

# Estudio de las distribuciones de los estimadores en el muestreo de una población Normal

## Introducción

En el siguiente documento se pretende guiar al alumno en el estudio empírico de las distribuciones muestrales de los estimadores de los parámetros de una distribución Normal.

En esta práctica consideraremos la distribución  $\mathcal{N}(3, 1)$ , en la que  $\mu = 3$  y  $\sigma = 1$ , para la que puede considerarse  $X_1, \dots, X_5$  m.a.s. de  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ . Siguiendo este esquema teórico, y con la ayuda de un ordenador, se han simulado un total de 100 muestras de tamaño 5 distintas obtenidas de la población  $\mathcal{N}(3, 1)$ . Dichos datos simulados aparecen en la práctica 3. Por último, señalar que podrían haberse simulado más muestras de tamaño 5, es decir, en este caso no han sido obtenidas todas las muestras posibles (entre otras razones, porque sería imposible).

1. Capturar los ficheros de StatGraphics denominados **practica3** que se encuentran en la página web de la asignatura.
2. Definir o generar las siguientes nuevas columnas y, con objeto de ahorrar confusión, nombre dichas columnas con los nombres que se especifican aquí:

$$\begin{aligned} \text{Media} &= (X1 + X2 + X3 + X4 + X5)/5 \\ \text{MedSQRs} &= (X1^2 + X2^2 + X3^2 + X4^2 + X5^2)/5 \\ S2n &= \text{MedSQRs} - \text{Media}^2 \\ S2 &= S2n * (5/4) \end{aligned}$$

Sería conveniente que el alumno intentara identificar las transformaciones que se especifican.

Recuérdese que la forma de dar un nombre específico a una columna es, una vez activada con el botón izquierdo, pulsar botón derecho y seleccionar **Modify column**.

Obsérvese que, con lo anterior, habremos obtenido, para cada una de las 100 muestras, los valores de  $\bar{X}$ ,  $S_n^2$  y  $S^2$ .

3. Análisis empírico de la distribución muestral de  $\bar{X}$ .

(3.1) En la opción **Describe** → **Numeric Data** → **One-variable Analysis** se lleva a cabo lo siguiente:

- Calcular la media y varianza de los valores simulados de la media muestral (valores contenidos en *Media*). Comparar los resultados así obtenidos con los correspondientes valores que en teoría debería tener la media muestral.
- Obtener el Histograma y el diagrama de tallo y hojas de *Media*. ¿Qué puede comentar acerca de la distribución de  $\bar{X}$ ?

(3.2) En la opción **Describe** → **Distributions** → **Distribution Fitting (uncensored data)** abrir **Graphical options** y activar **Frequency Histogram**. ¿Qué puede comentar acerca de la distribución de  $\bar{X}$ ?

Esta opción permite representar en un mismo gráfico el histograma de unos datos de una v.a. junto con el modelo de distribución de probabilidad que los ha generado. Para especificar un modelo distinto al de la Normal, basta elegir el modelo deseado pulsando el botón derecho en **Analysis Summary** y entrando en **Analysis Options**.

4. Análisis empírico de la distribución muestral de  $S^2$  y  $S_n^2$ .

(4.1) Calcular las medias de los valores simulados de  $S^2$  y  $S_n^2$ . Comentar los resultados obtenidos a la luz de lo que se conoce de teoría sobre estos estimadores.

(4.2) Obtener en el fichero una nueva columna con los valores de  $(N - 1)S^2/\sigma^2$ . Una vez obtenidos estos datos, obtener el Histograma y el diagrama de tallo y hojas y en la opción **Distribution Fitting (uncensored data)** abrir **Graphical options** y activar **Frequency Histogram** (Seleccione la distribución Chi-cuadrado). ¿Qué puede comentar acerca de la distribución de  $(N - 1)S^2/\sigma^2$ ?