

ESTADÍSTICA II RELACIÓN DE PROBLEMAS Nº 2 VARIABLES ALEATORIAS

CUESTIONES TEORICAS:

1.- La función de densidad $f(x)$ de una variable continua es siempre:

- a) Creciente.
- b) No Negativa.
- c) Igual a la unidad.
- d) $f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u)du$, donde $F(u)$ es la función de distribución.

2.- La función de distribución de una variable aleatoria es siempre:

- a) Estrictamente positiva.
- b) Estrictamente creciente.
- c) Continua.
- d) Ninguna de las anteriores.

3.- Si $F(x)$ es la función de distribución de la variable aleatoria X , y se tiene que $F(a) = 0.5$, y $F(b) = 0.05$, entonces se verifica siempre que:

- a) $a < b$.
- b) $b \leq a$.
- c) $F(a+b) = 0.55$.
- d) Ninguna de las anteriores.

4.- Señalar la frase verdadera. Si X es una variable discreta:

- a) Su función de densidad es continua.
- b) $P(0 < X < 3) = P(0 \leq X < 3)$.
- c) Su función de distribución es continua, salvo en un número a lo sumo infinito numerable de puntos, en los que tiene saltos.
- d) $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 2)$.

5.- La función de densidad de una variable aleatoria continua es una generalización a variable aleatoria del siguiente concepto en variables estadísticas:

- a) Diagrama de sectores.
- b) Histograma.
- c) Función de distribución.
- d) Cartograma.

6.- Sean dos variables aleatorias, X e Y tales que $Y=aX+b$, con F como función de distribución y f función de densidad, ¿Qué frase es la verdadera?

- a) $F_Y(y) = F_X((y-b)/a)$.
- b) $F_Y(y) = 1 - F_X((y-b)/a)$.
- c) $f_Y(y) = (1/a) f_X((y-b)/a)$.
- d) $f_Y(y) = (1/|a|) f_X((y-b)/a)$.

7.- Si una distribución de probabilidad es discreta, entonces su función de distribución es:

- a) Constante.
- b) Escalonada.
- c) Continua.
- d) Derivable.

8.- La función de densidad $f(x)$ de una variable continua es:

- a) Es igual a uno.
- b) $f(x) = \int_{-\infty}^x F(u)du$, siendo $F(x)$ la función de distribución.
- c) Es una función escalonada.
- d) $f(x)$ es siempre no negativa.

9.- Si X e Y son variables aleatorias discretas e independientes, señalar entre las siguientes frases la que es cierta:

- a) $f(x, y) = f_1(x) f_2(x)$.
- b) $F(x, y) = F_1(x) F_2(x)$.
- c) $f_1(x) = f(x/y)$.
- d) $f_2(y) = f(y/x)$.

10.- Si dos variables aleatorias tiene la misma media y la misma varianza, se puede asegurar que:

- a) Ambas variables tiene la misma función de densidad.
- b) El recorrido de ambas variables es el mismo.
- c) Dichas variables han de estar definidas en todo campo real.
- d) Ninguna de las anteriores.

11.- Si X es una variable aleatoria discreta, siempre positiva:

- a) No tiene esperanza.
- b) No tiene función de distribución.
- c) No tiene recorrido.
- d) No tiene función de densidad.

12.- Cual de las siguientes propiedades de la Esperanza matemática no es siempre cierta

- a) $E [X - E[X]] = 0$.
- b) $E [aX+b] = a E[X] + b$.
- c) $E [X Y] = E[X] E[Y]$.
- d) $E [aX + bY] = aE[X] + bE[Y]$.

CUESTIONES PRACTICAS:

1.- Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x + k & \text{si } 0 \leq x \leq 3. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- Determinar el valor de k .
- Determinar $P(0 < X < 1.5)$.
- Calcular la función de distribución, $F(x)$.
- Representar gráficamente $f(x)$ y $F(x)$.

2.- Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} & \text{si } 0 \leq x \leq 3. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- Determinar su función de distribución $F(x)$.
- Calcular $P(0 \leq X \leq 2)$; $P(2 \leq X \leq 4)$; $P(X \geq 6)$.
- Representar gráficamente $f(x)$ y $F(x)$.

3.- Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x \leq 5. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- Determinar k .
- Calcular la función de distribución $F(x)$.
- Calcular $P(0 \leq X \leq 1)$; $P(X \geq 2)$.

4.- El proceso de envasado de un cierto producto (en envases de 80 kgr.) se comete un error cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2) & \text{si } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Consideramos como aceptable un paquete si su peso tiene un error, a lo sumo, del 0.5%, ¿Le parece fiable el proceso de envasado antes descrito?

5.- La función de distribución de una variable aleatoria X es,

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- a) Determinar la función de densidad.
- b) Calcular la probabilidad de que X sea superior a 4.
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que X esté comprendida entre 0 y 3?

6.- El tiempo de vida de un cierto componente es una variable aleatoria con función de distribución

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x/100} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Calcular la función de densidad. ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea inferior a 350?

7.- Dada la variable aleatoria bidimensional (X, Y), con función de densidad

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 2. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Determinar el valor de k para que f(x, y) sea una función de densidad. ¿Son independientes las variables?

8.- Los beneficios de una empresa es una variable aleatoria bidimensional de componentes,

X: rentabilidad del capital,

Y: rentabilidad de las ventas,

cuya función de densidad viene dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{4}{3}(x + xy) & \text{si } 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Determinar las funciones de densidad y de distribución marginales.
- b) ¿Son independientes las variables?

9.- Sea una variable aleatoria bidimensional (X, Y) con función de densidad

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6-x-y}{8} & \text{si } 0 \leq x \leq 2; 2 \leq y \leq 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Determinar la función de distribución.
- b) Funciones de densidad marginales.