B. Complejidad en sociología fnl.01

Esta lección describe una serie de modelos que —en un sentido amplio— pertenecen a la sociología (incluyendo ecología) cuantitativa. Estos modelos son de interés en física —de hecho, muchos de ellos han sido propuestos por físicos— puesto que muestran cooperatividad y complejidad y permiten llegar a predicciones cuantitativas.

1.- Administración de bienes comunes

Hace años,[1] Garrett Hardin lanzó la idea, ampliamente aceptada entonces, de que los usuarios de bienes comunales están atrapados en un proceso inevitable que conduce a la destrucción de los recursos de los que dependen. Argumenta que el usuario de bienes comunes que tenga una actitud "racional" (otros usuarios serán más egoistas) consume un recurso hasta que los beneficios esperados de su acción igualan los costos esperados. Puesto que cada usuario desconoce costos impuestos sobre otros, las decisiones individuales se acumulan implicando un sobreuso trágico y la destrucción potencial de todo bien común de acceso abierto. Hardin concluye que la única solución es el socialismo o la privatización de la empresa libre. Este argumento ha conducido a que muchas administraciones diseñaran diversas estrategias de racionalización, y el debate al respecto ha sido amplio e interesante. Por ejemplo, se ha argumentado que tanto la propiedad gubernamental como la privada están sujetas a fallos,[2] de modo que una solución general es compleja. En particular, resulta que generalmente hay muchos actores involucrados y que el problema es global y puede analizarse en distintas escalas. De hecho, quizás la única conclusión general es quizás el que no hay régimen único que funcione eficazmente, regularmente y de modo sostenido para cualquier bien comúm.

[1] G Hardin, 'The Tragedy of the Commons', *Science* **162**, 1243 (1968); *ibid* **280**, 682 (1998)

[2] Sigo aquí a E Ostrom *et al.*, 'Revisiting the Commons: Local Lessons, Global Challenges', que es un *Science's Compass* de 1998 ó 1999 (del que tengo copia).

Veamos un posible planteamiento del problema que permite proponer modelos de usuarios egoistas y altruistas de un bien común.
Llamemos BC a un bien de uso común sin especificar quién ostenta los derechos de propiedad; ejemplos son ecosistemas terrestres y marinos que son, simultáneamente, agotables y renovables. Incluimos recursos naturales y generados por humanos, tales como la atmósfera, lagos, regadíos, y la www, en los que

1. la exclusión de beneficiarios por medios físicos o institucionales es especialmente costosa, y

2. explotación por uno reduce la disponibilidad para otros.

En estas condiciones se crean dilemas en los que usuarios motivados por su propio interés a corto plazo producen resultados que no favorecen el interés a largo plazo de nadie. Sabemos que, en relación con muchas propuestas, los humanos adoptamos actitudes intolerantes y egoístas, aunque somos capaces de usar reciprocidad para resolver dilemas sociales.[3] En consecuencia, los usuarios de BC incluyen:

1. los *egoístas,* que siempre se comportan de modo egoísta e intolerente y nunca cooperan;

2. los que no están dispuestos a cooperar con otros, a menos que se les asegure que no serán explotados por egoístas;

3. los que están dispuestos a iniciar cooperación con la esperanza de que otros responderán del mismo modo a su confianza; y

4. quizás unos pocos *atruistas* genuinos que siempre intentan altos beneficios para el grupo.

El estudio de modelos de este tipo nos ha enseñado que el que las normas para resolver dilemas en BC evolucionen sin necesidad de un diseño extensivo y premeditado depende de la proporción relativa de estos tipos de usuario. La cooperación recíproca puede establecerse, mantenerse, e incluso crecer si

[3] L Cosmides & J Tooby, in 'The Adapted Mind: Evolutionary Psychology and The Generation of Culture', JH Barkow, L Cosmides & J Tooby Eds., Oxford Univ. NY 1992; E Hoffman *et al.*, *A. Econ. Rev.* **86**, 653 (1996)

la proporción de 1's es inicialmente pequeña.[4] Cuando las interacciones permiten que los 3's ganen reputación de que se puede confiar en su actitud, otros querrán cooperar con ellos para resolver BC dilemas, lo que lleva a mejorar beneficios.[5] En consecuencia, los grupos cuyos elementos pueden identificarse entre sí son más proclives que los grupos de extranjeros a desarrollar normas que limiten el uso de BC partiendo de la reciprocidad y confianza mutua.

> Estos grupos tenían antes que ser, pues, necesariamente pequeños, pero las radios CB, la Internet, aparatos y métodos para rastrear, los sistemas de información geográfica, y otros aspectos de la moderna tecnología y medios de difusión permiten ahora que grandes grupos se auto-controlen, coordinen sus actividades y resuelvan problemas relacionados con el uso de BC.

Sin embargo, uno de estos grupos puede eventualmente sufrir una perturbación o un rápido crecimiento que desestabilice el BC. Un ejemplo: las ventas anuales de motos acuáticas personales han pasado en los EEUU de 50.000 a más de 150.000 en la década de los 1990. Esto ha agobiado el uso del agua en las costas, aumentando dramáticamente los accidentes, daños, ruido, etc, y ha creado conflictos con los dueños de barcos y casas costeras, con los pescadores, y con los naturalistas. Los usuarios tradicionales de la superficie del agua, con normas naturales de convivencia auto-impuestas (y unas pocas reglas establecidas por ley) han visto amenazado su espacio por vehículos nuevos, más rápidos y más ruidosos. Han aparecido nuevos usuarios (por migración) que no comparten un sentimiento semejante de cómo funciona el recurso BC y de cuáles son —y cómo se interpretan— las reglas y normas. Los antiguos usuarios pueden no ser capaces de transmitir sus acuerdos, y puede llegarse a la devaluación o extinción del BC.

2.- Competición entre altruismo y egoismo

El principio "dá y toma", que percola la sociedad, es más antiguo que el comercio. Estudios de antropología y primatología resaltan el papel importantísimo de la ayuda recíproca en las primeras sociedades de homínidos.

[4] R Axelrod, 'The Evolution of Cooperation', *Basic Books*, NY 1984, lo tengo.
[5] MA Nowak & K Sigmund, *Nature* **355**, 250 (1992)

También se conocen muchos casos de ayuda mutua en el comportamiento animal; situaciones familiares incluyen la limpieza de parásitos, el proporcionar alimento, enseñar, avisar, ayudar en peleas y cazar en grupo, y las asociaciones simbióticas que se consideran fundamentales en ecología; también hay casos de cooperación en biología, desde el nivel celular hasta el de moléculas prebióticas.[6]

Pero la ubicuidad de la cooperación parece paradójica al notar que está constantemente amenazada por la explotación:

¿Qué impide a los mutualistas convertirse en parásitos?

¿Por qué participar en un esfuerzo común en lugar de engañar a los otros?

La selección natural premia el éxito reproductivo individual. Cómo es que este mecanismo puede inducir comportamientos altruistas, que benefician a otros a costa de la propia descendencia

Para comprender esta cuestión empecemos notando que la cooperación puede proceder mediante selección familiar o ayuda mutua, conceptos no excluyentes pero muy distintos entre sí:

- *Selección familiar.* Ayudar a un familiar es ayudar a la familia, y todo miembro sano vé en ello mismo la recompensa. Esto tiene un origen genético. Si un gen ayuda al éxito reproductivo de parientes próximos del portador, tiende a reproducirse a sí mismo (pues es probable que los parientes sean portadores del mismo gen). Para ayudar a un extraño hemos de esperar otro tipo de recompensa.

- *Ayuda mutua.* Esencialmente, un intercambio económico, en el que se comercia con actos altruistas en los que el beneficio excede al costo. Dos partes hacen un buen negocio, pero cada una ganaría más evitando su contribución. Además, la ayuda mutua opera menos directamente que la selección familiar, por lo que resulta más vulnerable al abuso. Entonces, ¿que puede impulsar al altruismo?

Modelos como los que nos interesan este curso permiten un primer acercamiento a la comprensión de estas cuestiones.

[6] Sigo MA Nowak, RM May & K Sigmund, *Scientific American,* p. 50, June 1995.

2.1.- El dilema del prisionero: cooperar o no

Robert L. Trivers, sociobiólogo y abogado, popularizó la versión más sencilla de un diabólico juego, conocido como 'dilema del prisionero', que ya era conocida a principios de los 1950 en 'teoría de juegos'. Sean dos jugadores —cada uno con dos opciones, *cooperar* o *desertar*— a los que imaginamos como prisioneros que son preguntados sobre la culpabilidad del otro, de modo que cada uno puede encubrirle (esto es, *cooperar*) o delatarle (*desertar*). Se establece, por ejemplo, la siguiente regla diabólica:

- si **los dos cooperan**, **cada uno gana 3** puntos, *la recompensa*;
- si l**os dos desertan**, **sólo obtienen 1** punto cada uno, el *castigo* por no aunar esfuerzos;
- si uno coopera y el otro no, el **desertor recibe 5** puntos (*la tentación*) y el cooperante no recibe nada (*la recompensa del tonto*).

En definitiva,

	Si el otro coopera	Si el otro deserta
Si coopero, obtengo:	3 puntos	0 puntos
Si deserto, obtengo:	5 puntos	1 punto

¿Cómo responderá un jugador racional? Si el otro deserta, y yo coopero, me quedo sin puntos: tendría que haber delatado (me dan 1 punto). Pero si el otro coopera, también obtengo más puntos (5) delatando. Por tanto, desertar es mi mejor opción. El problema es que el otro, si es racional, concluirá lo mismo, luego ambos desertaremos, obteniendo menos puntos que en cualquier otro caso:

jugador	**sí**	**no**	**sí**	**no**	**sí**	**no**	**sí**	**no**
1	-	5	-	1	3	-	0	-
2	0	-	-	1	3	-	-	5
total	5		**2**		6		5	

Si hubieran cooperado habrían recibido 3 puntos cada uno, beneficiándose individual y colectivamente. Es ciero que haciendo un test de este tipo, los jugadores frecuentemente prefieren cooperar; de hecho, el que coopera tiene una imagen más positiva, y puede no importarnos perder unos puntos si el otro resulta ser un explotador. Pero no pensemos en un juego, y olvidemos nuestros sentimientos de altruismo, amistad y lealtad. Pensemos en dos extraños en una oscura celda, con sentmientos de sospecha más que simpatía. Ayuda a ponerse en situación el imaginar que el punto es canjeable por una barra de oro y que nuestras acciones son totalmente anónimas.

Esta situación no es irreal. Ilustra los peligros de casi cualquier cooperación, incluyendo el comercio y la ayuda mutua: una actuación *egoista* (esto es, elegir lo que parece mejor desde el punto de vista individual) no lleva al mejor resultado, ni individual ni colectivamente, si la dinámica dada establece, como puede ocurrir en situaciones reales:

- una recompensa por cooperación mutua mayor que el castigo por inhibirse ambos, pero
- para cada parte, es más tentador inhibirse que cooperar, y
- el cooperador con intención de explotar al otro pierde más que inhibiéndose.

Esta dinámica ayuda en la práctica a comprender ciertos problemas de evolución en biología. De hecho, este modelo se supone que es una buena metáfora para situaciones en el mundo darwiniano donde toda recompensa (sea en calorías, apareo o seguridad frente a predadores) acaba convirtiéndose en una sola moneda: descendencia.[7]

En líneas generales, se trata entonces de considerar toda una población de jugadores programados, cada uno adscrito a una de las estrategias, cooperar o desertar. Se hace que se relacionen, de modo que la puntuación de cada uno depende de los jugadores que se encuentre y, por tanto, de la composición de la población. Al final, cada jugador crea otros jugadores a su imagen y semejanza, tantos más cuanto mayor sea su puntuación, y se comienza el juego de nuevo. La principal novedad es que la situación se complica esencialmente, puesto que no hay una clara estrategia como en el DP arriba. Por ejemplo, para dos jugadores dados, desertar tiene la desventaja de que se elimina la posibilidad de futura cooperación mutua. La posibilidad de volver a encontrarse y otras complicaciones pueden alterar por completo las propiedades emergentes del modelo. Siguen algunas versiones concretas de este modelo genérico.

[7]Ver, por ejemplo, MA Nowak, RM May & K Sigmund, *Scientific American,* p. 50, June 1995.

2.2.- Altruismo recíproco

Se observa que el altruismo recíproco que manifiestan algunas especies puede ser:[8]

- *simultáneo:* la acción de ambos jugadores es simultánea

  ejemplo: sujetos de ciertas especies son capaces de arriesgar acercándose a inspeccionar a un posible predador cuando lo hacen coordinados con otro u otros; se vigilan mutuamente para asegurarse de que el otro arriesga lo mismo; la existencia de dos o más presas para el predador disminuye el riesgo para cada una de ellas

- *alternante:* pasa un tiempo desde que, por haber ayudado uno a otro, éste recibe ayuda de aquél; se comercia con actos altruistas en los que el beneficio supera el costo, de modo que ambos obtienen beneficio neto a lo largo de un período de tiempo; ejemplos:

  los machos jóvenes de monos beduinos africanos

    uno se enzarza en una pelea con un macho dominante, mientras el otro aprovecha el descuido para montar una hembra en celo y, por regla general, intercambian sus papeles en la próxima ocasión

  murciélagos vampiros de Sudamérica

    hacen excursiones nocturnas y, si localizan ganado, se dan un festín de sangre; a menudo, los afortunados alimentan a su vuelta con parte de su provisión de sangre a colegas hambrientos, lo que puede ser crítico hasta salvarles la vida, favor que suelen devolver de la misma forma

  ayuda en peleas, limpieza y desparatización, alarmas, etc.

  y comportamientos semejantes en humanos

Estos dos tipos de comportamiento pueden estudiarse con el modelo DP:

[8] Sigo MA Nowak & K Sigmund, "The Alternating Prisoner's Dilemma", *J. theor. Biol.* **168**, 219 (1994)

Acciones simultáneas Vamos a formular el DP, pero con notación apropiada para generalizarlo. En cada ronda, los dos jugadores pueden cooperar (S) o no (N). Obtienen puntos, que suponen un incremento de su forma física o éxito reproductivo, de acuerdo con la siguiente dinámica evolucionista:

- Si ambos cooperan, cada uno gana una recompensa $R > C$, donde C es el castigo que reciben si ambos se inhiben.
- Pero si un jugador opta por S y el otro por N,
  - el desertor recibe T (la tentación), mayor que R, y
  - el cooperante recibe S (un caramelo) menor incluso que C.
- Además, los dos jugadores ganan más si ambos cooperan que si acuerdan tener opciones distintas y repartir la ganancia total, esto es, $R > \frac{1}{2}(T+S)$

Como se indicó antes, la estrategia N es imbatible en una ronda (independientemente de que el otro elija N ó S). Sin embargo, jugando N en una secuencia de encuentros, los dos jugadores acabarán con menos puntuación que si hubieran cooperado, puesto que $R > C$.

Por otra parte, supongamos que dos jugadores 'dá si te dan' (*Tit for Tat*) (DD) juegan iterativamente de modo simultáneo, y que uno de ellos deja de cooperar por error. Se tendría (la tilde indica error ocasional):

jugador 1	SSSN̄SNSN	···	NN̄NN	···	NN̄N	···	NSSS	···
jugador 2	SSSSNSNS	···	SNNN	···	NNS	···	SS̄SS	···

Pero supongamos ahora que los jugadores juegan alternadamente (de modo que cada uno conoce la opción del otro antes de decidir su juego); se tiene en presencia de errores:

jugador 1	S—S—N̄—N—N—N—	···	N—S̄—S—S—S—	···
jugador 2	—S—S—N—N—N—N	···	—N—S—S—S—S	···

Es decir, los errores tienen consecuencias distintas: hay 3 tipos de juego posible en el caso simultáneo y sólo 2 en el alternante (aunque la recompensa media es la misma), y una deserción produce una cadena de deserciones (sólo) en el caso alternante.

DP con alternancia (Nowak & Sigmund 1994) La observación anterior indica el posible interés por considerar alternancia. Es posible estudiar el DP con dos tipos de alternancia:

alternancia estricta (los papeles se intercambian en cada encuentro) y

alternancia aleatoria (el intercambio ocurre al azar), lo que parece más realista en muchas situaciones que la primera, como cuando el mismo vampiro es afortunado dos noches consecutivas o el mismo mono necesita la ayuda de su camarada dos o tres veces consecutivas.

En cualquier caso, se rompe la simetría entre los dos jugadores. En cada ronda, uno es el *líder*, con capacidad para decidir el resultado: ha de decidir entre dos opciones:

- S (él recibe a y el otro recibe b) ó
- N (el líder recibes c y el otro, d).

  Estos valores pueden ser negativos, como podría ocurrir en el caso de un vampiro alimentando a otro, con las condiciones (que se satisfacen si un vampiro bien alimentado comparte parte de su comida con otro hambriento):[9]

  - (i) $c > a$, esto es, en una ronda, N es mejor que S para el líder, y
  - (ii) $c - a < b - d$, esto es, el costo para el líder por jugar altruísticamente la opción S es menor que el beneficio del otro (lo que, combinado con (i) implica $b > d$)

Consideremos una *unidad* compuesta por dos rondas consecutivas. Supongamos, por ejemplo, **alternancia estricta** en el liderazgo de cada jugador:

- - Si ambos juegan S, reciben $a + b$ cada uno en una unidad.
  - Si ambos juegan N, reciben $c + d$ cada uno en una unidad.
  - Si uno juega S y el otro N:

[9] No consideramos aquí la importante cuestión de cómo medir la necesidad de uno y la honestidad del otro.

* el desertor gana $c+b$
* el cooperante gana $a+d$

No voy a desarrollar las consecuencias de este modelo (ni del caso más interesante de alternancia aleatoria). Sólo noto aquí que estas recompensas en una unidad son iguales a las del DP simultáneo si hacemos

$$\begin{aligned} R &= a+b; \qquad & C &= c+d \\ T &= c+b; \qquad & S &= a+d, \end{aligned}$$

y podéis convenceos (hacedlo para forzaos a entender) de que

- dos rondas consecutivas del caso alternante son equivalentes a una ronda del simultáneo, pero
- no cualquier DP simultáneo, esto es, cualquier conjunto de valores para (R, C, T, S), tiene un DP simultáneo.

En definitiva, estos modelos y sus variantes abren un interesante campo para la investigación de, por ejemplo, comportamientos en sociobiología. Refiero a la bibliografía original (Nowak & Sigmund 1994, referencia dada arriba, y sus citas).

2.3.- Reciprocidad indirecta

La sociabilidad humana es la más extrema y compleja.[10] Contrariamente a otros ejemplos de ultrasociabilidad (termitas, abejas, etc) está más basada en fuerzas culturales cimentadas en sistemas morales que en la selección familiar que antes describí; de hecho, los efectos económicos del nepotismo en tribus, poblados, ciudades, naciones o empresas globales suelen ser menores comparados con los efectos de la **reciprocidad** de la que venimos hablando. Notemos que ésta puede ser:

- *directa*, esto es, ayudar a alguien que puede luego ayudarte, o

[10] Sigo ahora MA Nowak & K Sigmund, *Nature* **393**, 573 (1998)

- *indirecta*, cuando no esperas compensación del ayudado sino de algún otro de acuerdo con la máxima 'dá y te darán'.

  Notad que, en este caso, la cooperación se dirije hacia miembros *valiosos* de la comunidad. Un donante ayuda si cree probable que el recipiente ayude a otros (lo que suele querrer decir que haya ayudado a otros en el pasado). En consecuencia, conviene hacer pública la cooperación, pues el costo de un acto altruista viene así compensado por un aumento en la probabilidad de ser luego ayudado. De hecho, es posible que comportamientos humanos y animales estén influidos por la tendencia a incrementar imagen, reputación o status individual en el grupo.

La reciprocidad indirecta (que implicaría, pues, la evaluación constante de los sujetos del grupo, lo que quizás haya dado forma a nuestra inteligencia) parece importante entre los humanos y probablemente también entre primates, canes y otros grupos de sujetos sofisticados (como los vampiros y baduinos antes comentados). Los sistemas morales han llegado a interpretarse como sistemas de reciprocidad indirecta.[11]

Sea una población de $i = 1, \ldots, n$ sujetos con la opción de ayudar a otro o no. Elegimos parajas al azar, de modo que uno es el potencial actor altruista y el otro es el recipiente:

- el donante puede ayudar con costo c para él, esto es, $p \to p - c$;
- el recipiente recibe entonces un beneficio $b > c$, esto es, $p \to p + b$;
- si el donante decide no ayudar, ambos quedan igual;
- cada sujeto tiene s puntos de imagen ($s \in [-5, 5]$), lo que es conocido por los demás:
  - si es elegido como donante y decide cooperar, $s \to s + 1$,
  - pero si decide no cooperar, $s \to s - 1$
  - la puntuación del recipiente no cambia

[11] RD Alexander, *The Biology of Moral Systems*, NY 1987.

- cada sujeto tiene su *estrategia*, caracterizada por un número k, tal que, cuando le toca ser donante, decide ayudar de acuerdo con la puntuación del recipiente: dona a su pareja si y sólo si $s_{\text{recipiente}} \geq k_{\text{donante}}$

- en el estado inicial: $s_i = 0\ \forall i$ (los hijos no heredan la imagen de los padres)

- la *forma física* o *imagen* de cada sujeto es el número de puntos que recibe en cada **generación**, esto es, una vez que hemos elegido sucesivamente m parejas donante–recipiente
  En promedio, cada jugador es elegido $2m/n$ veces, como donante o como recipiente, pero algunos no habrán sido elegidos y quedarán con $p_i = 0$.

- al término de cada generación, cada jugador deja un número de vástagos, que tienen su misma estrategia k, proporcional a su capacidad (número de puntos recibidos durante las m iteraciones)

Se encuentra que:

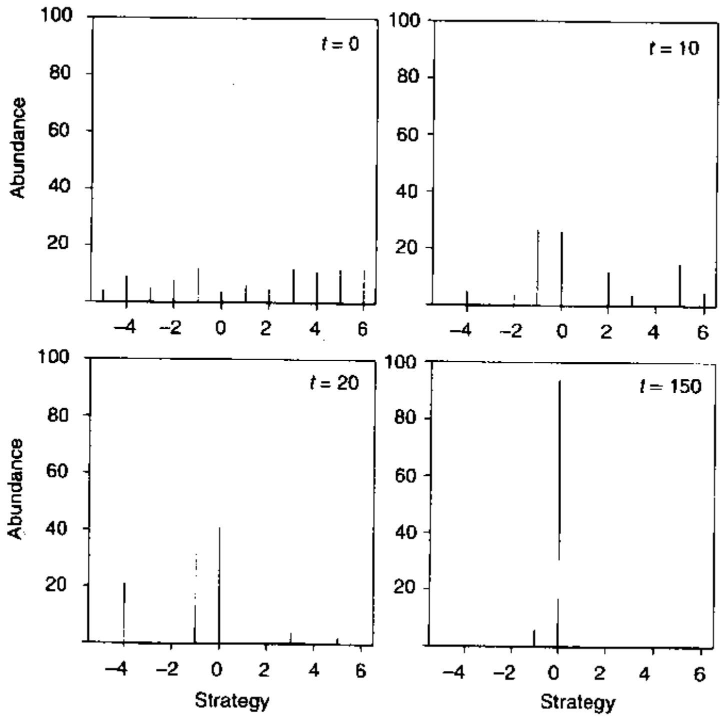
- al cabo de muchas generaciones, eventualmente, todos juegan con la misma estrategia

- si ésta es $k \leq 0$, se establece cooperación, mientras que cunde la deserción si $k \geq 1$

- es más probable que se establezca cooperación si el número de interacciones, m, por generación es grande

Cooperación gana en simulación con $n = 100$ sujetos que interaccionan mediante reciprocidad indirecta; aquí se ha tomado $b = 1$ y $c = 0{,}1$, y se añade 0.1 en cada interacción.[12]

[12]Esto se hace para evitar recompensas negativas, consecuencia de que un acto altruista cuesta c al donante. Pero ¿se suma 0.1 a todos o a la pareja en cuestión? Si a todos, es lo mismo —en promedio— que si empiezan con 12.5 unidades, lo que hace muy pequeño el costo del acto altruista. Si sólo a la pareja que interacciona, los que cooperan y los que no son elegidos son tratados por igual. Esto sugiere a JLL una alternativa. De hecho, estos modelos son interesantes para inspirar simulaciones, y también sería interesante relacionar estas reglas dinámicas con las probabilidades de transición en un modelo cinético tipo Ising.



Inicialmente, al principio de cada generación, sus estrategias son $k_i \in [-5, \ldots, +6]$ donde los límites corresponden a cooperantes incondicionales y personas que no creen en el altruismo, respectivamente. Puesto que $s_i = 0\ \forall i$ al inicio de cada generación, las estrategias $k_i \leq 0$ son cooperativas, pues los sujetos con ellas cooperan con sujetos que todavía no hayan interaccionado. Cada generación consiste en la selección de $m = 125$ parejas donante–recipiente, luego cada jugador interacciona 2'5 veces en promedio, de manera que la probabilidad de que un jugador encuentre al mismo oponente de nuevo, o de que una cadena de posibles actos altruistas vuelva al donante original es despreciable; esto es, no hay reciprocidad directa.

Las estrategias están distribuidas al azar en $t = 0$. Al cabo de $t = 10$ generaciones, las $k = -1$, 0, +2y +5 son más abundantes, y dominan $k = -4$, -1 y 0 en $t = 20$. Al cabo de $t = 150$ generaciones, casi toda la población tiene estrategia $k = 0$, esto es, todos cooperan con los que tienen imagen 0 o mayor; estos jugadores acaban siendo los únicos para $t = 166$.

Variantes de este modelo consideran la posibilidad de mutaciones e interacciones más sofisticadas.[13]

2.4.- Juegos basados en la confianza

Como hemos visto antes, el 'dá si te dan' (DD) tiene un talón de Aquiles: es vulnerable a los errores:[14] Si un jugador DD opta erróneamente por N con otro DD, se inicia una *vendetta* infinita. Hay varias formas de evitar este problema:

- El DD *generoso* (DDG): cooperar siempre que el otro cooperó en la ronda anterior, y desertar sólo con cierta probabilidad si desertó.
- Estrategia PAVLOV: cooperar si y sólo si ambos jugadores hicieron el mismo movimiento en la ronda previa.

En ambos casos, una deserción por error se rectifica inmediatamente, y se reanuda la cooperación mutua. Una alternativa es:

- *Confianza* (DDC)*:* el resultado depende de las acciones en la ronda previa, y también de la *reputación* de los jugadores, que puede ser

  > b (buena), si:

  ha cooperado en la ronda previa, o bien

  ha desertado por falta de confianza, esto es, él tenía buena reputación pero la del otro era mala; o

  > m (mala), si ha desertado en la ronda previa sin motivo.
  La estrategia DDC comienza con un movimiento cooperativo, y se coopera excepto si el contrario tiene mala reputación.

[13]Ver Nowak & Sigmund 1998 para detalles y resultados; ver también K Sigmund, *Games of Life*, Penguin, particularmente su capítulo 8, para uns descripción detallada de algunos de estos modelos.

[14]Sigo MC Boerlijst, MA Nowak & K Sigmund, *J. theor. Biol.* **185** , 281 (1997)

Si dos jugadores se enzarzan en un DP repetitivo y el primer jugador deserta por error, pierde su buena reputación. En la próxima ronda, cooperará, mientras que el segundo jugador desertará sin perder su buena reputación. Así, los dos tendran buena reputación y retoman su cooperación mutua en la ronda siguiente. Se ha mostrado que esta estrategia es evolucionariamente estable. Además es tan buena como la DD para invadir una población de desertores, mientras que DDG y PAVLOV se comportan pobremente en tal ambiente (necesitan algun tipo de 'catalizador').

La compeljidad adicional de DDC tiene su desventaja. Aunque es inmune a errores en la realización de un movimiento, no lo es a su percepción. Si un jugador cree erróneamente que el otro tiene mala reputación, se produce una secuencia de mutuo viboreo, como en el DD.

No insisto más en resultados ni en variantes de estas dinámicas que, como ya es evidente, parecen muy interesantes para inspirar simulaciones. [15]

2.5.- Juegos evolucionarios y caos

Como ilustración de la última afirmación, vamos a explorar las consecuencias de tener una red bidimensional con jugadores.[16]

Ya vimos cómo la estrategia N es imbatible en una ronda del DP mientras que, jugando N en una secuencia de encuentros, los dos jugadores acabarán con menos puntuación que si hubieran cooperado. Así, muchos estudios han tratado de entender qué estrategias son mejores cuando los jugadores recuerdan encuentros anteriores.

> Nos preguntamos ahora, sin embargo, por el caso más sencillo, sin memoria ni complicadas estrategias, esto es, existen dos tipos de jugadores (que podemos imaginar como sujetos individuales o como grupos organizados): unos juegan siempre S y otros siempre N.
>
> Los jugadores están en las celdas de una red cuadrada $n \times n$, de modo que tenemos N ó S en cada cuadrado.

[15] Además de la referencia que me ha motivado para esta sub-sección, ver MA Nowak, K Sigmund & E El-Sedy, *J. Math. Biol.* **33**, 703 (1995)

[16] Sigo MA Nowak & RM May, *Nature* **359**, 826 (1992)

En cada ronda (o paso temporal o generación), cada jugador juega con sus *vecinos inmediatos* (ver luego), cada uno con su estrategia, y recibe una puntuación igual a la suma de las recompensas en estos encuentros con sus vecinos.

En el siguiente paso, cada celda es ocupada por el jugador que ha obtenido la máxima puntuación, contando al propietario y a sus vecinos.[17]

En consonancia con el DP, tomamos:

- recompensa para cada uno si ambos cooperan, $R = 1$
- castigo para cada uno si ambos se inhiben, $C = \epsilon$, con $1 > \epsilon \gtrsim 0$.
- 'tentación' para el desertor (si el otro coopera), $T = b$ (con $b > 1$ para que sea $T > R$, como requiere el DP)
- 'caramelo' para el cooperante (si el otro se inhibe), $S = 0$ (de modo que $S < C$ como requiere el DP).

En consecuencia, sólo hay un parámetro, b, que caracteriza la ventaja de desertar frente a cooperar.

Vamos a ilustrar un caso con:

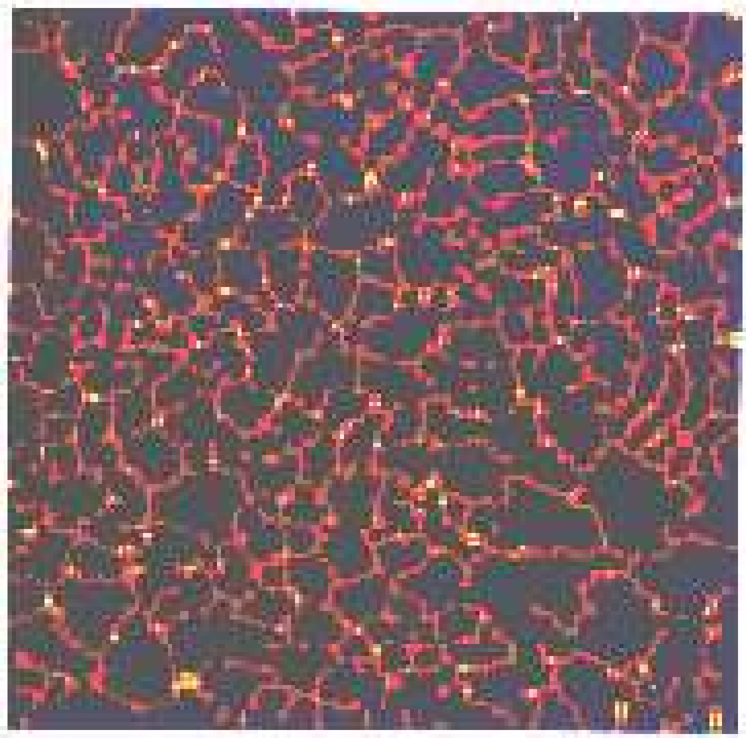
- $C = \epsilon = 0$, de modo que, estrictamente, no se mantiene el carácter DP del modelo;
- condiciones límites libres (los jugadores en la frontera tienen menos vecinos) —no se esperan cambios cualitativos para condiciones límites periódicas (jugadores en un toro o donut);
- *vecinos inmediatos* son los jugadores en las ocho celdas contiguas a la dada (lo que es razonable si los jugadores son grupos organizados que ocupan territorio) y el jugador dado interacciona con esos 8 y con él mismo —no se apreciaron cambios cualitativos usando sólo los 4 VP, o los 6 en redes exagonales, ni permitiendo auto–interacciones.

[17] Se trata de una *regla dinámica* totalmente determinista, pero es fácil imaginar generalizaciones probabilísticas. También podemos imaginar interacciones más complicadas en línea con variaciones del DP estudiadas arriba.

Se ha estudiado el comportamiento asintótico al variar b y las proporciones iniciales de N y S colocados al azar en una red con $n \geq 20$.

El comportamiento dinámico depende de b y, dada la naturaleza discreta de las recompensas totales, aparece una serie de valores discretos de b para los que hay transición de un régimen dinámico a otro; se tiene, por ejemplo:

$1{,}75 < b < 1{,}8$: Una figura típica en este caso, para red cuadrada 200×200, 90 de cooperantes (10 desertores) y $t = 200$ (que corresponde al régimen asintótico), es: Colores:



azul, cooperante (S) que también cooperó en el paso previo,

rojo, desertor (N) que también desertó en el paso previo,

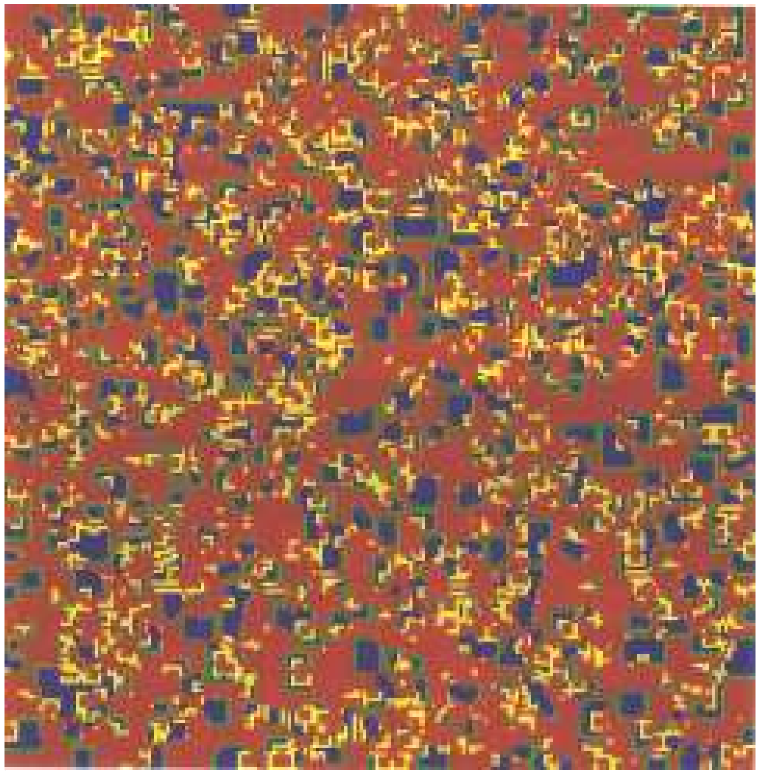
amarillo, opta por N después de haber optado por S

verde, opta por S pero optó inmediatamente antes por N

Los grupos grandes de N han ido desapareciendo, y quedan asintóticamente patrones irregulares en los que f_S (frecuencia de cooperantes) depende de las condiciones iniciciales pero, para distintas evoluciones, generalmente se tiene $0{,}7 \leq f_S \leq 0{,}95$.

Al disminuir b (siempre que $b > 9/8$), los N persisten como fragmentos de línea, aunque menos conectados que los que vemos aquí, o como pequeños osciladores repartidos al azar.

Por otra parte, notamos que, en esta figura, predominan el azul y el rojo, y apenas se ven amarillos y verdes, indicando un comportamiento estático.



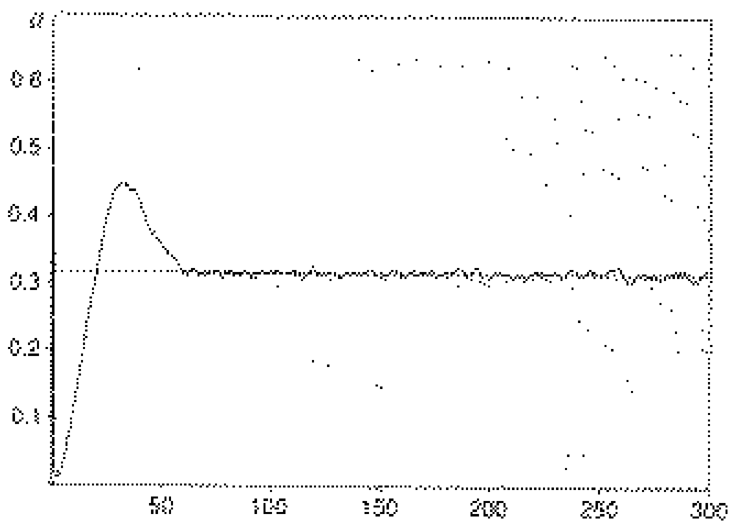
$1{,}8 < b < 2$: Una figura típica que ilustra caos espacial originado por crecimiento en este caso de grupos N en fondo S y viceversa.

Hay muchos amarillos y verdes ahora, lo que indica más cambios desde el paso inmediatamente anterior que en el caso de arriba, esto es, la situación es ahora senciblemente más dinámica.

Durante la evolución puede verse cómo grupos 2×2 o mayores de cooperantes invaden, desde las esquinas, regiones N, y viceversa.

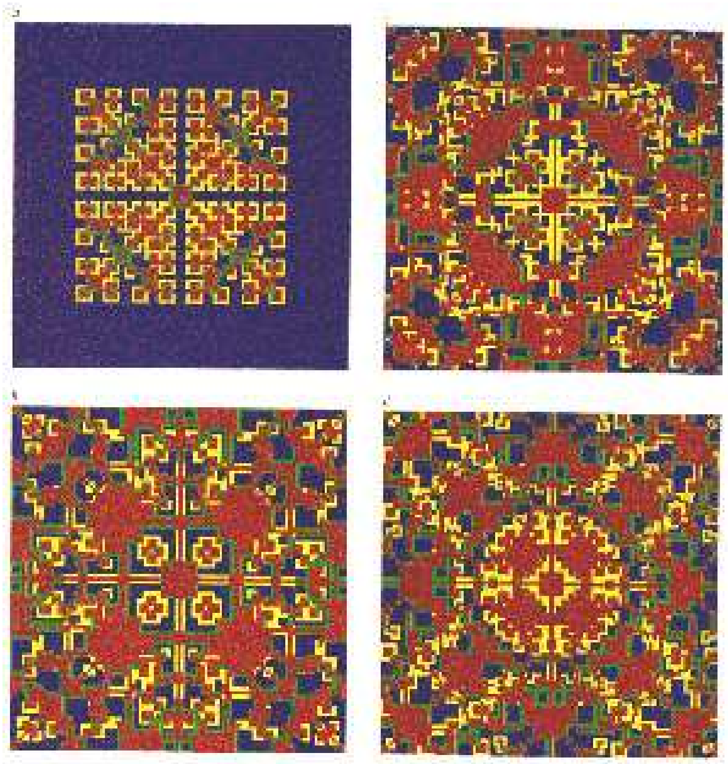
Como sugiere esta figura, N y S coexisten indefinidamente en un balance que cambian caóticamente, pero siempre $f_S \simeq 0{,}318$ (que puede entenderse teóricamente) independientemente de las condiciones iniciales.

La observación de $f_S\,(t)$ nos habla del comportamiento temporal:



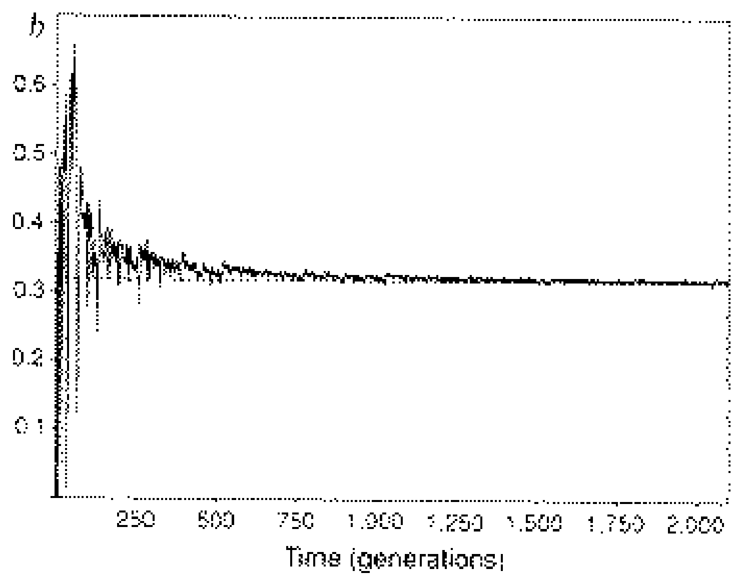
Partiendo de $f_S\,(0) = 0{,}6$ en una red 400×400, vemos aquí que se tiende a $f_S\,(\infty) \simeq 0{,}318$ (este valor numérico coincide sorprendentemente con la predicción teórica $12 \log 2 - 8$ que se obtiene para los casos dinámicos de fractales que mostramos luego).

$1{,}8 < b < 2$: El mismo caso, pero ahora se ilustra la propagación de un desertor entre cooperantes, esto es, se empieza con un único N en el centro de una red (99×99) llena de cooperantes:



Estos cuatro gráficos (a, b, c and d, respectivamente) se obtienen para $t = 30$ (cuando el patrón —esto es, la propagación de los N– no ha llegado a los límites, lo que ocurre para $t = 49$), 217, 219 y 221.

Estos patrones pueden analizarse en términos fractales, y sus cambios —esto es, el comportamiento dinámico— es también fractal, como ya sugiere el comportamiento temporal de f_S en este caso: En definiti-



va, usando una dinámica (determinista), aparentemente sencilla,[18] que produce ganadores locales que ven pagado su éxito con territorio, lo que se supone una buena metáfora para el problema biológico fundamental de cómo evoluciona y se mantiene el comportamiento cooperativo entre moléculas, células u organismos, se generan curiosos patrones espaciales en los que cooperantes y desertores persisten indefinidamente. Se presenta comportamiento fractal y polimorfismo caótico, apareciendo patrones cuya naturaleza depende, incluso de modo abrupto, de la magnitud del parámetro b, mientras que es prácticamente independiente de la proporción inicial de cooperantes.

[18]De hecho, lo que ocurre en una celda depende de la puntuación de los vecinos que, a su vez, es función de su interacción con los otros vecinos, de modo que se involucran 25 celdas en los ejemplos de las figuras. Esto es, el DP genera aquí una regla dinámica para las transiciones que tendría un aspecto horroroso si la expresáramos como es canónico para autómatas celulares.

3.- La paradoja de Parrondo:

Ilustra cómo, en presencia de tendencia negativa que compite con una positiva, la adición de otra negativa puede potenciar la tendencia positiva.[19]

Sean:

- Juego A.
  - Consiste en jugar lanzando una moneda (la '1') trucada, de modo que una de las caras sale menos que la otra. Perderemos si apostamos repetidamente a la menos probable.

- Juego B. Se tienen dos monedas:
  - La '2', que es mala, pues sólo permite ganar con probabilidad 1/10 (ee, nos hace perder con probabilidad 9/10)
  - La '3', buena, pues permite ganar con probabilidad 3/4 (y perder con probabilidad 1/4)

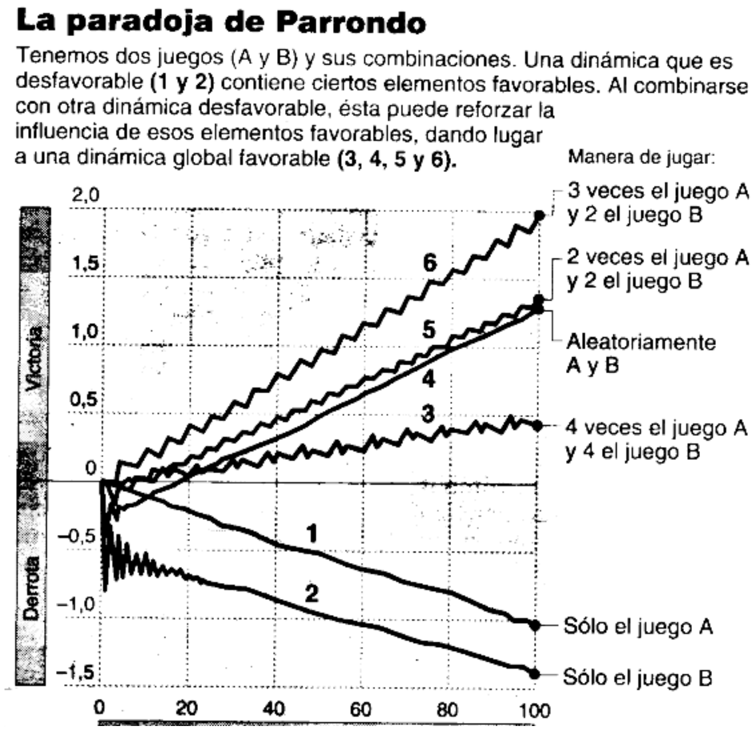
  Se usa la '2' si la ganancia en ese momento es múltiplo de 3;[20] se usa la moneda '3' en otro caso.

$\Longrightarrow$ (obviamente) si jugamos al A o al B, gran probabilidad de perder; sin embargo...

[19] JMR(odriguez) Parrondo, 'Reversible Ratchets as Brownian Particles in an Adiabatically Changing Periodic Potential', *Phys. Rev. E* **57**, 7297-7300 (1998)

[20] Con objeto de comprender la generalidad de la situación que ilustra este juego, notemos que la ganancia aquí equivale, por ejemplo, a la posición de una partícula browniana en un campo de fuerzas.

si jugamos una vez al A y otra vez al B, y así sucesivamente, es posible ganar:



El origen de esta paradoja reside en que, si sólo juegas al B, el efecto de la moneda mala puede al de la moneda buena. Sin embargo, alternando con el juego A, resulta una mayor intervención de la moneda buena.

Si $X(t)$ es la ganancia en t entonces jugamos con 2 si $X(t)$ es multiplo de 3.

- Es el juego B perdedor ? Sea p la probabilidad de ganar

$$p = (1/3)(1/10 - \epsilon) + (2/3)(3/4 - \epsilon) = 16/30 - \epsilon \qquad (1)$$

  de donde $p > 0{,}5$ para $\epsilon \to 0$.

- El razonamiento anterior no es correcto: La moneda 2 se usa en promedio más de $1/3$: Si $X(t) = 3n$ entonces usamos 2 de donde lo más probable es perder. Entonces el valor más probable $X(t+1) = 3n-1$ de donde ahora usamos 3 y lo más probable es ganar, entonces $X(t+2) = 3n$ con más probabilidad. Así valores de $X(t)$ entre $3n$ y $3n-1$ ocurren con más probabilidad y la probabilidad de usar 2 está entre $(1/3, 1/2)$.

- Definamos la variable estocástica $Y(t) = X(t) \mathrm{mod}\ 3 = \{0, 1, 2\}$ con probabilidad $P_Y(t)$. Sea W la matriz

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1/4+\epsilon & 3/4-\epsilon \\ 1/10-\epsilon & 0 & 1/4+\epsilon \\ 9/10+\epsilon & 3/4-\epsilon & 0 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

- Se tiene $P_Y(t+1) = WP_Y(t)$. Calcular los autovalores de la matriz W. Comprobar que $\lambda = 1$ es un autovalor y que corresponde a la solución $P_Y^{\mathrm{st}} = (P_0, P_1, P_2)$. P_0 es la probabilidad estacionaria de usar la moneda "2". entonces la probabilidad de ganar en el juego B será

$$p = (1 - P_0)(3/4 - \epsilon) + P_0(1/10 - \epsilon) \qquad (3)$$

  Calcular dicha probabilidad y demostrar que es menor que $1/2$ para $\epsilon \to 0$. Mediante el mismo procedimiento demostrar que cuando alternamos los juegos A y B, la probabilidad de ganar $p_{AB} > 0{,}5$.

Modelo del votante

- Consideremos personas ocupando posiciones en una red cada uno con una opicion $s_i = 0, 1$ (a favor o en contra).

- Un votante i elegido al azar cambia de opinion con una probabilidad $\phi(n_i)$, donde n_i es proporcional al número de vecinos que tienen una opinión contraria.
- Para tamaño finito el estado estacionario corresponde a un estado absorvente donde todos los votantes tienen la misma opinion
- Para $d \leq 2$ sólo existen estados absorventes. Para $d \geq 3$ aparece una fase activa caracterizada por desacuerdos.

El juego de la Minoría

- Consideremos una población de N jugadores (p.e., agentes de bolsa).
- En cada instante t, cada jugador debe tomar una decisión A, B.
- El juego consiste en que una vez todos han tomado su decisión (A o B) aquellos que son minoría ganan e incrementan su ganancia en un punto.
- Si todos juegan en el paso siguiente dicha decision pierden.
- Los jugadores toman su decisión según los resultados pasados. Una historia del juego es una secuencia de bits 1 o 0 indicando si la decisión A o B fue la ganadora.
- Supongamos que los jugadores sólo recuerdan un número M de bits.
- Cada jugador tiene un conjunto S de estrategias, definidas como decisiones a tomar en $t+1$ dependiendo de la historia anterior:

record	decision
000	1
001	0
010	0
011	1
100	1
101	0
110	1
111	0

- Si hay M bits de historia, hay 2^{2^M} posibles estrategias. Se eligen S al azar de entre todas ellas
- El jugador elige la estrategia de entre las S que en el pasado le hubiese dado mayor puntuación.
- Es un buen ejemplo de sistemas en los que los agentes compiten por recursos limitados (financial markets)