

# CATEGORÍAS DE FUNTORES CONTINUOS PARA LA DINÁMICA CONTINUA Y DISCRETA

LUIS JAVIER HERNÁNDEZ

**Abstract.** Las soluciones de ecuaciones diferenciales autónomas tienen la estructura de un flujo continuo aunque no es así para el caso de funciones continuas no Lipchizianas, ya que algunas veces se obtienen resultados de existencia pero no de unicidad. Sin embargo, cuando sólo se obtiene unicidad para valores positivos de la variable tiempo las soluciones admiten la estructura más débil de semi-flujo. Señalemos que existen también procesos de discretización de un sistema dinámico: Por ejemplo, tomando una transversal de un ciclo no trivial compacto, la aplicación denominada primer retorno de Poincaré determina una estructura local de flujo discreto. Otro caso interesante se obtiene al tomar una unidad de tiempo y así en un flujo continuo queda entonces determinado un flujo discreto que a veces puede ser calculado mediante métodos numéricos. Por otro lado, se pueden considerar procedimientos de anti-discretización: Por ejemplo, la suspensión del flujo discreto obtenido por la aplicación de primer retorno de Poincaré recupera el flujo en un entorno del ciclo compacto; otros métodos utilizan procesos de interpolación para recuperar un flujo continuo a partir de una aproximación discreta. También se puede analizar la extensión de soluciones obtenidas para ciertos intervalos de tiempo mediante prolongaciones a intervalos más amplios o incluso globales. El objetivo del trabajo que presentamos es el de introducir modelos categóricos para los diversos espacios de fase de flujos y semi-flujos continuos y discretos y, además, estudiar los procesos que acabamos de describir mediante parejas de funtores adjuntos. Para ello hemos considerado categorías débilmente enriquecidas sobre la categoría de los espacios topológicos, que llamamos Top-categorías, y hemos tomado como modelos categóricos categorías de funtores continuos de Top-categorías pequeñas en la categoría de los espacios topológicos. También hemos desarrollado la construcción de parejas de funtores adjuntos mediante un producto tensor asociado a un funtor continuo entre Top-categorías pequeñas. Como consecuencia de esta construcción hemos podido interpretar las suspensiones, prolongaciones y ciertas construcciones telescópicas como casos particulares obtenidos al considerar adecuados productos tensor.

## REFERENCIAS

- [1] E. J. Dubuc, Kan Extensions in Enriched Category Theory. Lecture Notes in Mathematics, vol. 145, Springer, 1970.
- [2] G. M. Kelly, Basic concepts on enriched category theory. Reprints in Theory and Applications of Categories, no. 10, 2005.
- [3] M. Megrelishvili and L. Schröder, Globalization of Confluent Partial Actions on Topological and Metric Spaces. Topology and Applications, vol. 145, 119-145 (2004).