\frac{3}{1}$ à quadrupla $\frac{4}{1}$, remanebit ratio $\frac{1}{1}$ æqualitatis. Si verò datæ rationes habeant diuerſos conſequentes, tum per 8 huius reductis ipſis ad eandem denominationem, ſeu ad eundem conſequentem, fiet ſubtractio Vt ſi demas ſeſquitertiam $\frac{4}{3}$ à ſeſquialtera $\frac{3}{2}$, reducta ſeſquialtera ad $\frac{9}{6}$, & ſeſquitertia ad $\frac{8}{6}$, remanebit $\frac{1}{6}$ ſubſextupla. Vtilitas.

Vtilis eſt hæc ſubtrahendi methodus ad menſurationes. Dioptra enim quadrati Geometrici Q, percipies in plana ſuperficie verticẽ turris AK, bis. Semel ex C loco, iterum ex F: in prima obſeruatione, ex latere quadrati dioptra interſecet lineã E G, quæ ſit 8, qualium totũ latus 12. quare p 4 ſexti, vt ſe habet C E 12 ad E G 8: ita c a diſtãtia

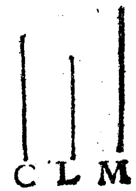


à turri ad A K eius altitudinem, sesquialtera videlicet ratione. Ex F loco cõspecto rursus vertice turris dioptra intercepit lineam H B, quæ sit 3, qualiũ totum latus quadrati est 12. Itaq; per eandẽ sexti, vt ratio F H ad H B est quadrupla, ita distãtiæ F A ad altitudinem A K est quadrupla, at à loco C ad locum F sunt 100 pedes, quæritur quanta sit turris A K altitudo? deme rationem sesquialterã C A ad A K, à ratione quadrupla F A ad A K, vt habetur hoc problemate, & remanebit ratio $\frac{5}{2}$, nempe distantiæ F C ad A K, quæ est dupla sesquialtera. Dic modò 5 dãt 2, quãtum dabunt 100 pedes? & per problema 8 primi, inuenies A K turris altitudinẽ esse 40 pedum. Si verò subtraheres sesquialteram à quadrupla, vt habetur proposit. 12 huius, remaneret ratio distantiæ F C ad A K altitudinem, dupla superbipartiẽs tertias, ex qua nõ posses turris altitudinem inuestigare, nam distantiæ F C ad A K altitudinem est ratio dupla sesquialtera. Vtraq; ergo rationum subtrahendarum methodus est vtilis Geometræ, sed quæ fit per diuisionem partibus consuetam, Musico & Astronomo est peculiaris, qua non solum minor ratio à maiore, sed etiam à minore maior subtrahitur, quod non potest fieri in subtractione quæ hic traditur. Quòd autem maior ratio à minore subtrahatur, ex 5 definitione lib. sexti necessariò colligitur, atq; ex corollario nostro, & ex 19 definitione li. 7. secundum Campanum, & 12 & 13 capite primi libri Almagesti. Nam si ratio 3 ad 2, dispositis sic 3, 5, 2, cõposita est ex ratione 3 ad 5, & 5 ad 2: cùm 5 ad 2 sit dupla sesquialtera: at 3 ad 2 est sesquialtera, necessarium est vt minor ratio cõponatur ex maiore. quare à minore poterit subtrahi ratio maior minorem cõponens. Adhæc, necessariò respõdet diuisio multiplicationi, sed multiplicatio, seu compositio rationũ fit methodo multiplicationis partium, & diui-

Demonstratio.

sio

sio rationum, seu abstractio fiet omnino vt fit diuisio partium, qua minor per maiorem diuiditur. Maior ergo ratio à minore abstrahetur, vt docet Theon in 23 proposi. sexti: dicit enim rationem lineæ C ad M componi ex rationibus C ad L, & L ad M, & vicissim ratio M ad C cõponetur ex rationibus M ad L, & L ad C: sed ratio M ad L est maior ratione M ad C, per 8 quinti: quare à ratione M ad C minore, poterit subtrahi ratio M ad L maior, & remanebit ratio L ad C. Errant itaque Io. Buteo, & frater Lucas contra sentiẽtes.



PROBLEMA 10. PROPOSIT. 14.

Numeros continuò proportionales minimos in data ratione, quotcunque imperauerit quispiam, inuenire.

Propos. 2. lib. 8. Duc antecedentem datæ rationis in se, & in suum cõsequentem: deinde duc consequentem in se, & habebis tres genitos numeros in eadem ratione. Deinde duc antecedentem datæ rationis in hos tres primogenitos, & consequentem datæ rationis in vltimum ex tribus primogenitis, & habebis quatuor in eadem ratione, & cæteros similiter. Vt ratio-

3	9	27	81	243	729
2	6	18	54	162	486
	4	12	36	108	324
		8	24	72	216
			16	48	144
				32	96
					64

Exẽplum.

nis

nis sesquialteræ, quæ in minimis numeris 3 & 2 existit, omnes numeros proportionales minimos institutum sit inuenire. Dispone eos numeros sic. duc 3 in se, & sunt 9, & in 2, & sunt 6: & 2 in se, & habes 4,6,9. rursus duc 3 in 9, & sunt 27: & 3 in 6, & sunt 18: & 3 in 4, & sunt 12: & 2 in 4, & sunt 8,12,18,27, quatuor proportionales minimi in ratione sesquialtera &c. Demõstratur hoc ex 17 propos. li. 7. quia 3 multiplicauit se, nempe 3 & 2: quare producti 9 & 6 se habent in eadem ratione, ac 3 & 2: rursus per eandem propos. li. 7. ipse 2 multiplicauit 3, & se, id est 2: quare producti 6 & 4, similiter se habebunt in eadem ratione cum 3 & 2: ergo per 11 quinti, qualis ratio est 9 ad 6, talis est 6 ad 4, quod erat faciendum.

Demonstratio.

Annotatio.

Quomodo datis quibuscunq; terminis, sit ratio eorum continuãda, docuimus iam lib. 1, proble. 7. atq; quomodo sit inueniẽdũ vnũ mediũ proportionale, proble. 5. Quo inuento, simili ratione inuenientur duo alia: nam si inter A & E ducendo A in E, eius producti radix quadrata C est mediũ proportionale inter A & E: quare si ducas A in C, producti radix quadrata L erit medium proportionale inter A & C. Similiter, inter C & E inuenies D aliud mediũ proportionale, qua methodo inuenta erunt tria. & sic consequenter infinita media proportionalia impari progressione inueniri poterunt.

Theorema 5, Propositio 15.

Si fuerint tres numeri proportionales, cubus medij est æqualis ei, qui fit ex ductu omnium in sese.

Vt sicut 2,4,8, cubicus 4 est 64. si ducas 2 in 4, sunt 8, si 8 in 8, sunt 64. Hoc fit quia cubicus ad suã radicem habet rationem duplicatam ex ratione, quam habet ad quadratũ radicis

radicis: sicut tertius proportionalis p 10 definitionẽ quinti, habet rationem duplicatam ex ratione, quæ est inter secundum & primum.

PROBLEMA 11. PROPOSIT. 16.

Inter datos numeros, duos medios proportionales inuenire.

Si ratio inter datos numeros possit in tres æquas rationes diuidi, dabuntur duo medij proportionales absq; fractionibus sic. Sint 2 & 16, inter quos est ratio octupla, quę componitur ex tribus duplis. duc 2 quadratè, & sunt 4, quæ duc per 16, & fiũt 64, cuius latus cubicum sunt 4, qui est primus medius minor. deinde duc quadratè 16, & fiũt 256, quæ duc per 2, & sunt 512, cuius latus cubicum sunt 8, alter medius proportionalis maior. Si ratio inter datos non possit diuidi in tres æquas rationes, tum producti ex quadratis datorum numerorum in eos erunt surdi, nec habebunt latera cubica. Quare notabis medios proportionales per notam ꝟ absq; inuentione lateris cubici. vt si dandi sunt duo medij proportionales inter 2 & 10, inter quos est ratio subquintupla, quæ non potest diuidi in tres rationes æquales, quadra 2, & sunt 4, quæ duc per 10, & sunt 40. quadra 10, & sunt 100, quæ duc per 2, & sunt 200. dico 2 & ꝟ 40, & ꝟ 200 & 10 esse quatuor numeros proportionales. Accipe enim cubicos extremorum cum eis sic, 8, 40, 200, 100, qui numeri sunt continuò proportionales ratione quintupla: quare & eorum latera erunt proportionalia per 12 propositionem 8 libri. Ratio huius propositionis sumitur ex 10 definitione quinti. nam si quatuor numeri fuerint proportionales, ratio vnius extremi

Exẽplum.

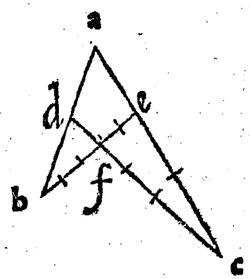
Exẽplum.

ad alterum est ratio mediorum triplicata. quare cùm ratio extremorum non posſit ex tribus æqualibus rationibus componi, non poterunt abſq; fractionibus dari duo medij proportionales.

PROBLEM. 12. PROPOSI. 17.

Data ratione compoſita ex duabus, ex ſex terminis earum, compoſitas omnes ex illis ſex terminis, & componentes omnes rationes inuenire.

Ptolomæus lib. 1. magnæ conſtructionis cap. 12. demõſtrat, protractis duabus lineis, a b, & a c, à puncto a, & ab extremis earum ductis alijs duabus lineis b e, & c d, ſecantibus ſe in puncto f, futuram rationem c a ad a e, compoſitam ex rationibus c d ad d f, & f b ad b e. Item rationẽ c e ad e a componi ex rationibus c f ad f d, & d b ad b a. Similiter rationem b a ad a d componi ex rationibus b e ad e f, & f c ad c d. Itẽ rationem b d ad d a cõponi ex rationibus b f ad f e, & e c ad c a. Quod ex hoc ſchemate euidẽtiſsimum eſt, in quo c a eſt 3, qualiũ a e 1, & c d eſt 5, qualium d f eſt 1, & f b 3, qualium b e 5. Sit itaq; in prima ſyntheſi c a 3 Primus terminus, a e 1 Secundus, c d 5 Tertius, d f 1 Quartus, f b 3 Quintus, b e 5 ſextus. quod de hac ſyntheſi prima quatuor, quæ emergunt ex hoc ſchemate, dicetur, dicendum eſt de omnibus rationibus compoſitis ex alijs duabus: quòd ratio primi 3 ad ſecundum 1, ſit com-



ſit compoſita ex rationibus tertij 5 ad 1 quartũ, & 3 quinti ad 5 ſextum, patet ex 5 definitione ſexti. nam $\frac{3}{1}$ fit ex $\frac{5}{1}$, & $\frac{3}{5}$.

Ratio primi ad ſecundum conſtat ex rationibus tertij 1
ad ſextum, & quinti ad quartũ, nam $\frac{3}{1}$ conſtat ex $\frac{5}{5}$ & $\frac{3}{1}$.

Ratio primi ad tertium conſtat ex rationibus ſecundi 2
ad quartũ, & quinti ad ſextũ. nam $\frac{3}{5}$ conſtat ex $\frac{1}{1}$, & $\frac{3}{5}$.

Ratio primi ad tertium conſtat ex rationibus ſecundi 3
ad ſextum, & quinti ad quartũ. nam $\frac{3}{5}$ cõſtat ex $\frac{1}{5}$ & $\frac{3}{1}$.

Ratio primi ad quintum conſtat ex rationibus ſecundi 4
ad ſextum, & tertij ad quartum. nam $\frac{3}{3}$ fit ex $\frac{1}{5}$ & $\frac{5}{1}$.

Ratio primi ad quintum conſtat ex rationibus ſecundi 5
ad quartum, & tertij ad ſextum. nam $\frac{3}{3}$ conſtat ex $\frac{1}{1}$ & $\frac{5}{5}$.

Ratio ſecundi ad quartum conſtat ex rationibus primi 6
ad tertium, & ſexti ad quintum. nam ratio $\frac{1}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{3}$.

Ratio ſecundi ad quartum conſtat ex rationibus primi 7
ad quintum, & ſexti ad tertium. nam $\frac{1}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{5}{5}$.

Ratio ſecundi ad ſextum conſtat ex rationibus primi 8
ad tertium, & quarti ad quintum. nam ratio $\frac{1}{5}$ conſtat ex $\frac{3}{5}$ & $\frac{1}{3}$.

Ratio ſecundi ad ſextum cõſtat ex rationibus primi ad 9
quintum, & quarti ad tertium. nam $\frac{1}{5}$ conſtat ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{1}{5}$.

Ratio tertij ad quartum fit ex rationibus primi ad ſecũ- 10
dum & ſexti ad quintum. nam $\frac{5}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{1}$ & $\frac{5}{3}$.

Ratio tertij ad quartum conſtat ex rationibus primi ad 11
quintum, & ſexti ad ſecundum. nam $\frac{5}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{5}{1}$.

Ratio

12 Ratio tertij ad ſextum fit ex rationibus primi ad ſecundum, & quarti ad quintum. nam ratio $\frac{5}{5}$ fit ex $\frac{3}{1}$ & $\frac{1}{3}$.

13 Ratio tertij ad ſextum fit ex rationibus primi ad quintum, & quarti ad ſecundum. nam $\frac{5}{5}$ fit ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{1}{1}$.

14 Ratio quarti ad quintum fit ex rationibus ſecundi ad primum, & tertij ad ſextum. nam ratio $\frac{1}{3}$ fit ex $\frac{1}{3}$ & $\frac{5}{5}$.

15 Ratio quarti ad quintum fit ex rationibus ſecundi ad ſextum, & tertij ad primum. nam ratio $\frac{1}{3}$ fit ex $\frac{1}{5}$ & $\frac{5}{3}$.

16 Ratio quinti ad ſextum fit ex rationibus primi ad ſecundum, & quarti ad tertium. nam ratio $\frac{3}{5}$ fit ex $\frac{3}{1}$ & $\frac{1}{5}$.

17 Ratio quinti ad ſextum fit ex rationibus primi ad tertium, & quarti ad ſecundum. nam ratio $\frac{3}{5}$ fit ex $\frac{3}{5}$ & $\frac{1}{1}$.

Annotatio. Præter has 17 rationum compoſitiones, quæ emergunt ex ſex terminis compoſitæ rationis ex duabus, nullæ aliæ ſunt vtiles, inter quas plurimas rationes minores reperies à maioribus componi, & proinde per eas poterunt diuidi.

PROBLEMA 13. PROPOSIT. 18.

Datis quinque terminis rationis compoſitæ & duarum componentium, ex ipſis reliquum ignotum inuenire.

Si ſextus fuerit ignotus, inuenietur ducto ſecundo in tertium, & productum diuidetur per primum, & quotus proueniens ducetur in quintum, & productum diuidetur per quartum. nam ſi ducas 1 in 5, fiunt 5: quibus diuiſis per 3, prouenient $1\frac{2}{3}$, quæ ſi ducantur per 3, fient 5, ſextus ſcilicet numerus.

Quintus inuenitur ducto primo in quartum, & productum diuiditur per tertium: quotus verò ducitur per ſextum, & productum diuiditur per ſecundum, & prouenit quintus. nam ſi ducas 3 in 1, fiunt 3, quæ ſi diuidas per 5, fiunt $\frac{3}{5}$, quæ ſi ducantur per 5, fiunt $\frac{15}{5}$, id eſt 3, quæ ſi diuidas per 1, fiunt 3, qui eſt quintus.

Quartus inuenitur ducto ſecundo in tertium, & productum diuiditur per primū: quotus verò ducetur per quintum, & productum diuidetur per ſextū, & prodibit quartus. nam ducto 1 in 5, fiunt 5, quæ ſi diuidas per 3, fit 1, & $\frac{2}{3}$, quæ ſi ducas per 3, fient 5, quæ ſi diuidas per 5, perueniet 1, qui eſt quartus.

Tertius inuenitur ducto primo in quartum, & productum diuiditur per ſecundum: quotus verò ducetur in ſextum, & productus diuidetur per quintum, & prodibit tertius. nam ſi ducas 3 in 1, fiunt 3, quæ ſi diuidas per 1, prouenient 3, quæ ſi ducas per 5, fiunt 15, quæ ſi diuidas per 3, fient 5, qui eſt tertius.

Secundus inuenitur ducto primo in quartum, & productum diuiditur per tertium: quotus verò ducetur in ſextū, & productum diuidetur per quintum, & proueniet ſecundus. Nam ſi ducas 3 in 1, fient 3, quæ ſi diuidas per 5, prouenient $\frac{3}{5}$, quæ ſi ducas per 5, fient $\frac{15}{5}$, id eſt 3, quæ ſi diuidas per 3, proueniet 1, qui eſt ſecundus.

Primus inuenitur ducto ſecundo in tertium, & productum diuiditur per quartum, & quotus ducitur in quintum, & productum diuiditur per ſextum, & prouenit primus. Nam ſi ducas 1 in 5, fiunt 5: quæ ſi diuidas per 1, prouenient 5, quæ ſi ducas per 3, fient 15, quæ diuiſa per 5, relinquunt 3, ſcilicet primum.

Annotatio Cùm autem primus & ſecundus terminus habeant eandem menſuram communem, tertius verò & quartus aliã menſuram, quintus verò & ſextus aliam, vt patet ex ſche-

X mate,

mate, ex primis duabus rationibus & vno termino alterius, colligetur sextus, qui erit mensuratus eadem mensura communi cum quinto. non erunt itaque hæ mensuræ, binis quibusq; eorum communes, inter sese commiscēdæ. nam alterius mensuræ sunt 3 partes lineæ c a, quàm 5 partes lineæ c d. atque huius 5 partes alterius sunt mensuræ, quàm 5 partes lineæ b e. Cæterùm quando quinq; termini dantur in solis numeris, quia omnes numeri habent vnitatem communem mensuram, protinus colligetur ex his regulis desideratus terminus.

FINIS INSTITVTIONVM ARITHMET.